MARIANA-ELENA BALU

BAZELE STATISTICII

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
BALU, **MARIANA-ELENA**
Bazele statisticii. / Mariana-Elena Balu. – Bucureşti, Editura Fundaţiei *România de Mâine*, 2007
Bibliografie
ISBN 978-973-725-762-8

311(075.8)

Redactor: Roxana ENE
Cosmin COMARNESCU
Tehnoredactor: Marcela OLARU
Coperta: Cornelia PRODAN

Bun de tipar: 11.04.2007; Coli tipar: 23
Format: 16/61×86

Editura Fundaţiei *România de Mâine*
Bulevardul Timişoara nr.58, Bucureşti, Sector 6
Tel./Fax: 021/444.20.91; www.spiruharet.ro
e-mail: contact@edituraromaniademaine.ro

UNIVERSITATEA *SPIRU HARET*

MARIANA-ELENA BALU

BAZELE STATISTICII

EDITURA FUNDAȚIEI *ROMÂNIA DE MÂINE*
Bucureşti, 2007

CUPRINS

6. **ANALIZA DE REGRESIE ŞI CORELAȚIE**

7. **ANALIZA STATISTICĂ A SERIILOR CRONOLOGICE**

8. **METODA INDICILOR ÎN ANALIZELE ECONOMICE**

9. **ELEMENTE DE STATISTICĂ MACROECONOMICĂ**

10. **STATISTICA BALANȚEI DE PLĂȚI EXTERNE**

11. **STATISTICA DATORIEI EXTERNE**

CUVÂNT-ÎNAINTE

Dacă pornim de la unul din sensurile cuvântului ***statistică****, definit de* ***Dicționarul Explicativ al Limbii Române***[1] *– „evidență numerică, referitoare la diverse fenomene", observăm faptul că, în general, cunoaşterea empirică a oricărui domeniu de activitate impune necesitatea de a apela la date numerice, care, prin prelucrare, conduce la desprinderea legislațiilor specifice acelor domenii, sub imperiul legilor statisticii.*

Statistica apare ca ştiință de graniță, o ştiință metodologică, un gen de „omnibuz" al cunoaşterii empirice, care a devenit indispensabilă pentru cunoaşterea fenomenelor din natură şi societate.

Lucrarea prezentă se încadrează noului plan de învățământ de trei ani, conform sistemului Bologna. Astfel, volumul va trata, în prima parte, noțiuni ale statisticii descriptive, dintre care amintim: indicatorii statistici, indicatori ai tendinței centrale, indicatori de variație, sondajul statistic, regresia şi corelația, serii cronologice, indici statistici. *Iar în a doua parte, câteva noțiuni de macroeconomie, dintre care:* SNC, BPE, datoria externă, potențialul economic. *Toate aceste noțiuni sunt considerate fundamentale pentru formarea viitorilor economişti, care vor trebui să se încadreze exigențelor practicii economice într-un mediu concurențial.*

Lucrarea urmăreşte să sprijine studenții în înțelegerea şi utilizarea corectă a metodelor şi tehnicilor statistice de prelucrare a informației statistice, să formeze deprinderea unor raționamente bazate pe calcule statistice riguroase, care dau o mai bună înțelegere a vieții economico-sociale.

---

[1] Academia Română, Institutul de Lingvistică „Iorgu Iordan", *DEX, Dicționarul Explicativ al Limbii Române,* ediția a II-a, Editura Univers Enciclopedic, Bucureşti, 1998, p. 1015.

Mulțumesc tuturor celor care vor consulta lucrarea şi vor veni cu sugestii şi observații pertinente, care vor contribui la îmbunătățirea ei, pentru că orice material didactic este supus îmbogățirii şi perfecționării informaționale.

martie 2007 *Autoarea*

1. STATISTICA – ŞTIINȚĂ METODOLOGICĂ

„… într-o zi, gândirea statistică va fi la fel de necesară oricărui cetățean folositor societății ca scrisul şi cititul…”

H. G. Wells

1.1. Conceptele sistemului informațional statistic ale economiei de piață

Epoca noastră este marcată de multitudinea informațiilor statistice prezentate în mass-media. Astfel că par normale întrebări precum: *Cum trebuie înțeleasă şi utilizată informația statistică? Cum se formează informația statistică?* etc. Cea care răspunde la aceste întrebări este *statistica* – o ştiință interdisciplinară, un fel de ştiință metodologică, un gen de „omnibus” al cunoaşterii empirice şi care are metodele de analiză a datelor pentru multe domenii de activitate economice şi nu numai.

Etimologia cuvântului *statistică*[1] vine de la cuvântul latinesc *status*, care desemna starea politică sau o ştiință a descrierii statului. Însă, noțiunea de *statistică* a fost folosită pentru prima dată în Germania, 1746, de Gottfried Achenwall pentru a prezenta variabile referitoare la producția şi consumul de produse agricole. De-a lungul timpului, statistica a avut mai multe *semnificații*, şi anume:

[1] *Statistica* – 1. ştiința care studiază fenomenele de masă, sub aspect cantitativ, cu metode proprii de descriere şi analiză; 2. culegere, prelucrare şi valorificare a unor date referitoare la fenomenele de masă; 3. prezentare a unui situații, a unui fenomen din natură sau din societate prin cifre; evidență numerică .... [din fr. *statistique*, germ. *statistik, statistisch*] (Cf. *Noul Dicționar Universal al Limbii Române*, Oprea I., Pamfil Carmen-Gabriela, Radu Rodica, Zăstroiu Victoria, Editura Litera Internațional, Bucureşti, 2006, p. 1384).

• *de activitate practică* – datorită necesității de cunoaştere în expresie numerică a fenomenelor şi proceselor social-economice;

• *de metodă statistică* – sub această calitate este folosită de celelalte discipline ştiințifice pentru a-şi descoperi legile ce funcționează în propriile lor domenii de studiu.

Statistica ca ştiință poate fi analizată ca o disciplină de sine stătătoare, fiind considerată:

– obiect de studiu propriu;

– metodă proprie;

– ca având un scop bine precizat.

Astfel, putem defini *statistica ca disciplină ştiințifică şi de învățământ* şi o putem privi prin prisma dezvoltării ştiinței, în general, dar şi a creşterii rolului ei în procesul dezvoltării societății româneşti, mai ales rolul ei în integrarea României în Uniunea Europeană.

Azi, informația statistică, necesară cunoaşterii procesului de dezvoltare al societății şi economiei, se elaborează în cadrul *sistemului informațional statistic* (S.I.S.). În țara noastră, S.I.S. este urmărit în cadrul organului oficial de statistică național – Institutul Național de Statistică (I.N.S.).

Cu ajutorul sistemului S.I.S., se construiesc *Bănci de date*, care vor permite obținerea mai multor baze de date necesare studiilor statistice în diverse domenii de activitate. Pentru a putea obține aceste informații, banca de date este organizată din *baze de date*, alcătuite pe baza unui sistem de gestiune al băncii de date. Schema funcționării unei bănci de date sub forma unui raționament statistic este prezentată în figura 1.1.

Raționamentul statistic realizează trecerea de la masa amorfă de date individuale, culese prin observare statistică, la un sistem de indicatori statistici, specifici întregului ansamblu investigat.

Astfel, baza de date se poate compune dintr-un:

• sistem de indicatori specifici;

• ansamblu de metode, tehnici şi procedee de calcul al indicatorilor;

• ansamblul intrărilor (date primare, elementare), ieşirilor (situații cu informații statistice), informații memorate în banca de date.

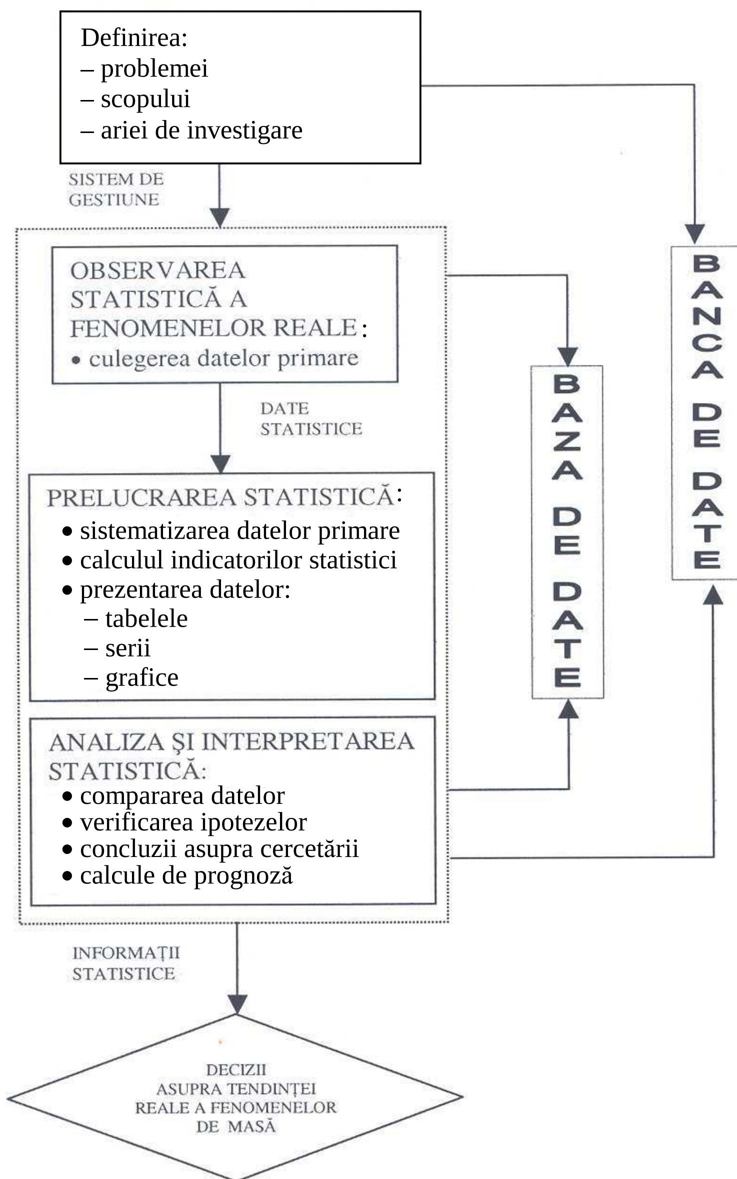


Figura 1.1. *Etapele raționamentului statistic*

Informațiile necesare S.I.S. sunt culese prin diferite documente statistice solicitate de I.N.S. din cele două sectoare:

• *public* – furnizorii de informații fiind unitățile social-economice de stat;

• *privat* – furnizorii de informații sunt agenții economici privați, chiar şi instituțiile financiar-bancare, care sunt purtătoare de informații fiscale;

• alți furnizori de informații pot fi: populația, persoanele fizice, familiile, menajele etc.

Azi, însă, vorbim şi de un *sistem statistic global*, care foloseşte datele statistice naționale, internaționale şi transnaționale pentru a putea formula decizii şi politici de dezvoltare economică la toate nivelurile.

Comunitatea statistică internațională încearcă impunerea anumitor metode de calcul a indicatorilor economici pentru a se asigura calitatea statisticilor naționale şi internaționale, calitate reflectată în indicatori pertinenți folosiți în analizele şi comparațiile internaționale.

De aceea, un Institut Național de Statistică, pentru a-şi îndeplini rolul său democratic, trebuie să se bucure de credibilitate, proces ce se construieşte în timp. Dar o statistică este credibilă atâta timp cât poate rămâne imparțială – aceasta în măsura în care nu se ține seama de puncte de vedere partizane, care să favorizeze pe cineva sau ceva anume. De multe ori, imparțialitatea informației statistice este asigurată dacă Institutul Național de Statistică utilizează metodele şi standardele recunoscute internațional. Astfel, în democrațiile moderne se admite un acces larg al cetățenilor la informațiile statistice, fiind necesar unei bune funcționări a democrațiilor respective.

I.N.S. are drept obiectiv elaborarea informației statistice, cât şi al unor lucrării tematice necesare pentru caracterizarea fenomenelor şi proceselor social-economice la nivel micro şi macroeconomic.

1.2. **Obiectul şi metoda statisticii**

Cercetarea fenomenelor şi proceselor din natură, societate şi economie se realizează în mod diferit, în funcție de natura lor, de scopul cercetării şi de modalitatea efectuării lui. Atributul principal cantitativ al cunoaşterii statistice îi conferă acestuia un rol important în investigarea diferitelor fenomene şi procese.

Statistica, ca disciplină ştiințifică, studiază acele procese şi fenomene care se manifestă într-un număr mare de cazuri şi prezintă

anumite regularități în producerea lor, pe care le defineşte ca fiind fenomene de masă sau fenomene de tip colectiv.

Fenomene tipice sunt cele care apar în societate, în tehnologie, în natură, fiind datorate unei singure cauze şi pot fi analizate şi verificate pe cale experimentală, în laborator – acestea sunt considerate fenomene univoc determinate, certe, care se prezintă ca fenomene simple, identice între ele.

Fenomene atipice sunt acele fenomene care apar ca rezultat al acțiunii unui număr diversificat de factori de influență, obiectivi sau subiectivi, comuni sau specifici sau ca urmare a manifestării unor raporturi de cauzalitate de tipul cauză-efect.

Fenomenele de masă se prezintă ca ***fenomene atipice***, fiind rezultatul acțiunii unui număr mare de cauze şi condiții variabile, cu grade şi sensuri diferite de influență.

Exemple de fenomene de masă pot fi:

– populația unei țări stabilită printr-un recensământ;

– populația cu drept de vot;

– cifra de afaceri a firmelor, veniturile populației etc.

Statistica studiază fenomenele de masă ce sunt definite ca ansambluri finite de elemente, cu trăsături esențiale comune, aceleaşi condiții şi legi de dezvoltare, fiind astfel statistic omogene. Aceste ansambluri sunt cunoscute sub denumirea de *populații*, colectivități statistice.

Statistica social-economică are ca particularitate studierea fenomenelor social-economice de masă în cadrul cărora acționează legi statistice, legi care se manifestă sub formă de tendință predominantă în masa manifestărilor individuale, fără a putea fi identificate în fiecare caz în parte, ele putând fi cunoscute numai la nivelul întregului ansamblu.

Legea statisticii apare ca rezultantă medie a numeroase acțiuni individuale, bazată pe abstractizări succesive şi generalizări dintr-un număr mare de manifestări (aparent) întâmplătoare.

Datorită faptului că fenomenele de masă sunt influențate de o multitudine de factori (esențiali, aleatori), ele pot fi interpretate doar probabilist, fiind considerate ca fenomene de tip nedeterminist sau statistic.

Prin urmare, statistica studiază fenomenele de masă din punct de vedere cantitativ, dar le interpretează probabilist, în baza principiilor teoriei probabilităților şi, în mod deosebit, a legii numerelor mari (Bernoulli, 1713).

Potrivit acestei legi, variațiile întâmplătoare de la tendința generală se compensează reciproc la nivelul ansamblului pentru un număr suficient de mare de cazuri individuale, ajungând prin abstractizări succesive la ceea ce este esențial, tipic în manifestarea fenomenelor de masă.

Altă particularitate a statisticii social-economice o reprezintă studierea laturii cantitativ-numerice a fenomenelor de masă, prin care se precizează dimensiunea, intensitatea, structura etc., aspecte ce pot fi caracterizate numeric în funcție de locul şi timpul producerii lor, în legătură cu latura lor calitativă.

Cercetarea statistică a fenomenelor social-economice porneşte de la studierea esenței şi particularităților calitative ale acestor fenomene, ajungând astfel la cunoaşterea lor cantitativă, în vederea caracterizării lor numerice (cu ajutorul indicatorilor statistici). Prin abstractizări succesive, statistica ajunge la generalizarea a tot ce este tipic, esențial în manifestările fenomenelor de masă, în condițiile respectării integrității calitative a acestora.

Statistica reuşeşte să evidențieze regularitățile în producerea unor fenomene de masă, prin interpretarea probabilistică a rezultatelor, ajutând la cunoaşterea legilor care determină fenomenele sociale, permițând efectuarea unor previziuni asupra nivelului şi structurii viitoare a acestora.

Obiectul statisticii îl constituie studiul aspectelor cantitative ale determinărilor calitative ale fenomenelor de masă din orice domeniu al vieții social-economice sau naturale, fenomene asupra cărora acționează legile statistice care se manifestă în condiții concrete, variabile în timp şi spațiu.

Metoda statistică este definită ca totalitatea procedeelor, tehnicilor de observare, calcul şi interpretare statistică, care produc informația statistică.

Metoda statistică, fiind un ansamblu de principii metodologice, poate fi urmărită prin folosirea unor noțiuni proprii legate de obiectul

ei de studiu (colectivitate statistică etc.) sau de metodologia sa (date statistice, indicatori, indici etc.)

Metoda statistică este definită în funcţie de natura fenomenelor cercetate, cât şi de scopul cercetării şi se bazează pe un raţionament statistic.

Cercetarea statistică presupune acţiuni de proiectare şi organizare, de culegere, prelucrare, analiză şi interpretare a datelor statistice – specifice domeniului cercetat.

Pentru atingerea acestui obiectiv, statistica apelează atât la metodologia generală de cercetare, cât şi la metodele specifice ei.

1.3. **Concepte de bază ale statisticii**

Cercetarea statistică a fenomenelor de masă în orice domeniu investigat foloseşte o serie de noţiuni (concepte) de bază, ce au caracter general sau specific şi care formează **vocabularul de bază al statisticii**[2]. Noţiunile de bază ale statisticii sunt prezentate schematic în figura 1.2.

1. **Colectivitatea statistică** (sau **populaţia statistică**) desemnează totalitatea elementelor omogene (după anumite criterii) care fac obiectul cercetării şi care au o serie de trăsături esenţiale comune, fiind generate de aceleaşi cauze esenţiale. Omogenitatea elementelor fiind dată de calitatea lor de a fi de aceeaşi natură, de a aparţine aceluiaşi spaţiu şi timp[3].

Colectivităţile statistice au un caracter obiectiv şi finit, ceea ce face necesară delimitarea lor din punctul de vedere al conţinutului, timpului, spaţiului şi al formei de organizare.

Colectivitatea statistică poate fi alcătuită din:

- *persoane* (populaţia României la recensământul din martie 2000);
- *obiecte* (tablourile unui muzeu de artă);
- *evenimente* (copii născuţi vii în luna septembrie 2000, în Bucureşti);
- *idei sau opinii* (opiniile consumatorilor unor produse nou apărute pe piaţă).

---

[2] Noţiunile utilizate au la bază volumul *Mică enciclopedie statistică*, Trebici V. (coord.), Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985.

[3] Jaba E., *Statistică*, Editura Economică, Bucureşti, 2000.

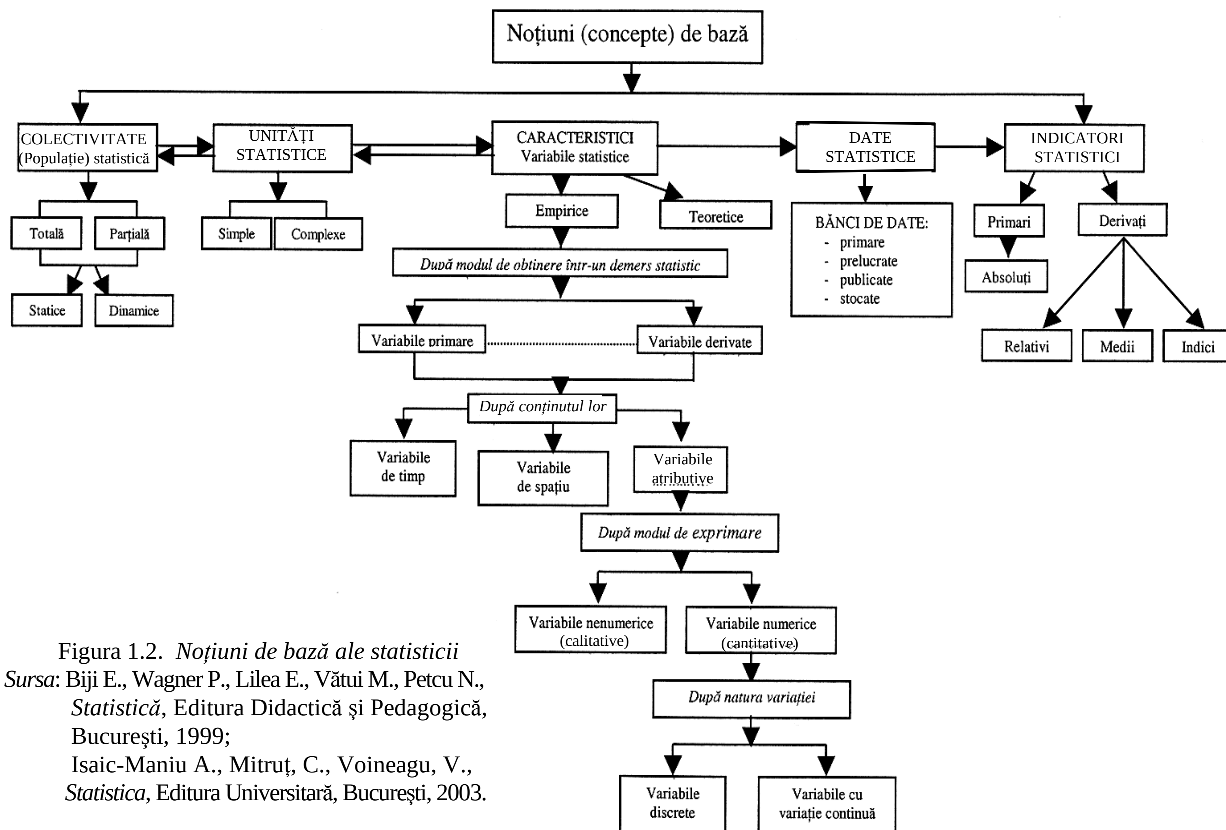


Figura 1.2. *Noţiuni de bază ale statisticii*

Sursa: Biji E., Wagner P., Lilea E., Vătui M., Petcu N., *Statistică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1999;
Isaic-Maniu A., Mitruţ, C., Voineagu, V., *Statistica*, Editura Universitară, Bucureşti, 2003.

Cercetarea statistică se poate face asupra întregii colectivități, denumită ***colectivitate totală***, sau numai asupra unei părți reprezentative a acesteia, extrase din colectivitatea totală cu un procedeu garantat cu o anumită probabilitate, care formează o ***colectivitate parțială*** sau de selecție (eşantion, mostră).

Dacă avem în vedere timpul la care se referă, colectivitățile statistice pot fi:

- **colectivități statice**, când exprimă o stare şi au o anumită întindere în spațiu, formând un stoc la un moment dat (*EXEMPLU*: câştigătorii la Loto-Prono la extragerea din data… etc.);
- **colectivități dinamice**, când exprimă un proces în devenire, un flux, iar caracterizarea lor presupune înregistrarea elementelor componente pe un interval de timp (*EXEMPLU*: căsătoriile înregistrate în luna octombrie 2003, în Bucureşti).

2. **Unitățile statistice** reprezintă elementele componente ale colectivității statistice, asupra cărora se efectuează nemijlocit observarea[4], existente într-un moment dat sau în decursul unui interval de timp.

În funcție de colectivitățile statistice pe care le compun, pot fi:

- **unități statice** – compun efectivul colectivității respective (persoane, produse etc.) la un moment dat;
- **unități dinamice** – desemnează evenimente, procese sau fluxuri ce aparțin aceleiaşi structuri organizatorice şi se produc într-un interval de timp.

În funcție de componența lor, cât şi de gradul de complexitate, unitățile statistice pot fi:

- **unități simple** – formate dintr-un singur element (studentul, salariatul etc.) şi arată modul de existență al colectivității;
- **unități complexe** – formate din mai multe unități simple de acelaşi tip şi depind de forma de organizare social-economică a societății (*EXEMPLU*: familia este alcătuită din membrii ei; grupa este alcătuită din studenți; firma este formată din secții, ateliere etc.).

[4] *Ibidem.*

3. **Caracteristica statistică** este însuşirea sau trăsătura comună unităţilor unei populaţii statistice cercetate, care primeşte accepţiuni sau valori diferite de la o unitate la alta, sau de la un grup de unităţi la altul.

EXEMPLE: vârsta, vechimea în muncă, naţionalitatea, religia, ocupaţia etc. *Formele concrete de manifestare a caracteristicilor statistice, la nivelul fiecărei unităţi, se numesc* ***valori*** *sau* ***variante****. Numărul de apariţii ale unei variante într-o colectivitate se numeşte* ***pondere*** *sau* ***frecvenţă****.*

Caracteristicile statistice se mai numesc **variabile statistice** sau **variabile aleatoare** (întâmplătoare).

Variabila statistică este caracteristica statistică, având proprietatea de a-şi modifica în timp şi în spaţiu nivelul de dezvoltare.

Nivelul unei variabile statistice poate fi diferit de la o unitate la alta a colectivităţii, datorită multitudinii de factori ce acţionează cu intensităţi şi sensuri diferite, conferind variabilelor statistice caracterul de **variabilă aleatoare**. Valorile unei variabile aleatoare apar în situaţii întâmplătoare, cu probabilităţi determinate. Astfel, variabila aleatoare comportă nu numai un ansamblu de valori posibile, ci şi o funcţie care indică probabilitatea fiecărei valori posibile. Această funcţie este denumită funcţie de probabilitate şi reprezintă *frecvenţa relativă a valorilor variabilei aleatoare*.

Variabilele statistice corespunzătoarea unităţilor statistice ale unei colectivităţi obiective şi finite compun *distribuţii* sau *repartiţii statistice*.

În funcţie de modul de provenienţă a acestor tipuri, variabilele statistice pot avea[5]:

- **valori reale** (empirice) şi alcătuiesc *distribuţii de frecvenţă* sau *distribuţii empirice*;
- **valori abstracte (teoretice)** şi alcătuiesc *distribuţii teoretice* sau *distribuţii probabilistice*.

Dacă cercetarea statistică se face asupra unei colectivităţi parţiale (eşantion), atunci variabilele sunt denumite **variabile de selecţie** şi alcătuiesc *distribuţii de selecţie.*

[5] *Ibidem*.

Clasificarea variabilelor statistice:

a. ***După modul de exprimare*** există:

- **variabile calitative** (atributive) – exprimate pentru fiecare unitate a colectivității statistice sub formă de expresii lingvistice (*EXEMPLU*: profesia, funcția, sexul, şcoala absolvită etc.);
- **variabile cantitative** (numerice) ale căror valori se stabilesc prin:
  – *numărare,* numărul de produse executate, vârsta, numărul de copii ai unei familii;
  – *măsurare,* greutate, înălțime, suprafață, volum;
  – *calcul,* costurile, productivitatea muncii, rata rentabilității.

Variabilele cantitative, în funcție de natura variației, pot fi:

- **variabile cantitative continue** (cu variație continuă) – variabile numerice măsurabile, ce pot lua valori într-un interval finit sau infinit. *EXEMPLU*: cifra de afaceri, beneficiul unei firme, salariul angajaților etc. În funcție de precizia dorită de cercetător şi de metoda de măsurare utilizată (unitatea de măsură), pentru fiecare unitate statistică a colectivității vom avea o valoare a variabilei numerice. *EXEMPLU*: vechimea se exprimă în ani, salariul în lei etc.;
- **variabile cantitative discrete** (variație discontinuă) – variabile care pot lua numai anumite valori (numere întregi) ce pot fi numărabile. *EXEMPLU*: numărul de copii ai unei familii, numărul de globule roşii dintr-un cm^3 de sânge etc.

b. ***După conținutul variabilelor,*** acestea pot fi:

- **variabilele de timp –** arată apartenența unităților statistice la un moment sau interval de timp;
- **variabile de spațiu –** arată apartenența unităților statistice la un anumit teritoriu;
- **variabile atributive –** arată natura, esența unităților statistice şi servesc pentru definirea fenomenelor studiate.

c. ***După modul de manifestare*** (ca variante de răspuns înregistrate) există:

- **variabile alternative** (caracteristici binare) – se prezintă sub forma a două valori individuale complementare. *EXEMPLU*: sexul poate fi feminin (F) sau masculin (M); candidatul la un examen poate fi admis (A) sau respins (R). Aceste variabile se pot codifica, dând valoarea 0 (zero) pentru răspunsurile cu NU şi valoarea 1 pentru cele cu DA;

- **variabile nealternative** – se prezintă ca variante distincte numerice sau calitative. Exemplu: salariile etc.

d. ***După gradul de esențialitate***, pot fi:

- **variabile esențiale** – diferite în funcție de scopul cercetării statistice, fiind prezente la toate unitățile colectivității;
- **variabile neesențiale** – variabile întâmplătoare, dar care pot ajuta procesul de cunoaștere.

e. ***După modul de obținere şi folosire a datelor*:**

- **variabile primare** – datele obținute prin înregistrarea directă (observarea statistică la nivelul fiecărei unități statistice);
- **variabile derivate** – obținute în urma aplicării unui model de calcul statistic.

Analiza unei repartiții statistice necesită şi utilizarea conceptului de *parametru statistic*.

Parametrul statistic sau *valoarea tipică a repartiției,* în forma sa generală, desemnează valoarea reprezentativă obținută dintr-o operație numerică (calcul, agregare etc.) aplicată unei repartiții statistice.

În funcție de conținut, parametrii statistici pot fi:

– parametri de nivel: media, mediana, valoarea modală;

– parametri de variație: dispersia;

– parametrii de asimetrie: coeficientul lui Pearson, coeficientul lui Fischer etc.

4. **Datele statistice** sunt obținute în statistică prin procesul de observare şi prelucrare, reprezentând mărimile concrete numerice ale unităților colectivității.

Data statistică conține următoarele elemente:

- **noțiunea**, care precizează conținutul calitativ al fenomenului studiat;
- **elemente de identificare** (de timp, de spațiu etc.);
- **valoarea numerică**.

Mesajul datelor îl reprezintă **informația statistică**. Aceasta este obținută continuu prin organul de statistică publică şi introdusă într-o bancă de date sub formă de date primare (stocată), de unde poate fi consultată spre prelucrare sau se poate publica.

Astfel, în procesul de cercetare statistică se obțin:

– **date primare** (observate);

– **date derivate** (prelucrate).

5. **Indicatori statistici**

Suportul datelor statistice îl reprezintă **indicatorii statistici**. Dacă datele statistice reprezintă o expresie generalizatoare, atunci indicatorii statistici sunt particularizați pe domenii.

Datele statistice, care caracterizează un fenomen sau proces economic printr-o expresie numerică, obținută într-o cercetare statistică efectuată în condiții specifice de timp, spațiu, organizatorice, se definesc ca **indicatori statistici**.

Indicatorii statistici exprimă numeric, de regulă, o categorie economică. Exprimarea numerică a unei categorii economice presupune folosirea unei sistem de indicatori. Elaborarea indicatorilor statistici se realizează de către organul oficial de statistică din fiecare țară.

1.4. Tipuri de scale folosite în statistică

Fenomenele social-economice există sub forma unor mulțimi, care, pentru a fi măsurate, înregistrate, analizate, necesită o exprimare numerică, ce devine posibilă prin cuantificare. *Operația de cuantificare este un proces complex de izolare, măsurare în forme comparabile şi înregistrare a elementelor unei colectivități*. Cuantificarea este o operație specifică statisticii şi presupune un set de reguli de atribuire a unei valori unităților statistice ce aparțin colectivității studiate, după o caracteristică.

Valorile individuale, înregistrate pe fiecare unitate a colectivității statistice (cifre, simboluri), pot fi diferențiate cu ajutorul unui instrument de măsurare, numit **scală**.

Scala poate fi reprezentată printr-un şir de numere, valori, simboluri, care se succed progresiv, pentru a arăta gradul în care un fenomen posedă o caracteristică sau proprietate.

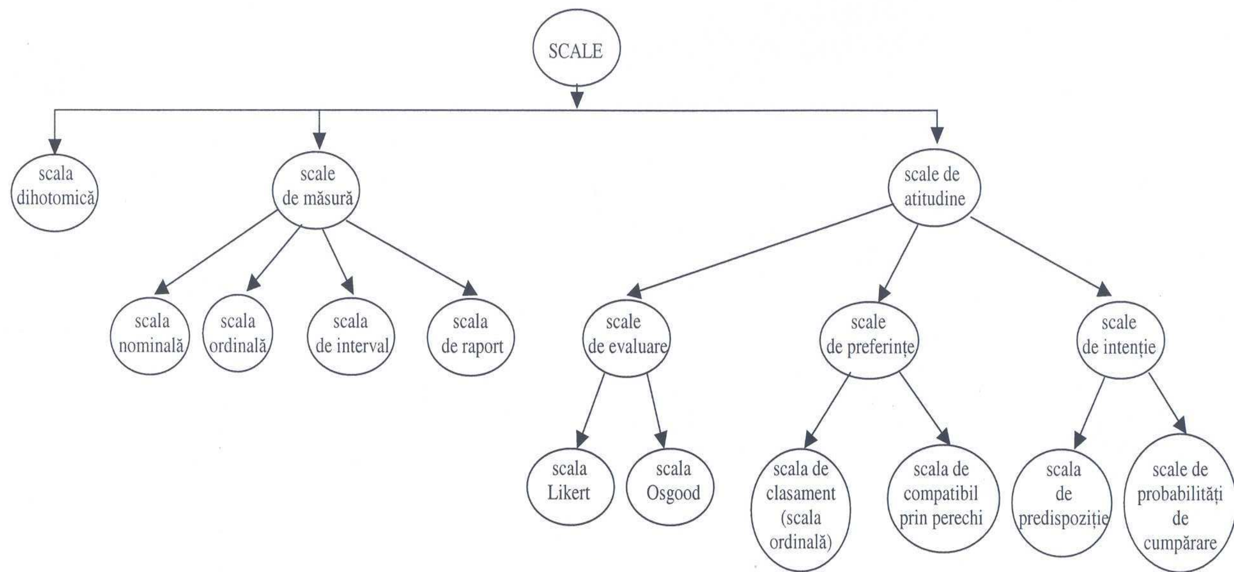


Figura 1.3. *Tipuri de scale*

Scala[6] poate fi un instrument fizic (*EXEMPLU*: pentru măsurarea greutății, înălțimii) sau o construcție prezentă în metoda de culegere a datelor de natură calitativă (când măsurăm, de exemplu, preferințele, atitudinea consumatorilor). Activitatea de formare a scalelor se numeşte **scalare**. Metodele de scalare pot fi grupate după nivelul de măsurare obținut de acea scală şi după proprietățile statistico-matematice ale acesteia. S.S. Stevens[7] propune cea mai cunoscută modalitate de clasificare a scalelor, în patru tipuri: nominală, ordinală, de interval şi proporțională. Fiecare scală are la bază anumite ipoteze referitoare la relația dintre proprietățile fenomenului cercetat şi sistemul lor de măsurare.

În funcție de volumul de informații se poate trece succesiv de la utilizarea unui tip de scală la alt tip, îmbunătățindu-se sistemul de măsurare.

În marketing, scalarea răspunsurilor este un proces de măsurare a preferințelor, percepțiilor, atitudinilor consumatorului. Ceea ce se măsoară este intensitatea reacțiilor psihologice a unor persoane față de produse, mărimi, culori, stiluri etc.

În practica statistică sunt folosite diferite scale (vezi figura 1.3):

– **scale de măsură** (nominale, ordinale, de interval, de raport);
– **scale de atitudine** (de evaluare, de preferință, de intenție).

SCALE DE MĂSURĂ

1. **Scala nominală** este o scală elementară, ce stabileşte o relație de identificare sau de apartenență la o clasă neordinală. Toate componentele unei clase de obiecte sau însuşiri, exprimate prin cuvinte, vor fi codificate prin simboluri numerice. Unele variabile au două stări posibile (*EXEMPLU*: sexul poate fi feminin şi masculin, codificate cu numerele 0 şi 1), altele pot avea mai multe stări (*EXEMPLU*: starea civilă poate fi necăsătorit(ă), căsătorit(ă) văduv(ă), codificate cu numerele 1, 2, 3). Variantele nominale (sau codurile numerice asociate), situate pe

---

[6] Jugănaru M., *Teorie şi practică în cercetarea de marketing,* Editura Expert, Bucureşti, 1998.

[7] Stevens S.S., *On the Theory of Scales of Measurement*, în „Science”, 7 June 1946.

această scală, nu au nicio proprietate cantitativă şi nu fac obiectul operaţiilor matematice.

Scala nominală poate folosi la stabilirea numărului unităţilor ce conţin aceeaşi variantă. Exemplu: sexul – putem şti câte persoane sunt de sex feminin şi câte de sex masculin.

2. **Scala ordinală** este o scală de clasament sau de repartizare, permiţând ordonarea variantelor cercetate, în raport cu un criteriu predefinit, folosindu-se valori ordinale: primul, al doilea etc. Exemplu: ordonarea unui produs (cafea: Jacobs, Elite, Columbia) în funcţie de preferinţe (codul 1 – pentru marca cumpărată cel mai des, codul 2 – pentru marca cumpărată cel mai rar).

Valorile de pe această scală indică doar poziţia unităţii, într-un şir ordonat care există între două poziţii succesive. Variantele de pe o scală ordinală mai pot fi asociate unor expresii ca: mai bun decât, mai rapid decât etc. şi nu sunt supuse operaţiilor matematice.

3. **Scala de interval** este utilizată în cazul variabilelor cantitative, presupunând atribuire de valori numerice unităţilor colectivităţii în funcţie de caracteristica observată. Variantele asociate acestui tip de scală pot fi supuse unor operaţii matematice.

În această scală, unităţile de măsură sunt constante, iar distanţele dintre niveluri sunt cunoscute, au semnificaţie, ceea ce permite compararea diferenţelor dintre 2 valori ale aceleiaşi variabile. Originea scalei de interval este aleasă arbitrar. Exemplul tipic este acela al scalelor de temperatură după gradaţiile unui termometru. Originea scării va fi diferită de la un termometru medical, la unul de cameră, ca şi de la scara Celsius la scara Farenheit. Valoarea zero pe această scală nu semnifică absenţa completă a caracteristicii, ci o valoare ca oricare alta. *EXEMPLU*: temperatura pe cele 2 scări Celsius şi Farenheit. Dacă schimbăm originea şi valorile temperaturii, raportul dintre două modificări de temperatură rămâne acelaşi.

4. **Scala de rapoarte (proporţională)** permite reprezentarea numerelor cardinale. În aceste scale, ordinea de măsurare are un sens, ordinea posedă un punct zero unic, iar unitatea de măsură este constantă. Scala este împărţită în intervale egale, fiecăruia îi corespunde un anumit număr, astfel că raportul dintre oricare două valori ale scalei este independent de unitatea de măsură folosită. Această scală este

folosită pentru măsurarea valorilor celor mai multe variabile economice numerice: cantitățile de producție, prețuri etc.

Compararea rapoartelor de pe această scală au sens şi este semnificativă. Exemplu: dacă cafeaua Elite (E) este de două ori mai căutată decât cafeaua Columbia (C), raportul E/C = 2 se va păstra pe oricare altă scară valorică.

SCALE DE ATITUDINE

Aceste scale transformă informațiile calitative în date cantitative, ce se vor prelucra statistic. Pentru acest tip de scale se folosesc caracteristici ca: marca, conceptul de produs, intenția de cumpărare etc.

Scala de atitudine este formată de numărul nivelurilor unei caracteristici calitative între care se pot face opțiuni (minim 3, maxim 100). Cele mai folosite scale sunt cele cu 5 sau 7 poziții.

Dintre aceste tipuri de scale alegem doar o scală de evaluare – Scala lui Likert.

SCALA LUI LIKERT

Este o scală de tip ordinal, cu care se obțin informații de natură neparametrică.

Etapele acestei metode sunt următoarele:

- se alcătuieşte un set de propoziții pozitive sau negative care evaluează un obiect;
- propozițiile ce exprimă gradul de acord/dezacord sau aprobare/dezaprobare se prezintă subiectului intervievat, ale cărei opinii urmează să fie scalate.

Scala, de regulă, conține 5 niveluri cărora li se atribuie 5 valori numerice de genul următor:

	Acord total	Acord	Indiferent	Dezacord	Dezacord total
Scor	5	4	3	2	1
Valoare numerică	+2	+1	0	-1	-2

Subiectul marchează una din poziții. Scorul realizat de un subiect este egal cu suma algebrică a valorilor relative, indicate de fiecare subiect.

Valorile relative se obțin prin împărțirea scorului la numărul de subiecți (metoda aritmetică) – estimând astfel intensitatea acordului sau dezacordului.

1.5. **Observarea statistică**

Cunoaşterea realităţii şi stăpânirea fenomenelor social-economice de masă, studiate de statistică, depind de informaţiile de care dispunem. Informaţia corespunzătoare ajută la fundamentarea deciziilor managerilor în orice domeniu de activitate.

Datele şi informaţiile statistice se realizează în cadrul Sistemului Informaţional Statistic (S.I.S.). Partea principală a S.I.S.-ului o formează ansamblul datelor statistice obţinute din surse ca:

– subsistemul rapoartelor statistice (dări de seamă);
– subsistemul cercetărilor statistice special organizate;
– publicaţii statistice;
– bănci de date statistice etc.

În ţara noastră, S.I.S.-ul este organizat în cadrul Institutului Naţional de Statistică (I.N.S.), care se ocupă de perfecţionarea acestuia. În cadrul S.I.S., un rol important îl joacă băncile de date, care, cu ajutorul unui sistem de gestiune al bazei de date, poate furniza datele necesare oricărui studiu statistic.

La scară naţională, de modul de funcţionare a S.I.S. depinde cunoaşterea fenomenelor social-economice, ce se realizează în cadrul cercetării statistice. Cercetarea statistică, ca orice cercetare ştiinţifică, cuprinde totalitatea operaţiilor de culegere, sistematizare, prelucrare, stocare, analiză şi interpretare a informaţiilor şi se realizează în trei etape distincte.

Cercetarea statistică, parte a S.I.S., presupune parcurgerea unor etape:

- **Observarea statistică**, reprezentând culegerea datelor primare, a informaţiilor, după o metodologie unitară, pentru toate unităţile colectivităţii.
- **Prelucrarea statistică**:
  – sistematizarea datelor, prin gruparea statistică;
  – calculul indicatorilor statistici;
  – prezentarea datelor: tabele statistice, serii statistice, grafice statistice.
- **Analiza şi interpretarea statistică:**
  – confruntarea, compararea datelor;
  – verificarea ipotezelor;
  – formularea concluziilor asupra cercetărilor;
  – fundamentarea calculelor de prognoză.

1.5.1. *Planul unei observări statistice*

Planul de observare trebuie să cuprindă toate problemele ridicate de o cercetare statistică.

- **Scopul observării**. Obiectivele stabilite prin cercetarea statistică, concretizate în obținerea de noi informații, fixează scopul. Scopul observării este subordonat scopului general al cercetării, iar stabilirea lui corectă este importantă pentru delimitarea colectivității cercetate, a unităților de observație etc.
- **Colectivitatea statistică** trebuie delimitată ca volum, în timp, în spațiu, în funcție de scopul cercetării statistice.
- **Unitățile de observare** trebuie să fie definite clar, ca să permită înțelegerea unitară a noțiunii respective. Unitățile pot fi simple sau complexe în funcție de colectivitățile statistice investigate.
- **Caracteristicile statistice** exprimă trăsăturile, aspectele unităților colectivității, care vor fi cuprinse în cercetare conform scopului urmărit.
- **Timpul observării** vizează două probleme esențiale:
  - timpul la care se referă datele;
  - timpul în care se face culegerea datelor.

Timpul la care se referă datele se numeşte **moment critic** şi diferă de intervalul de timp (perioada) de culegere a datelor.

- **Locul observării** se precizează prin program şi de obicei este acela în care evoluează fenomenul cercetat.
- **Măsuri organizatorice** sunt necesare pentru organizarea observării statistice şi vizează următoarele aspecte: recrutarea şi pregătirea personalului pentru efectuarea înregistrărilor, tipărirea şi transmiterea formularelor, elaborarea hărților localităților, realizarea publicității.

1.5.2. *Metode de culegere a datelor prin observarea statistică*

Observarea statistică, ca primă etapă a demersului statistic, constă în operația de culegere a datelor, informațiilor, după o metodologie unitară, pentru toate unitățile statistice şi caracteristicile lor. Informațiile înregistrate trebuie să respecte două condiții:

– să fie **în volum complet**, ceea ce permite manifestarea legii numerelor mari şi descoperirea legităților obiective;
– să aibă **calitatea corespunzătoare**, adică să reflecte realitatea, pentru că în caz contrar duce la erori de observare.

Observarea statistică se poate realiza, în practică, prin metode diferite în funcție de natura fenomenelor observate, de posibilitățile tehnice de prelucrare de care se dispune, de modul de organizare al activității agenților economici etc.

În funcție de metodele de culegere folosite, putem avea:

• **Observarea directă** se face prin contactul direct cu unitățile de observat.

• **Observarea indirectă** se face pe baza prelucrării datelor obținute din diverse documente de evidență contabilă, statistică etc.

• **Observări totale,** prin care se culeg date de la toate unitățile care compun colectivitatea finită, supusă cercetării (recensământ, rapoarte statistice).

• **Observări parțiale,** prin care se înregistrează numai o parte a unităților din colectivitatea generală, după anumite criterii (sondajul, ancheta).

• **Observarea curentă** se face pe măsura producerii evenimentului respectiv prin înregistrarea permanentă a unităților colectivității şi a caracteristicilor lor (fapte demografice, decese, naşteri).

• **Observarea periodică** este o înregistrare a unităților colectivității cercetate la intervale (momente) de timp precis stabilite (recensământul populației, animalelor).

• **Observări unice** sunt efectuate ocazional pentru evenimente nerepetabile.

În continuare, vom prezenta principalele metode de culegere a datelor:

➢ **Recensământul** este cea mai veche metodă de observare statistică, fiind o observare totală prin care se înregistrează toate unitățile colectivității, cu caracter periodic, de obicei la nivel național. Efectuarea unui recensământ, necesită mari cheltuieli materiale şi de timp, de aceea el are un caracter periodic (*EXEMPLU*: la 10 ani pentru populație, anual doar pentru populația şcolară etc.).

Fiind una din cele mai ample observări statistice, trebuie pregătit minuțios pentru ca să rezolve probleme ca: sectorizarea teritoriului, popularizarea evenimentului, instruirea personalului, timpul la care se

referă datele, sfera de cuprindere, elaborarea şi tipărirea documentelor de înregistrare etc.

- **Sondaje statistice.** Sunt observări parțiale ale unităților colectivității generale (eşantioane), obținute cu economie de timp şi de bani. Acestea presupun reprezentativitatea eşantionului utilizat.
- **Ancheta statistică** este o observare statistică parțială, care întâmplător respectă condiția de reprezentativitate ce se realizează pe baza chestionarului completat direct sau prin poştă (*EXEMPLU*: târguri, expoziții). Rezultatele obținute prin anchetă sunt doar orientative (se foloseşte în sondajele de opinie publică), unde opinia, atitudinea sunt elemente concrete ale existenței sociale.
- **Observarea părții principiale** este o metodă de observare parțială, special organizată, pentru obținerea operativă a informațiilor despre o colectivitate, împărțită pe grupe calitative diferite. Se scot date pentru grupele cele mai semnificative, neglijând pe cele cu importanță redusă şi se pot estima destul de corect indicatorii necesari caracterizării întregii colectivități analizate.
- **Monografia** este o metodă statistică ce studiază în mod aprofundat elementele noi ce au apărut în activitatea societăților economice analizate.

1.5.3. *Erorile observării statistice*

Concordanța dintre fenomenul real înregistrat şi datele obținute prin observarea statistică este necesară în vederea realizării unui studiu statistic valoros.

Practica însă a arătat că datele obținute prin observare nu pot fi considerate exacte în sens absolut, ceea ce determină apariția erorilor de observare.

Erorile de observare pot fi:

– erori de înregistrare;

– erori de reprezentativitate – ce sunt specifice sondajului statistic.

Erorile de înregistrare sunt erori ce se produc în toate formele de înregistrare statistică şi arată diferența dintre mărimea reală, concretă şi nivelul înregistrat al aceleiaşi caracteristici. Mărimea erorilor este direct proporțională cu volumul înregistrărilor şi precizia mijloacelor de înregistrare, cât şi cu alte surse.

Alte **surse de erori** pot fi:

- variația în timp a unității de observare (*EXEMPLU*: chestionarul, care, datorită înțelegerii greşite a întrebării, memoriei chestionaților etc., poate duce la răspunsuri inexacte);
- anchetatorul, datorită:
  – imperfecțiunii organelor de simț (auz, văz);
  – interpretare greşită sau necunoaşterea instrucțiunilor de înregistrare;
  – clasificarea greşită a datele preluate sau transcrierea lor greşită.
- definirea unităților de observat şi a variabilelor de înregistrat se face neclar, în limite elastice în timp, astfel că delimitarea lor unitară devine dificilă;
- factori subiectivi etc.

Tipuri de erori de înregistrare

Erorile de înregistrare, în funcție de sursa şi modul lor de producere, pot fi: erori întâmplătoare şi sistematice.

Erorile sunt prezentate schematic în figura 1.4:

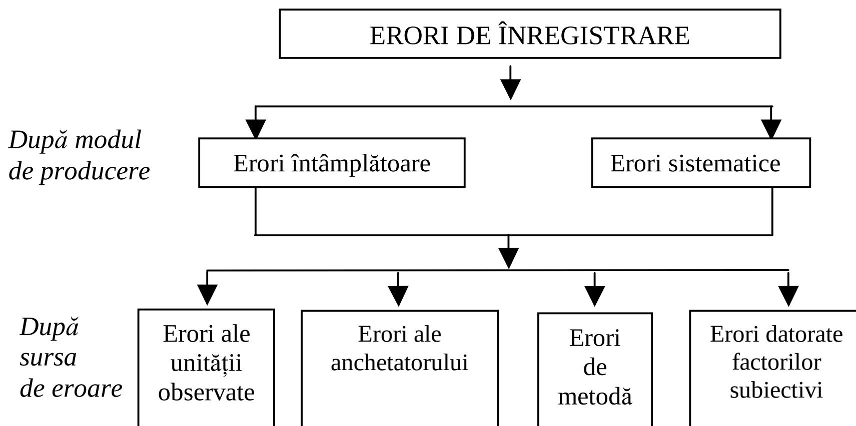


Figura 1.4. *Tipuri de erori de înregistrare*

Sursa: Jaba E., *Statistică*, Editura Economică, Bucureşti, 2000

Erorile întâmplătoare ce se produc în demersul statistic al observării au un caracter nepremeditat şi sunt produse de cele mai multe ori din neatenție. Aceste erori produc abateri, în sensul măririi sau micşorării nivelului real al fenomenului, dar pentru că se produc în ambele sensuri, există posibilitatea de-a se compensa reciproc şi deci vor influența în mică măsură rezultatele cercetării.

Cu cât înregistrarea are un număr mai mare de unități, cu atât posibilitățile de compensare cresc, pentru că distribuțiile lor se realizează după legea normală de probabilitate a lui Gauss-Laplace.

Erorile sistematice produc abateri semnificative, pentru că, de regulă, se produc într-un singur sens, astfel că efectul lor se cumulează şi influențează rezultatele cercetării statistice.

Producerea acestor erori se datorează nerespectării sau neînțelegerii instrucțiunilor de culegere a datelor. Pentru evitarea şi minimalizarea lor trebuie să se efectueze observări de probă, să se stabilească chei de control, instrucțiuni clare etc.

Erorile de reprezentativitate se întâlnesc în cercetarea selectivă (capitolul 4 – *Sondajul statistic*) şi sunt datorate metodei de formare a eşantionului, ce nu poate reproduce strict structura calitativă a colectivității totale.

Controlul statistic al erorilor de înregistrare

Pentru asigurarea unor date de calitate, corespunzătoare cercetării statistice, este necesară depistarea şi corectarea erorilor de înregistrare printr-un control riguros.

Controlul datelor se poate face în două direcții:

1) **control cantitativ** (de volum), în care se verifică dacă s-au strâns toate formularele de la toate unitățile observate, dacă s-au completat toate rubricile formularului;
2) **control calitativ**, în care se verifică calitatea datelor, logic şi aritmetic:
   - *controlul logic* presupune, ca pe baza experienței şi cunoştințelor din domeniul respectiv, să depistăm erorile printr-o comparație vizuală, sau prin concordanțe logice între valorile diferitelor caracteristici la aceeaşi unitate de observare (*EXEMPLU*: vârsta, profesia, starea civilă etc.);
   - *controlul aritmetic* presupune efectuarea unor operații simple de calcul pentru verificarea calculelor efectuate de anchetatori, aplicarea unor chei de control.

Pentru asigurarea unor date de calitate corespunzătoare, putem preveni aceste erori prin acțiuni suplimentare, cum ar fi:

– testarea tehnicilor şi formularelor de înregistrare;

– selectarea optimă şi pregătirea profesională a persoanelor ce fac înregistrarea;

– inspectarea, pe teren, a înregistrării datelor;

– pregătirea psihologică a personalului (mai ales pentru anchetele de sondaj);

– popularizarea scopului înregistrării.

CONCEPTE-CHEIE: *metodă statistică; informație statistică; sistem informațional statistic (S.I.S.); bănci de date; baze de date; raționament statistic; fenomene de masă; legea statistică; colectivitate sau populație statistică; unitate statistică; caracteristică statistică; dată statistică; indicator statistic; scală (nominală, ordinale, de interval, de raport); cercetare statistică; observare statistică; eroare statistică.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Care sunt principalele sensuri ale termenului de *statistică*?
2. Ce este *un fenomen de masă* şi care sunt particularitățile sale?
3. Cum poate fi cunoscută *o lege statistică*?
4. Care sunt etapele unui raționament statistic?
5. Care sunt noțiunile fundamentale ale statisticii?
6. Ce este o *colectivitate statistică*? Tipuri de colectivități. Exemple.
7. Ce înțelegeți prin *unitate statistică*? Tipuri de unități statistice. Exemple.
8. Cum definiți *caracteristica* (*variabila*) *statistică*? De câte feluri este o variabilă statistică?
9. Ce înțelegeți prin *variantă*?
10. Prin ce se deosebeşte varianta de variabila statistică?
11. Care sunt etapele cercetării statistice?
12. Ce trebuie să cuprindă programul unei observări statistice?
13. Precizați metodele de culegere a datelor prin observarea statistică.
14. Care sunt principalele metode de observare special organizate?
15. Stabilirea scopului unei observări statistice, totală sau parțială, **nu** prezintă importanță pentru:
    a) delimitarea obiectului de observare;
    b) definirea unităților de observare;
    c) stabilirea scopului cercetării statistice;
    d) stabilirea programului propriu-zis al observării;

e) delimitarea obiectivelor parțiale ale cercetării (se referă concret la volumul şi calitatea datelor necesare).

16. Care este deosebirea de fond între *ancheta statistică* şi *sondajul statistic*?
17. Ancheta statistică:
    a) este o metodă de observare totală;
    b) este o metodă de observare parțială, care întâmplător îndeplineşte condiția de reprezentativitate;
    c) este o metodă de observare parțială, care obligatoriu trebuie să îndeplinească condiția de reprezentativitate;
    d) este o metodă de observare parțială, care se bazează pe obligativitatea completării chestionarului;
    e) mai este denumită şi sondaj statistic.
18. Recensământul, ca metodă de observare statistică:
    a) are exclusiv un caracter demografic;
    b) se încadrează în sfera observațiilor cu caracter permanent;
    c) se organizează cu o anumită periodicitate;
    d) presupune culegerea selectivă a datelor unei colectivități statistice.
19. Precizați tipurile de scale de măsurare folosite în statistică.
20. Scala de interval:
    a) are toate caracteristicile scalelor ordinale şi de raport;
    b) este o scală numerică şi, în plus, raportul dintre două puncte ale scalei este independent de unitatea de măsură;
    c) prezintă multe dintre caracteristicile scalei ordinale;
    d) mai este numită şi scală de raport sau scală discretă.
21. Care sunt erorile de observare şi de câte feluri sunt?
22. Care este deosebirea de fond dintre erorile de observare întâmplătoare şi cele sistematice?
23. Cum pot fi înlăturate erorile de observare?
24. Erorile de reprezentativitate sunt specifice:
    a) rapoartelor statistice;
    b) sondajului;
    c) recensământului;
    d) observării părții principale;
    e) monografiilor.
25. Pentru identificarea şi diminuarea erorilor de observare este necesar controlul datelor culese. Acest control presupune:
    a) ca prin sondaj să se refacă calculele de obținere a valorilor unor indicatori înscrişi în formulare;
    b) ca la centrele de prelucrare să se verifice dacă au sosit toate formularele, cu toate rubricile completate;
    c) efectuarea de comparări.

2. **PRELUCRAREA STATISTICĂ PRIMARĂ**

„Dacă un lucru există, existența sa are o anumită măsură cantitativă.”
E.L. Thorndike

2.1. **Metode primare de sistematizare a datelor statistice**

Datele statistice, obținute printr-o modalitate totală sau parțială, sunt utile în procesul de cunoaştere şi pregătire a deciziilor numai dacă sunt supuse unor operații de prelucrare.

Operația de prelucrare are rolul de a ilustra relațiile de interdependență a fenomenelor studiate cu factorii care influențează evoluția lor, de a desprinde parametrii care dimensionează fiecare etapă, cât şi tendința de manifestare a fenomenelor de acelaşi tip.

Prelucrarea, ca etapă a cercetării, este un proces complex cu care se realizează trecerea de la date individuale la indicatori derivați, sintetici, care reflectă esența din manifestarea fenomenelor.

Prelucrarea primară presupune un ansamblu de operații:

– centralizarea datelor statistice;
– gruparea sau clasificarea statistică;
– prezentarea datelor statistice: serii statistice, tabele, grafice;
– indicatori statistici.

Sintetizarea datelor individuale, la nivelul grupelor şi apoi la nivelul colectivității, este însoțită de o pierdere inevitabilă de informații, deoarece se elimină ceea ce este neesențial şi întâmplător. În acelaşi timp se câştigă sub aspectul obținerii unei noi informații, sintetice, care nu poate fi obținută direct din datele primare. Rezultatele operațiilor de prelucrare primară constituie elementele de intrare pentru prelucrarea secundară, în urma căreia se estimează valori tipice, omogenitatea şi asimetria distribuțiilor, intensitatea legăturilor dintre fenomenul analizat şi factorii săi de influență etc.

2.2. **Tehnici de prelucrare**

Complexitatea problemelor impune stabilirea unui *plan de prelucrări statistice*, în care sunt precizate aspectele metodologice, cât şi organizatorice.

Planul prelucrării statistice cuprinde:

- programul prelucrării;
- metodele şi procedeele de calcul statistic;
- formele de prezentare ale rezultatului prelucrării;
- aspectele organizatorice ale prelucrării.

➢ **Programul prelucrării** constă în enumerarea caracteristicilor primare şi derivate, care se folosesc pentru calculul indicatorilor primari şi derivaţi:

- dacă este o cercetare special organizată, programul prelucrării se face înainte de începerea cercetării;
- dacă se face pentru o informaţie deja existentă în sistemul informaţional economic, atunci se stabileşte ce caracteristici se culeg (de obicei, cele ce se culeg în mod curent);
- suplimentarea de informaţii se face cu metoda sondajului.

➢ **Metodele şi procedeele de calcul statistic** se stabilesc în funcţie de fiecare prelucrare, de scopul cercetării, de natura specifică a fenomenelor şi a informaţiei existente.

➢ **Formele de prezentare** ale rezultatului prelucrării statistice sunt:

- seriile statistice;
- tabele statistice;
- graficele.

➢ **Problemele organizatorice** se referă la locul şi timpul când are loc prelucrarea şi transmiterea rezultatelor prelucrării.

A. **Centralizarea datelor statistice** presupune ca datele utilizate să fie comparabile şi aditive, pentru a putea totaliza unităţile statistice sau valorile unei caracteristici, la nivelul grupelor tipice sau a colectivităţilor observate.

Totalizarea valorilor unei caracteristici se face prin însumarea directă sau prin mijlocirea unor coeficienţi de echivalenţă (preţuri, timp de muncă etc.). În urma centralizării se obţin indicatori statistici de nivel (exemplu: producţia de antibiotice într-un interval dat). Această operaţie poate fi efectuată manual, mecanic sau automat, în funcţie de mărimea colectivităţii.

Centralizarea pe subcolectivități omogene are ca scop o cunoaştere mai detaliată a fenomenului şi permite analiza fenomenelor pe elemente structurale.

B. **Gruparea datelor statistice**. Obiectivul principal al metodelor de clasificare şi/sau grupare îl reprezintă formarea de clase sau grupe omogene din colectivitatea investigată. Prin grupă sau clasă omogenă înțelegem acea grupă sau clasă în care sunt incluse acele unități din colectivitate, la care valorile individuale ale caracteristicii urmărite prezintă variații minime, explicate prin influența factorilor întâmplători.

Gruparea statistică este o centralizare pe grupe a unităților colectivității, prin metoda grupărilor statistice şi presupune separarea unităților unei colectivități pe grupe omogene, după una sau mai multe caracteristici de grupare.

Tipuri de grupări statistice

Grupările statistice se pot efectua în funcție de numărul variabilelor de grupare şi de natura lor:

1. *După numărul caracteristicilor de grupare* deosebim:

- *Grupări simple*, cele ce separă unitățile unei colectivități în grupe omogene după variația unei singure caracteristici. Rezultatul acestor grupări îl reprezintă distribuțiile unidimensionale.
- *Gruparea combinată* presupune separarea unităților unei colectivități după variația simultană a două sau mai multor caracteristici de grupare. Ordinea de grupare este dată de interdependența dintre factori. Dintre caracteristicile de grupare se alege o caracteristică primară, după variația căreia se distribuie pe grupe unitățile colectivității. Apoi, fiecare grupă se separă în subgrupe după variația celei de-a doua caracteristici de grupare, numită caracteristică secundară de grupare. Apoi, fiecare subgrupă se separă după variația celei de-a treia caracteristici de grupare. De exemplu, grupăm întreprinderile după numărul muncitorilor. Dar, pentru a le structura după mărime, folosim şi alte caracteristici, printre care: capitalul fix investit, cifra de afaceri, mijloacele fixe etc. Se recomandă a nu se folosi mai mult de 3-4 caracteristici de grupare, pentru a nu fărâmița colectivitatea, cu toate că, mărind numărul caracteristicilor de grupare, creşte şi gradul de omogenitate al unităților cuprinse în grupe.

Grupările combinate se pot realiza nu numai pentru variabilele numerice, ci şi pentru cele calitative. Astfel, clasificările se folosesc de obicei sub formă de grupări combinate, ele incluzând pe lângă o variabilă calitativă şi o variabilă numerică independentă (de exemplu, gruparea firmelor pe ramuri de activitate, iar în cadrul acestora pe forme de proprietate şi după valoarea mijloacelor fixe).

2. *După conținutul caracteristicilor de grupare* deosebim:

• *Grupări cronologice*, obținute prin folosirea unei variabile de timp drept caracteristică de grupare. Pentru o astfel de grupare, timpul trebuie să determine o structurare calitativă a colectivității, pentru a răspunde principiilor grupării statistice (de exemplu, gruparea firmelor din Bucureşti după anul înființării).

• *Grupări teritoriale* separă unitățile colectivității după o variabilă de spațiu. O astfel de grupare trebuie să se refere la toate unitățile şi să fie asigurată omogenitatea datelor (de exemplu, grupări teritorial-administrative, grupări pe zone geografice etc.).

• *Grupări atributive*, care se folosesc pentru toate caracteristicile ce au constituit programul observării (în afară de cele de timp şi de spațiu). Ele pot fi caracteristici cantitative (numerice) sau calitative (nenumerice):

Grupările după o caracteristică calitativă sunt cunoscute sub forma clasificărilor, pentru ele fiind nevoie de un nomenclator. Clasificările statistice, de exemplu, clasificarea după ramurile de activitate, se elaborează pe baza unor nomenclatoare specifice statisticilor naționale şi internaționale. Nomenclatoarele se revizuiesc periodic, eliminând grupele ce-şi pierd din importanță şi despărțind alte grupe, devenite mai cuprinzătoare, în mai multe grupe.

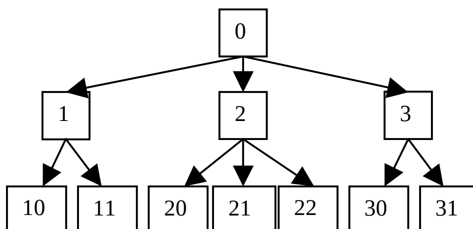
Clasificarea este o operație de tip conceptual, reprezentând o anumită modalitate de a distinge unitățile populației statistice, prin divizarea lor după caracteristici comune în clase sau grupe relativ omogene. Omogenitate în clase a unităților, în raport cu variația caracteristicii, se realizează astfel:

– se identifică variantele sub care se manifestă caracteristica urmărită;

– apoi se centralizează datele pe aceste forme.

Pentru caracteristicile calitative, ansamblul unităților observate se divide prin dihotomie în clasa unităților care posedă caracteristica şi clasa unităților care nu posedă caracteristica. Cele două clase complementare pot

fi descompuse în clase omogene după o caracteristică numerică ş.a.m.d., obținându-se, în final, o clasificare ierarhică cu un anumit număr de niveluri, ca în exemplul următor:



Grupările după o caracteristică numerică sunt cele mai folosite în statistică pentru noțiunea de *grupare*. Putem întâlni trei situații:

a) dacă amplitudinea variației este foarte mică şi s-a înregistrat un număr mic de valori, **gruparea se face direct pe variante** (de exemplu, gruparea studenților după nota la examen);

b) dacă amplitudinea variației este moderată, se foloseşte o **grupare pe intervale egale**. Amplitudinea variației se calculează: $A = X_{max} - X_{min}$,

unde: A = amplitudinea;

X_{max} = valoarea variabilei maxime din interval;

X_{min} = valoarea variabilei minime din interval;

c) dacă amplitudinea variației este mare, se recomandă **gruparea pe intervale de variație inegale.** De regulă, se face, în prealabil, o grupare pe intervale egale de variație, folosind un număr mai mare de grupe. Apoi se trece la restrângerea grupelor, încercând să imprimăm un mod de variație sistematic, prin alegerea unui interval de bază căruia i se aplică multiplicatori din ce în ce mai mari. Cu cât valoarea caracteristicii creşte, cu atât este mai uşor de asigurat omogenitatea. Acest tip de grupare urmăreşte structurarea colectivității pe tipuri calitative. De exemplu, gruparea firmelor după cifra de afaceri dă posibilitatea structurării colectivității pe firme mici şi mijlocii şi firme mari.

Grupările pe intervale neegale se mai numesc şi **grupări tipologice.**

Grupările după o variabilă numerică pot fi **grupări după o variabilă discretă** şi **grupări după o variabilă continuă**.

Grupările, indiferent de scopul şi obiectul lor, trebuie să îndeplinească mai multe condiții:

• **Completitudine**: la grupare se folosesc toate unitățile observate sau un număr suficient de mare, care să asigure reprezentativitatea colectivității studiate.

• **Unicitatea**: fiecare unitate aparține unei clase şi numai una. Această condiție trebuie respectată pentru grupările cu variație continuă, în special pentru unitățile complexe, pentru ca o unitate să nu fie reprezentată simultan în mai multe clase. Pentru a evita înregistrările repetate, trebuie să se stabilească anumite convenții cu care să se trateze în mod unitar repartizarea unităților în grupe ale colectivității.

• **Omogenitatea**: unitățile ce aparțin aceleiaşi clase trebuie să fie asemănătoare. În acest sens, se aleg variabile esențiale de grupare, care să asigure o variație minimă între valorile caracteristicilor numerice din aceeaşi grupă.

• **Continuitatea variației grupelor** în cazul variabilelor numerice, ceea ce înseamnă că nu există grupe cu frecvențe nule, care ar duce la întreruperea grupării.

Tehnica grupării statistice necesită parcurgerea următoarelor etape:

1) precizarea scopului pentru care se face gruparea;
2) alegerea variabilei de grupare;
3) stabilirea numărului de grupe (r);
4) determinarea mărimii intervalului de grupare (h) pentru variabilele numerice;
5) delimitarea grupelor de variație şi separarea unităților pe intervale de variație.

1. **Scopul grupării statistice** se stabileşte în concordanță cu obiectul cercetării. Astfel, gruparea poate fi folosită fie pentru sistematizarea materialului faptic în vederea prelucrării, fie pentru analiza directă în cadrul grupelor tipice bine definite.

2. **Alegerea variabilelor de grupare**

Caracteristica (variabila) de grupare este acea însuşire care stă la baza împărțirii colectivității în grupe omogene.

Drept caracteristică de grupare se alege o caracteristică esențială, cu un caracter stabil pentru unitățile colectivității, care exprimă natura fenomenului cercetat şi corespunde scopului urmărit. *EXEMPLU*: într-o grupare statistică s-au observat mai multe caracteristici: numărul

angajaților, mărimea mijloacelor fixe, productivitatea muncii, costurile de producție. Gradul de esențialitate al caracteristicilor se poate schimba în funcție de scopul cercetării, astfel: dacă se studiază mărimea firmelor cuprinse în analiză, se va folosi drept caracteristică esențială: numărul angajaților, mărimea mijloacelor fixe; dacă se studiază eficiența economică a firmelor se vor folosi caracteristicile: productivitatea muncii, costurile de producție.

3. **Stabilirea numărului de grupe (r)** se face ținând seama de scopul cercetării. Numărul de grupe poate ajunge până la 15-20, în funcție de amplitudinea variației și numărul unităților observate. Nu este recomandată folosirea unui număr mai mare de grupe, datorită fărâmițării excesive a colectivității respective, dar, pentru o analiză, nu se folosesc mai puțin de 5 grupe. Astfel, dacă gruparea este folosită pentru sistematizarea datelor în vederea prelucrării, obținerii de indicatori derivați, se ia un număr mai mare de grupe, cu intervale egale de variație de la o grupă la alta. Când gruparea se folosește ca mijloc de analiză în vederea stabilirii structurii pe tipuri calitative și a mutațiilor intervenite în structura colectivităților comparate, se ia un număr mai mic de grupe și intervale de variație neegale, în funcție de dimensiunea grupelor conturate natural.

4. **Alegerea intervalului de grupare (h)**

Intervalul de grupare este un grup omogen de variante, despărțit de restul colectivității prin cele două limite (inferioară și superioară) ale intervalului de grupare.

Se află în funcție de amplitudinea de variație a caracteristicii (A) și de numărul de colectivități studiate:

$$A = X_{max} - X_{min}, \quad h = \frac{A}{r} = \frac{X_{max} - X_{min}}{r},$$

unde: A = amplitudinea;

$X_{min,\,max}$ = valoarea minimă, maximă a caracteristicii de grupare;

h = mărimea intervalului; r = numărul de grupe.

Pentru colectivitățile de volum mare, pentru o variabilă cu tendință de variație sistematică, cu o amplitudine de variație mare, mărimea intervalului de grupare se determină cu formula lui H.D. Sturges:

$$h = \frac{A}{1 + 3{,}322 \log n},$$ unde n = numărul unităților colectivității

5. **Delimitarea grupelor de variație şi separarea unităților pe intervale de variație**.

Intervalele de grupare pot fi:

– egale şi neegale;
– închise şi deschise;
– cu variație continuă şi cu variație discretă.

Intervalele pot fi ***închise***, cu ambele limite precizate, sau ***deschise***, când este dată numai o limită, fie cea superioară, fie cea inferioară. Pentru a le folosi în prelucrare, limitele intervalelor trebuie închise. Închiderea intervalelor se face în funcție de mărimea intervalului de grupare alăturat, ținând seama de tipul grupării (cu intervale egale sau neegale). Mărimea intervalului alăturat se află făcând diferența dintre două limite de acelaşi fel (inferioare sau superioare) alăturate.

Dacă variabila este continuă, atunci limita superioară a fiecărui interval se repetă ca limită inferioară a intervalului următor. Pentru a evita includerea simultană a unor unități în două grupe alăturate, se stabileşte o convenție (de exemplu, limita superioară inclusă în interval sau limita inferioară inclusă în interval), prin care se precizează limita inclusă în interval.

Pentru intervalele cu variație discretă, limita inferioară a intervalului următor este deplasată cu o unitate de măsură, față de limită superioară a intervalului precedent.

După delimitarea grupelor de variație, unitățile se separă pe intervale de variație şi se află frecvența de distribuție. Materialul sistematizat se înscrie într-un tabel statistic (vezi exemplele următoare).

2.3. **Metode de prezentare a datelor statistice**

Datele statistice, obținute prin observarea statistică, se prezintă în forme specifice: tabele, serii, grafice, în care relațiile dintre fenomenele studiate apar într-o succesiune logică, corespunzătoare relațiilor obiective existente. Această prezentare a informațiilor face posibilă interpretarea statistică a formelor de manifestare a fenomenelor şi permite alegerea corectă a metodologiei de calcul a indicatorilor statistici.

Aceste metode sunt folosite ca mijloace auxiliare, dar eficiente, de investigare a fenomenelor studiate, cât şi pentru a lua decizii de prelucrare ulterioară a fenomenului respectiv, ca şi pentru popularizarea datelor.

2.3.1. *Tabele statistice*

Tabelul statistic este una dintre cele mai adecvate modalități de prezentare a datelor statistice într-o formă tabelară şi utilizată în toate etapele cercetării.

Tabelul statistic reprezintă o formă de sistematizare a unui ansamblu de relații cantitative despre fenomenul studiat, folosind o rețea de linii paralele, orizontale şi verticale, în care se înscriu indicatorii obținuți prin prelucrare.

Tabelul statistic este elaborat cu dublu scop: pentru sistematizarea datelor în vederea prelucrării şi obținerii indicatorilor statistici; pentru prezentarea rezultatelor prelucrării primare şi secundare.

Tabelul statistic se elaborează după anumite reguli de conținut şi de formă şi trebuie să conțină anumite elemente obligatorii:

- **subiectul tabelului** este reprezentat de colectivitatea sau eşantionul la care se referă datele;
- **predicatul tabelului** se referă la sistemul de caracteristici primare sau derivate, ale căror valori individuale sunt sistematizate;
- **macheta tabelului** este formată din rețeaua de rânduri şi coloane în care se înscriu, în mod ordonat datele, titlul general, titlurile interioare (în capetele rândurilor), note explicative şi sursa.

În funcție de scopul analizei şi prelucrării putem menționa:

- **tabele simple, descriptive** sunt elaborate pentru prezentarea indicatorilor statistici ai unităților complexe investigate, ordonate, din punct de vedere cronologic, teritorial etc.;

Tabelul 2.1. *Macheta tabelului cronologic*

Variabila timp t_i	Numărul unităților y_i
t_1	y_1
t_2	y_2
...	...
t_n	y_n
Total	Σy_n

Tabelul 2.2. *Macheta tabelului teritorial*

Unități teritoriale	Valoarea caracteristicii y
A	Y_A
B	Y_B
...	...
T	y_T
Total	Σy_T

• **tabele utilizate în prelucrare** sunt instrumente intermediare utilizate pentru parcurgerea unor algoritmi de calcul;

• **tabele de prezentare a datelor statistice pe grupe de variație**;

• **tabele de contingență** sunt tabele cu dublă intrare ce conțin un număr de „r” grupe, formate după o caracteristică factorială (x_i) şi „p” grupe formate după o caracteristică rezultativă – efect (y_j). Forma generală a acestui tabel, utilizată pentru prima dată de K. Pearson pentru analiza interdependențelor, este prezentată în tabelul 2.3.

Tabelul 2.3. *Macheta distribuțiilor unităților unei colectivități după două caracteristici interdependente (x_i, y_j)*

Valorile variabilei x_i	Valorile variabilei y_j					Total frecvențe după x
	y_1	…	y_j	…	y_p	
x_1	n_{11}	…	n_{1j}	…	n_{11}	$n_{1.}$
…	…	…	…	…	…	…
x_i	n_{i1}	…	n_{ij}	…	n_{i1}	$n_{i.}$
…	…	…	…	…	…	…
x_r	n_{r1}	…	n_{rj}	…	n_{r1}	$n_{r.}$
Total frecvențe după y	$n_{.1}$	…	$n_{.j}$	…	$n_{.p}$	$n_{..} = \Sigma n_i = \Sigma n_j = \Sigma\Sigma n_{ij}=N$

Din tabel se observă:

– n_{ij} = frecvențele comune ambelor variabile (x_i y_j);
– $n_{i.}$ = numărul de unități după variabila x_i ;
– $n_{.j}$ = numărul de unități după variabila y_j ;
– $n_{..}$ = numărul total de unități ale colectivității studiate.

2.3.2. *Serii statistice*

Seria statistică defineşte corespondența dintre două şiruri de date statistice, în care primul reprezintă variația caracteristicii urmărite, iar al doilea şir cuprinde frecvențele de apariție a variantelor caracteristicii.

Forma generală a unei serii statistice cu o singură caracteristică se prezintă astfel:

$$X \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & --- & x_r \\ n_1 & n_2 & --- & n_r \end{pmatrix}$$

unde: x_1 --- x_r sunt variantele caracteristicii x;

n_1 --- n_r sunt frecvențele de apariție ale caracteristicii x.

OBSERVAȚII!

- Seria trebuie să ofere informații cu privire la succesiunea, mărimea valorilor înregistrate şi a frecvențelor corespunzătoare.
- Între cele două şiruri de date există o legătură univocă, în sensul că unei valori individuale îi corespunde o anumită frecvență.

După posibilitatea de caracterizare a fenomenului, seriile statistice pot fi:

- ***serii statistice independente*** sau **serii unidimensionale**, rezultate dintr-o grupare simplă;
- **serii statistice condiționate** sau **serii multidimensionale**, obținute dintr-o grupare combinată.

După conținutul caracteristicii de grupare, seriile statistice pot fi:

– serii cronologice (de timp);
– serii de spațiu (teritoriale);
– serii de distribuție (de repartiție).

- **Seria cronologică** prezintă variația unei caracteristici în funcție de timp ($y_t = f(t)$), unde: y_t = variația caracteristicii studiate; t_i = variația de timp.

După timpul la care se referă pot fi:

- *Serii cronologice de fluxuri (intervale)* sunt acele serii în care valorile caracteristicii studiate se înregistrează pe luni, trimestre, ani etc. Valoarea centralizată se poate obține prin cumularea unităților înregistrate.
- *Serii cronologice de stocuri sau de momente* sunt valorile caracteristicii obținute la diferite momente de timp (vezi capitolul 7. *Analiza statistică a seriilor cronologice*).

- **Seria teritorială** prezintă variația teritorială a caracteristicii analizate. În aceste serii, valorile caracteristicii se referă la unitățile teritoriale din care fac parte (vezi exemplul din tabelul 2.2). Aceste serii se obțin după criterii administrativ-teritoriale, ceea ce înseamnă că spațiul este variabil, timpul şi structura organizatorică fiind considerate constante. Aceste serii se reprezintă grafic cu ajutorul hărților sau sub formă de cartograme.

• **Seria de repartiție (de distribuție)** se folosește pentru gruparea datelor după o caracteristică atributivă (calitativă sau numerică).

Seriile obținute după o caracteristică calitativă corespund *clasificărilor* întâlnite curent în statistica de stat.

Seriile formate după variația unei caracteristici numerice se mai numesc *serii de variație*, iar al doilea șir este format, de regulă, din frecvențele corespunzătoare grupelor.

2.3.3. *Grafice statistice*

W. Plyfaif pune la punct construcția primelor grafice moderne în secolul al XVIII-lea și afirmă că, prin utilizarea graficelor, se pot imprima în memorie, în cinci minute, informații al căror studiu prin tabele ar necesita zile întregi. Graficul facilitează înțelegerea și memorarea, invitând la elaborarea intuitivă a ipotezelor cu privire la legitățile specifice obiectului cercetării, cu privire la conexiunile posibile cu alte fenomene etc.

Reprezentarea grafică este o imagine spațială, cu caracter convențional, care, prin diferite mijloace plastice de reprezentare, reliefează ceea ce este caracteristic, esențial pentru obiectul studiat.

Graficele statistice nu reprezintă decât o parte a reprezentărilor grafice întâlnite în literatura social-economică (organigrame, diagrame ergonomice, scheme logice etc.).

Graficele statistice pot fi folosite în următoarele scopuri:

– interpretarea vizuală a raportului de mărime dintre doi sau mai mulți indicatori statistici;
– interpretarea structurii și a mutațiilor de structură;
– interpretarea densității de repartiție a frecvențelor;
– interpretarea formelor de realizare a interdependențelor dintre două sau mai multe variabile;
– interpretarea tendințelor de dezvoltare a fenomenelor pentru etapa dată;
– popularizarea datelor statistice.

Elementele constructive ale unui grafic sunt:

– titlul graficului;
– rețeaua graficului;
– scara de reprezentare;
– graficul propriu-zis;

– note explicative, inclusiv legenda şi sursa informaţiilor utilizate la construirea graficului.

Principiul de bază al reprezentării grafice a unei distribuţii statistice îl constituie proporţionalitatea. Pentru a respecta acest principiu, graficele trebuie să conţină o serie de elemente precise care le definesc (prezentate anterior ca elemente constructive).

Titlul graficului trebuie să fie scurt, clar, precis şi complet, să corespundă, pe cât posibil, titlului tabelului statistic ale cărui date le reprezintă. El cuprinde informaţii despre obiectul reprezentat, timpul şi spaţiul la care se referă datele şi unitatea de măsură. De regulă, titlul se trece deasupra figurii graficului.

Reţeaua graficului este constituită din totalitatea liniilor ajutătoare folosite la construirea graficului propriu-zis, fiind suportul acestuia. Construirea reţelei grafice presupune respectarea unor reguli:

– liniile reţelei trebuie să se profileze vizibil, dar nu prea accentuat, astfel încât să faciliteze citirea graficului;

– alegerea formei reţelei se face în funcţie de scopul în care se foloseşte graficul etc. Este recomandat ca forma reţelei să ţină seama de sistemul axelor de referinţă faţă de care se construieşte graficul.

Majoritatea graficelor statistice au la bază sistemul de axe rectangulare, cadranul I (figura 2.1). În practică, se folosesc reţele rectangulare, reţele curbilinii, reţele de cercuri concentrice, sectoare de cerc.

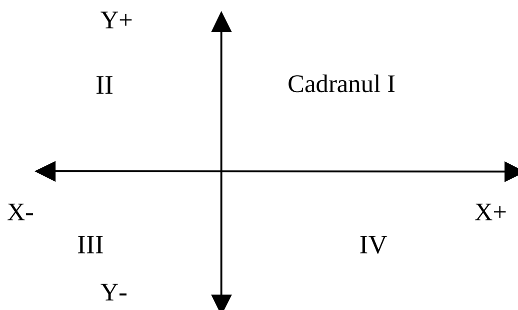


Figura 2.1. *Sistemul de axe rectangulare*

Scara de reprezentare stabileşte relaţia dintre unitatea grafică de măsură şi unitatea de măsură a caracteristicii studiate. Cu ajutorul scării se gradează axele graficului şi se măsoară coordonatele punctelor. Scara se

construieşte ținând seama de ordinul de mărime al indicatorilor de reprezentat, de gradul şi forma de variație dintre ei şi de scopul urmărit. Alegerea unității de lungime a scării se face în aşa fel încât să surprindă forma reală de variație a indicatorilor de reprezentat. Dacă se prezintă corelat mai multe caracteristici statistice, atunci scările de reprezentare trebuie stabilite, astfel încât să poată cuprinde toate valorile indicatorilor şi să redea, într-o formă armonioasă, proporția, dintre ele.

Scările de reprezentare pot fi:

– *uniforme,* când diviziunile cotate pe suportul scării sunt echidistante între ele (scara aritmetică);

– *neuniforme*, când distanțele variabile dintre punctele cotate sunt stabilite pe baza unei funcții curbilinii (scara logaritmică, scara binomială etc.).

Alegerea scării se face astfel încât să asigure vizualizarea corectă a proporțiilor reale dintre elementele care compun colectivitatea.

Scările pot fi *rectilinii* sau *curbilinii*, după cum suportul este o dreaptă sau o curbă. Dintre rețelele curbilinii, care folosesc sistemul coordonatelor polare, mai importantă este diagrama polară, ce foloseşte în reprezentare cercuri concentrice, fiind folosită, în special, pentru reprezentarea sezonalității unui fenomen economic.

Legenda graficului reprezintă explicarea concisă a semnelor convenționale, măsurilor şi culorilor folosite. Unele explicații sunt trecute chiar în spațiul grafic sau există şi varianta când titlul graficului este suficient de detaliat, astfel încât legenda poate să lipsească.

Sursa datelor este obligatorie în toate cazurile când se folosesc date reale. Ea se trece sub rețeaua fiecărui grafic pentru a identifica proveniența indicatorilor cuprinşi în grafic.

Notele explicative se folosesc pentru a interpreta corect graficul. Ele pot fi trecute sub rețeaua graficului sau în subsolul paginii, pentru a atrage atenția asupra unui procedeu special de calcul statistic sau asupra modului lor de prezentare în grafic.

Graficul propriu-zis este alcătuit dintr-o mulțime de puncte, linii (drepte, curbe, frânte), figuri geometrice în plan sau în spațiu, simboluri natural convenționale construite proporțional.

Tipuri de reprezentări grafice. Se aleg, în principal, în funcție de natura seriilor statistice.

Seriile de timp pot fi reprezentate prin *cronograme* sau *diagrame polare.*

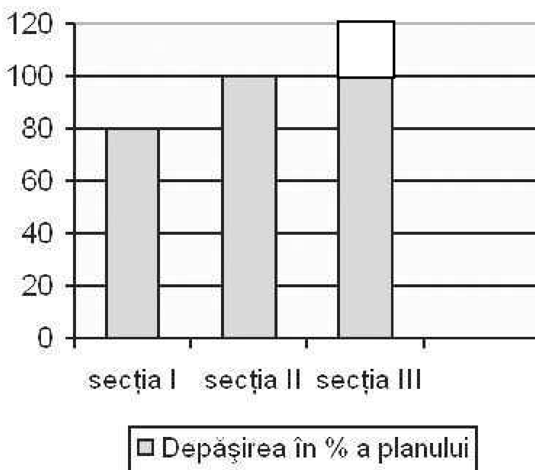
Seriile de spațiu se reprezintă prin *cartograme* sau *cartodiagrame.*

Cele mai frecvente tipuri de grafice sunt: graficele prin coloane sau benzi, grafice prin figuri geometrice de suprafață sau de volum. Ele permit evidențierea rapidă a relațiilor obiective dintre indicatorii prezentați. Ele se folosesc în popularizarea unor aspecte din viața socio-economică, pentru a reda imaginea unui fenomen în evoluția lui în timp, când distanțele dintre perioade sunt mari şi inegale.

Graficul prin coloane se recomandă mai ales atunci când numărul datelor reprezentate nu este prea mare şi graficul este sugestiv. Se reprezintă în cadranul I din sistemul de axe rectangulare, unde OX va fi baza coloanelor sub formă de dreptunghi (bazele coloanelor vor fi egale), iar pe OY se stabileşte o scară a procentajului (%). Între coloane se lasă un spațiu liber, egal cu mărimea bazei coloanei (dacă sunt puține coloane de reprezentat) sau cu jumătate din baza coloanei în caz contrar. Înălțimea coloanei este proporțională cu valoarea indicatorilor de reprezentat.

Exemplu: La o firmă cu 3 secții de producție se urmăreşte îndeplinirea programului de producție. Astfel, în trimestrul I 2003 acesta a fost îndeplinit de secția I în proporție de 80%, de secția II – 100% şi de secția III – 120%. Reprezentarea grafică este următoarea:

Titlu: Graficul îndeplinirii planului de producție la firma „X”



Scara: pe OY 1 cm reprezintă 20%.

Figura 2.2. *Reprezentarea grafică prin coloane*

OBSERVAȚIE! La construirea acestor grafice nu se admite întreruperea scării, coloanele trebuie să fie neîntrerupte chiar de la linia de bază.

După modul de exprimare a caracteristicii, pot fi:

- ***pentru serii unidimensionale*** exprimate cifric:
  – histograma;
  – poligonul frecvențelor;
  – curba frecvențelor (curbe de densitate);
- ***pentru serii unidimensionale*** cu atribut calitativ:
  – diagrame de structură;
- ***pentru serii bidimensionale***:
  – corelograma (diagrama norului de puncte).

2.3.3.1. Prezentarea seriilor statistice unidimensionale

Distribuția statistică unidimensională prezintă corespondența dintre două tipuri de date statistice, sistematizate într-o succesiune logică: primul şir reprezintă valorile caracteristicii de grupare, iar al doilea şir reprezintă frecvențele de apariție.

Pentru o colectivitate C, cu „p" elemente ordonate după o variabilă X cu valorile (x_1 x_2 --- x_p), fiecărei valori x_i îi corespunde o frecvență absolută n_i. Seria statistică, definită de cuplul (x_i,n_i), apare astfel:

$$X \begin{pmatrix} x_1 & x_2 & --- & x_p \\ n_1 & n_2 & --- & n_p \end{pmatrix} \text{ cu } i = \overline{(1, p)}$$

Orice nivel (x_i) al caracteristicii de grupare cu frecvența ei de apariție (n_i) formează termenul distribuției (x_i, n_i), elementul de bază al seriei statistice.

Noțiunea de *frecvență* se referă la numărul unităților statistice ce corespund grupelor de unități obținute ca rezultat al centralizărilor.

Şirurile de valori dintr-o serie pot fi exprimate fie sub forma indicatorilor absoluți, fie ca indicatori derivați.

Folosim notațiile:

n_i = frecvența absolută (se exprimă în unități concrete);

n_i^* = frecvențe relative.

Frecvenţa relativă (n_i^*) se calculează ca un indicator relativ de structură (ca raport între parte şi întreg):

$$n_i^* = \frac{n_i}{\sum_i n_i} \quad \text{sau} \quad n_i^* = \frac{n_i}{\sum_i n_i} * 100$$

e: $\sum n_i^* = 1$ şi $\sum n_{i\%}^* = 100\%$

Poate fi exprimată sub formă de coeficient (de câte ori) sau sub formă de procent (cât la sută), reprezentând partea considerată într-un întreg.

Frecvenţa cumulată. Frecvenţa poate fi cumulată atât în formă absolută (N_i), cât şi relativă (N_i^*) şi exprimă numărul unităţilor, respectiv ponderile lor faţă de total, centralizate crescător sau descrescător nivelului considerat al caracteristicii. Cumularea frecvenţelor se face:

$N_1 = n_1$ $\qquad$ $N_1^* = n_1^*$

.
.
.

$N_i = N_{i-1} + n_i$ $\qquad$ $N_i^* = N_{i-1}^* + n_i^*$

.
.
.

$N_p = N_{p-1} + n_p$ $\qquad$ $N_p^* = N_{p-1}^* + n_p^*$

Elementele unei distribuţii statistice unidimensionale se pot prezenta într-un tabel simplu (tabelul 2.4):

Tabelul 2.4

Intervale de grupare	Frecvenţa absolută	Frecvenţa relativă	Frecvenţa absolută cumulată	Frecvenţa relativă cumulată
$x_{i-1} - x_i$	n_i	n_i^*	N_i	N_i^*
Total	n	1	-	-

A. ***Reprezentarea grafică a unei distribuţii unidimensionale***

Dintre graficele folosite în reprezentarea grafică a distribuţiilor unidimensionale amintim: histograma, poligonul frecvenţelor, curba cumulativă a frecvenţelor, curba de concentrare (Lorentz).

Histograma se foloseşte pentru reprezentarea seriilor de distribuţie de frecvenţe. Se construieşte în cadranul I din sistemul axelor rectangulare astfel: pe OX se trec intervalele de valori, respectând principiul ca intervalele egale să fie reprezentate prin distanţe egale, iar pe OY se trec frecvenţele absolute corespunzătoare.

Pe axe se va face în origine o întrerupere de canal cu două linii mici paralele, pentru ca apoi să se plece de la valorile minime înregistrate atât de caracteristică, cât şi de frecvențe. Pe axa ordonatelor (OY) se construieşte o scară a frecvențelor în funcție de mărimea frecvenței maxime.

Histograma se construieşte sub forma unor dreptunghiuri lipite, cu baza pe OX, mărimea lor fiind egală la bază cu mărimea intervalului de variație respectiv. Înălțimea dreptunghiului va fi dată de frecvența corespunzătoare fiecărui interval de variație. Histograma arată forma de repartiție, densitatea de repartiție a frecvențelor, cât şi gradul de asimetrie al seriei.

EXEMPLU: Prezentarea distribuției salariaților după vechime (ani):

Tabelul 2.5

Gruparea salariaților după vechime	Număr salariați n_i	Frecvențe cumulate		Centrul de interval $c_i(x_i)$
2-8	6	6	50	5
8-14	11	17	44	11
14-20	13	30	33	17
20-26	12	42	20	23
26-32	4	46	8	29
32-38	4	50	4	35
Total	50	-	-	-

Repartiția salariaților după vechime

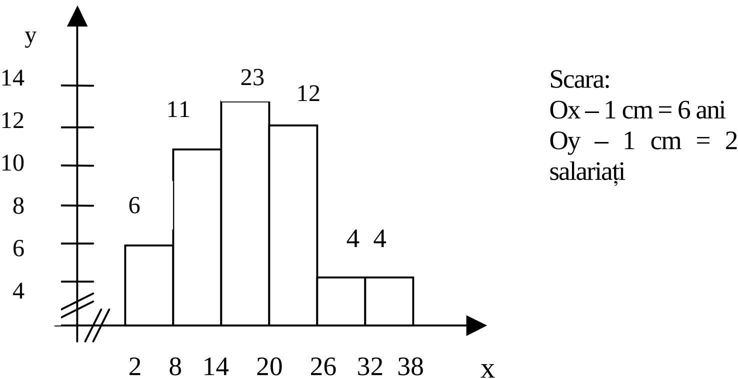


Figura 2.3. *Histograma*

OBSERVAȚIE! Graficul ne arată o serie uşor asimetrică.

Poligonul frecvențelor se foloseşte tot de cadranul I din sistemul de axe rectangulare, unde: pe OX se trec intervalele de variație sau centrele de interval, iar pe OY se construieşte scara frecvențelor. Fiecărui centru de interval îi corespunde o frecvență, iar la intersecția lor se pune un punct. Punctele se vor uni cu linii frânte, obținând astfel poligonul frecvențelor.

Vom construi poligonul frecvențelor tot după exemplul prezentat în tabelul 2.5:

Repartiția muncitorilor după vechime

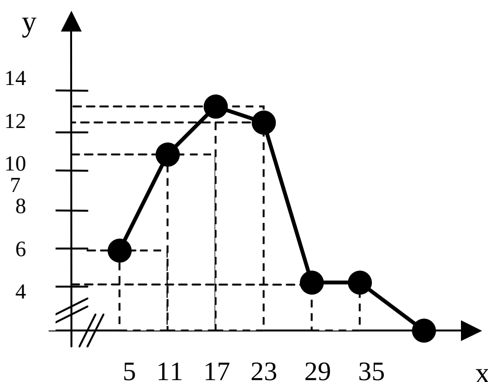


Figura 2.4. *Poligonul frecvențelor*

OBSERVAȚIE! Semnificația indicatorilor sintetici, calculați pentru o astfel de distribuție, foloseşte la analiza gradului de omogenitate al seriei.

Curba cumulativă a frecvențelor se foloseşte când se determină pe grafic valorile mediilor de poziție (mediana, cuartile, decile). Se construieşte pe baza frecvențelor cumulate. Operația de cumulare crescătoare a frecvențelor arată partea din colectivitate statistică pentru care valoarea caracteristicii este mai mică decât x. În operația de cumulare descrescătoare, frecvența cumulată indică numărul total al unităților care au nivelul caracteristicii superior lui x. Se construieşte în cadranul I din sistemul de axe rectangulare, unde: pe OX se vor lua centrele de interval (sau intervalele de variație), iar pe OY frecvențele cumulate. Pe grafic vor apărea două curbe care unesc punctele de coordonate dintre limitele

inferioare, respectiv superioare şi frecvenţele cumulate pentru curba crescătoare şi corespunzător similar pentru cea descrescătoare. Punctul de intersecţie a celor două curbe va marca tendinţa de asimetrie a seriei prezentate grafic (vezi figura 2.5).

Repartiţia muncitorilor după vechime

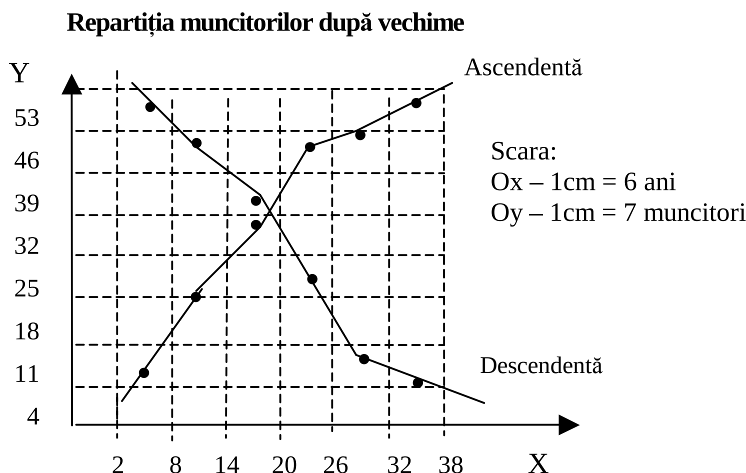


Figura 2.5. *Curba cumulativă a frecvenţelor*

Curba cumulativă a frecvenţelor se mai numeşte şi ogivă, în cazul în care seria prezintă un pronunţat accent de simetrie a distribuţiei frecvenţelor în raport cu frecvenţa maximă, ce corespunde valorii centrale a caracteristicii.

Curba de concentrare (Lorentz) se numeşte astfel după numele celui care a utilizat-o prima dată. Se construieşte pe baza frecvenţelor relative cumulate, ajutând la studierea fenomenelor de concentrare sau de diferenţiere. Pentru construirea ei se parcurg următorii paşi:

– se calculează frecvenţele relative;

– se cumulează crescător frecvenţele relative;

– se calculează greutăţile specifice ale caracteristicii şi se cumulează crescător.

Curba lui Lorentz se construieşte în cadranul I. Pe axa OX se reprezintă frecvenţele relative cumulate, iar pe OY greutăţile specifice

cumulate. Perechile de valori corespunzătoare fiecărei grupe se marchează prin puncte în grafic. Unind punctele alăturate prin segmente de dreaptă se obţine curba de concentrare şi linia perfectei egalităţi a frecvenţelor se numeşte **aria de concentrare**. Cu cât aria de concentrare este mai mare, cu atât concentrarea este mai puternică.

EXEMPLU: Folosim gruparea agenţilor economici după mărimea profitului.

Tabelul 2.6. *Gruparea agenţilor economici după mărimea profitului* (mld. lei)

Gruparea agenţilor după profit	Număr agenţi economici			Profitul estimat		
	n_i	$n^*_{i\%}$	$n^*_{i\%}$ cumulat	x_i	$g_{i\%}$	$g_{i\%}$ cumulat
5-10	5	2,5	2,5	190	1,88	1,88
10-15	30	15	17,5	1260	12,47	14,35
15-20	40	20	37,5	1840	18,22	32,57
20-25	50	25	62,5	2500	24,75	57,32
25-30	30	15	77,5	1620	16,04	73,36
30-35	25	12,5	90	1450	14,36	87,72
35-40	20	10	100	1240	12,28	100
Total	200	100		10100	100	

Graficul agenţilor economici după mărimea profitului

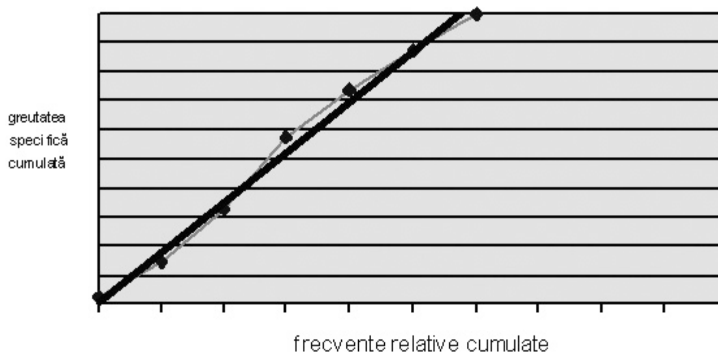


Figura 2.6. *Curba de concentrare Lorentz*

Din grafic, rezultă că 77,5% din totalul agenţilor economici concentrează 73,36 din profitul total, deci concentrarea este scăzută.

Dacă avem de comparat date pentru trei sau patru perioade, vom construi un număr corespunzător de curbe de concentrare pe acelaşi grafic.

B. ***Reprezentarea grafică a diagramelor de structură***

Diagramele de structură sunt folosite frecvent în prezentarea datelor statistice pentru interpretarea mutaţiilor intervenite în structura pe ramuri sau pe plan teritorial. Aceste diagrame pot fi folosite pentru orice colectivitate împărţită în grupe după variaţia uneia sau a mai multor caracteristici statistice. Aceste diagrame presupun un raport de proporţionalitate între suprafaţa figurii geometrice (pătrat, cerc, dreptunghi) şi totalul structurii de 100%. Fiecare figură geometrică se va împărţi în atâtea părţi câte are colectivitatea cercetată, părţile se vor distinge prin haşurarea sau colorarea diferită. Semnificaţia haşurilor sau culorilor utilizate se va prezenta în legenda graficului.

Dreptunghiul de structură se poate construi în cadranul I, cu baza pe OX de mărimea dorită, iar înălţimea este dată de cele 100 procente marcate pe axa OY. În interiorul dreptunghiului se construiesc dreptunghiuri mai mici, suprapuse, cu suprafeţele proporţionale cu ponderea părţilor în colectivitate.

Exemplu: Vrem să reprezentăm structura pe sexe a populaţiei României. Se consideră că populaţia masculină este de 49% şi cea feminină de 51% (figura 2.7).

Structura pe sexe a populaţiei României

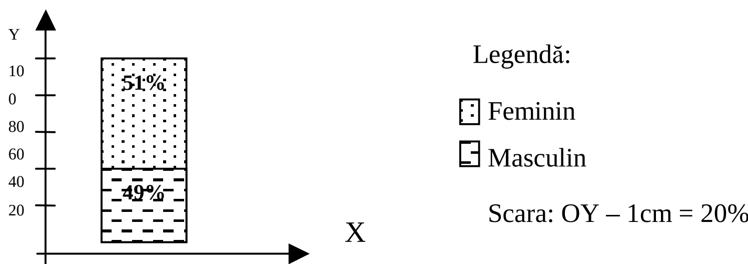


Figura 2.7. *Dreptunghiul de structură*

Structura pe sexe a populației României

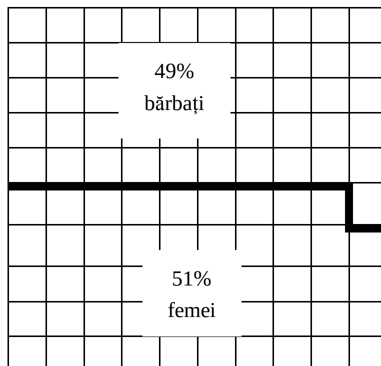


Figura 2.8. *Pătratul de structură*

Cercul de structură constă în reprezentarea părților componente prin sectoare de cerc. Suprafața cercului se consideră proporțională cu volumul colectivității (360^0 = 100%). Mărimea sectoarelor de cerc se calculează pe baza relației de proporționalitate (3,0^0 = 1%), ele fiind proporționale cu ponderea părților în colectivitate.

Pătratul de structură. Se construieşte un pătrat a cărui suprafață, conform cu relația de proporționalitate, este echivalentă cu 100%. Suprafața pătratului se împarte în 100 pătrate mai mici, fiecare având aria egală cu 1%. Se separă apoi prin haşuri diferite, numărul de pătrate corespunzător fiecărei părți a populației.

C. ***Reprezentarea grafică a seriilor de timp***

Reprezentarea grafică a seriilor de timp (cronologice) se realizează cu ajutorul cronogramei şi a diagramelor polare.

Cronograma se foloseşte pentru a desprinde tendința de dezvoltare a fenomenelor pe fiecare etapă analizată. Se construieşte în cadranul I; pe axa absciselor (OX) se construieşte scara timpului, iar pe axa ordonatelor (OY), scara valorilor seriei cronologice. La stabilirea scării timpului şi nivelurilor trebuie să se respecte proporționalitatea, pentru că raportul dintre scări are o importanță mare asupra formei curbei şi poate da o imagine denaturată asupra dezvoltării fenomenului.

EXEMPLU: Producția unui produs în perioada 1995-2002.

Tabelul 2.7

Anii	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002
Cantitatea (mii tone)	31	38	40	45	49	50	56	60

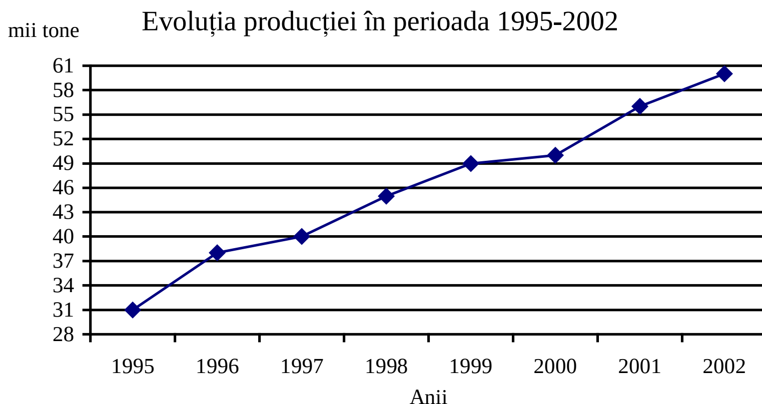


Figura 2.9. *Cronograma*

OBSERVAȚIE! Graficul se marchează prin puncte în plan ce se unesc prin segmente de dreaptă în ordinea curgerii timpului.

Diagrama polară (radială) ajută la interpretarea gradului şi formei de variație sezonieră. În statistica social-economică se întâlnesc frecvent fenomene care prezintă variații sezoniere săptămânale, trimestriale etc., ca de exemplu, consumul casnic de gaze naturale, consumul de bere şi băuturi răcoritoare ş.a. Fenomenele cu caracter sezonier sunt specifice îndeosebi activităților din turism, comerț şi agricultură.

La construirea graficului se foloseşte o rețea de cercuri concentrice, iar raza este proporțională cu nivelul mediu al indicatorilor; cercul se împarte în atâtea părți câți indicatori sunt. Drept abscisă serveşte circumferința cercului pe care se notează timpul, iar ca ordonată raza sau poziția razei, pe care se notează cantitățile.

La trasarea graficului se procedează astfel:

- se calculează media lunară, trimestrială etc. a indicatorului de reprezentat în funcție de variația acestuia;

• lungimea razei se consideră egală cu media indicatorului şi se trasează cercul;

• circumferința cercului se împarte în atâtea părți egale, câți indicatori are perioada de timp respectivă (4 pentru trimestre, 12 pentru ani);

• dacă valoarea unui indicator depăşeşte media valorilor individuale, atunci se vor prelungi cele două raze în afara cercului, iar dacă valoarea lor este mai mică, atunci se vor îngroşa razele numai până la punctele corespunzătoare acesteia.

După ce s-au fixat toate punctele pe rețeaua polară, se unesc aceste puncte prin linii frânte sau curbe. Comparând cu linia cercului de bază se poate interpreta cât este de mare variația fiecărei luni sau trimestru în raport cu valoarea care ar fi trebuit să fie realizată dacă fenomenul nu ar fi fost influențat de nivelul sezonier.

EXEMPLU: Producția trimestrială a fabricii „X”.

Tabelul 2.8

Trimestrul	I	II	III	IV	Media trimestrială
Producția (mii kg)	250	350	700	300	400

Scara: 1 cm = 100 mii kg (se foloseşte un cerc cu raza R = 4 cm).

Diagrama polară a producției trimestriale la fabrica „X”

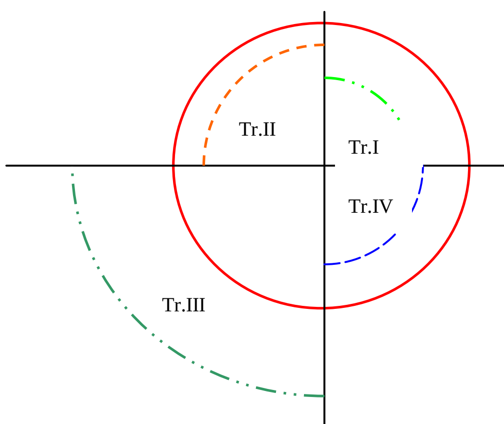


Figura 2.10. *Diagrama polară*

D. ***Reprezentări grafice pentru seriile de spaţiu***

Seriile de spaţiu (teritoriale) se pot reprezenta grafic prin cartogramă şi cartodiagramă.

Cartograma prezintă distribuţia în spaţiu a intensităţii de manifestare a unui fenomen. Construirea graficului presupune:

– gruparea unităţilor teritoriale după o variabilă considerată;

– construirea unei hărţi în care se delimitează unităţile teritoriale;

– haşurarea suprafeţelor unităţilor teritoriale în funcţie de intensitatea de manifestare a fenomenului studiat.

Cartodiagramele reprezintă un tip special de cartogramă, care constă dintr-o combinaţie a cartogramei cu diagramele (cerc, pătrat, coloane etc.) care se aplică pe cartogramă. Pe hartă se vor construi figurile geometrice amintite mai sus, pentru a reda volumul sau structura diferiţilor indicatori distribuiţi din punct de vedere teritorial. La întocmirea graficului se va ţine seama de obiectivul urmărit.

La reprezentarea grafică a distribuţiilor teritoriale ale diferiţilor indicatori se mai pot folosi şi figuri naturale sau simbolice, care sunt proporţionale cu valoarea indicatorilor de reprezentat.

2.3.3.2. Prezentarea distribuţiilor statistice bidimensionale

O **distribuţie bidimensională** prezintă variaţia unităţilor unei colectivităţi simultan după două caracteristici de grupare.

Fie o colectivitate C, cu n elemente şi două variabile: X cu valorile x_i, cu i = $\overline{1,n}$ şi Y cu valorile y_j , cu j = $\overline{1,p}$. Notăm cu n_{ij} frecvenţele comune ale celor două variabile. În cadrul unei distribuţii bidimensionale se disting două distribuţii marginale, în X, respectiv în Y şi (m+p) distribuţii condiţionate.

Distribuţiile marginale în X, respectiv în Y sunt definite de ansamblul cuplurilor: (x_i, $n_{i.}$), $i = \overline{1,m}$ şi (y_j, $n_{.j}$), $j = \overline{1,p}$, unde $n_{i.}$ reprezintă frecvenţele marginale corespunzătoare valorii x_i, iar $n_{.j}$ reprezintă frecvenţele marginale corespunzătoare valorii y_p, definite astfel:

$$n_{i.} = \sum_{j=1}^{p} n_{ij}; \qquad n_{.j} = \sum_{i=1}^{m} n_{ij}$$

Relațiile dintre frecvențele marginale şi parțiale. Suma frecvențelor marginale este egală cu suma frecvențelor parțiale:

$$\sum_{i=1}^{m} n_{i.} = \sum_{j=1}^{p} n_{.j} = \sum_{i}\sum_{j} n_{ij}$$

În funcție de modul de exprimare a variabilelor x,y se pot trata următoarele tipuri de distribuții bidimensionale:

– distribuții cu ambele variabile exprimate cantitativ;
– distribuții cu o variabilă exprimată cantitativ şi o variabilă exprimată atributiv;
– distribuții cu ambele variabile exprimate atributiv.

Distribuția bidimensională exprimată cantitativ se prezintă sub forma tabelului cu dublă intrare (tabelul 2.9), numit tabel de corelație.

Tabelul 2.9. *Model al tabelului cu dublă intrare*

x_i \ y_j	y_1	…	y_j	…	y_p	$n_{i.}$
x_1	n_{11}	…	n_{1j}	…	n_{1p}	$n_{1.}$
…	…	…	…	…	…	…
x_i	n_{i1}	…	n_{ij}	…	n_{ip}	$n_{i.}$
…	…	…	…	…	…	…
x_m	n_{m1}	…	n_{mj}	…	n_{mp}	$n_{m.}$
$n_{.j}$	$n_{.1}$	…	$n_{.j}$	…	$n_{.p}$	$n_{..} = \sum_i\sum_j n_{ij} = \sum_i n_{i.} = \sum_j n_{.j}$

Corelograma (Diagrama norului de puncte)

Reprezentarea grafică se realizează cu corelograma cunoscută sub denumirea „diagrama norului de puncte”. Se construieşte în cadranul I al sistemului de axe rectangulare. Pe axa OX (axa absciselor) se ia o scară a valorilor caracteristicii factoriale (x), iar pe OY (axa ordonatelor) valorile caracteristicii rezultative. Pe fiecare axă se va face întrerupere în origine cu două liniuțe paralele, pentru ca cele două scări de reprezentare să înceapă cu valorile cele mai apropiate de limitele inferioare înregistrate pentru cele două caracteristici.

La stabilirea scărilor de reprezentare pe cele două axe se recomandă să se asigure o anumită proporționalitate între ele în raport cu gradul de variație al celor două caracteristici. Dacă se asigură o proporție justă între

cele două scări de reprezentare, atunci graficul se va întocmi corect, şi cu ajutorul lui se va putea prezenta forma obiectivă în care se produce legătura, tipul de dependență dintre cele două variabile. Fiecare unitate, purtătoare a celor două caracteristici (x_i, y_j), se reprezintă pe grafic printr-un punct. Acest tip de grafic stabileşte existența, direcția legăturii, forma de legătură dintre cele două variabile. Pentru interpretarea legăturii putem folosi următoarele variante de grafice care se referă la funcțiile liniare:

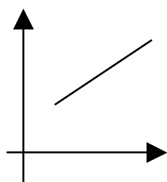


Figura 2.11.
Legătură liniară directă

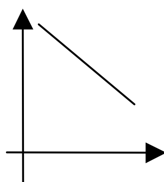


Figura 2.12.
Legătură liniară inversă

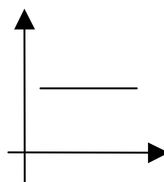


Figura 2.13.
Lipsă de legătură

Când punctele sunt situate aproximativ pe diagonala principală legătura este directă, iar concentrarea lor pe diagonala secundară ne arată o legătură inversă. Dacă punctele sunt împrăştiate pe întreg câmpul de corelație fără nici o regularitate, variabilele sunt independente între ele.

Legătura directă între cele două variabile poate fi şi neliniară, în acest caz, pe grafic, apărând o linie curbă. În legăturile social-economice cel mai frecvent apar hiperbole, parabole de gradul 2 sau ecuații exponențiale.

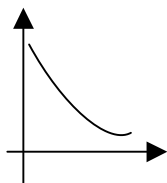


Figura 2.14.
Hiperbolă

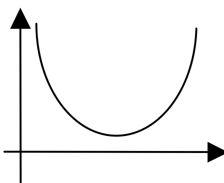


Figura 2.15.
Parabolă

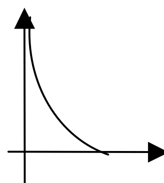


Figura 2.16.
Funcție exponențială

OBSERVAȚIE! Graficul prezintă avantajul că pe baza lui se poate constata nu numai existența legăturii şi sensul ei, dar mai ales forma către care tinde să se realizeze, deci se poate elabora o ipoteză statistică care să fie utilizată la aplicarea metodelor analitice de corelație.

EXEMPLU: Să se stabilească legătura dintre volumul desfacerilor la export (mil. lei) şi cheltuielile de publicitate (mil. lei) pentru produsele prezentate la export:

Volumul desfacerilor de mărfuri la export	Y	5	6	7	5	10	8	7	6
Cheltuieli de publicitate	X	0,1	0,12	0,5	0,2	1,0	0,7	0,6	0,4

Din analiza făcută asupra variabilelor se stabileşte că volumul mărfurilor desfăcute la export este influențat de cheltuielile de publicitate.

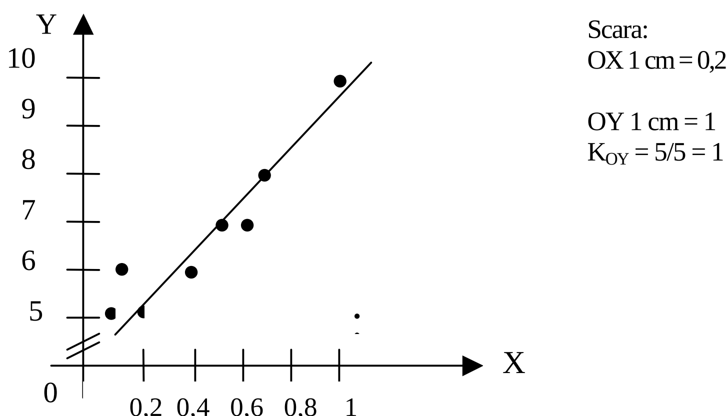


Figura 2.17. *Coxelograma (Diagrama norului de puncte)*

OBSERVAȚIE! Între cele două variabile există o legătură strânsă, directă, liniară. În continuare se pot face estimații cu ajutorul ecuației dreptei.

CONCEPTE-CHEIE: *prelucrarea statistică; centralizarea şi gruparea datelor statistice; tabel statistic; serie statistică; grafic statistic.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Definiți *prelucrarea statistică*, ca etapă a cercetării.
2. Ce tehnici de prelucrare statistică cunoaşteți? Enumerați-le.
3. Definiți noțiunea de *centralizare a datelor statistice*.
4. Definiți *gruparea statistică*. Enumerați tipurile de grupări statistice.
5. Care sunt condițiile pe care trebuie să le îndeplinească o grupare statistică indiferent de scopul şi obiectul lor? Definiți noțiunile de: *completitudine, unicitate, omogenitate, continuitatea variației grupelor*.
6. Enumerați etapele necesare efectuării unei grupări statistice.
7. Ce este *caracteristica de grupare*?
8. Cum se stabileşte numărul de grupe (r)?
9. Cum se procedează la alegerea intervalului de grupare (h)?
10. Enumerați posibilitățile de prezentare a datelor statistice.
11. Ce este *un tabel statistic*?
12. Ce tipuri de tabele statistice cunoaşteți?
13. Ce este *o serie statistică*? Care sunt tipurile de serii statistice?
14. Cum definiți noțiunea de *grafic statistic*?
15. Enumerați şi definiți elementele constructive ale unui grafic.
16. Câte tipuri de grafice cunoaşteți?
17. Ce este *o distribuție statistică unidimensională*?
18. La ce se referă noțiunea de *frecvență*?
19. Definiți noțiunile de: *frecvență absolută, frecvență cumulată, frecvență relativă*. Formule de calcul.
20. Cum definiți *o distribuție bidimensională*? Dar *o distribuție marginală*?
21. Care sunt tipurile de grafice adecvate reprezentării unei distribuții unidimensionale? Dar unei distribuții bidimensionale?

3. INDICATORI STATISTICI

3.1. Noțiunea de *indicator statistic*. Tipuri de indicatori

Surprinderea variabilității din forma de manifestare a fenomenelor de masă necesită elaborarea de către statistică a unor metodologii şi tehnici de transformare şi aplicare a unor operații speciale de calcul, pentru obținerea unor determinări cantitativ-numerice, denumite generic **indicatori statistici**.

Indicatorul statistic, în forma sa generală, este expresia numerică a manifestărilor unor fenomene, procese, activități sau categorii economice şi sociale, delimitate în timp, spațiu şi structură organizatorică.

Deci, indicatorul statistic cuprinde două părți:

- *o parte noțională*, cu care se defineşte conținutul şi pentru care se stabileşte o metodologie unică de calcul;
- *expresia numerică*, concretizată ca timp, spațiu şi delimitare organizatorică.

Pentru cunoaşterea fenomenelor de masă, indicatorii statistici îndeplinesc mai multe funcții: de măsurare, de comparare, de analiză sau sinteză, de estimare, de verificare a ipotezelor şi/sau de testare a semnificației parametrilor utilizați.

Simpla enumerare a principalelor funcții ale indicatorilor statistici pune în evidență multitudinea de aspecte care trebuie avute în vedere la elaborarea şi folosirea acestora în analiză; inclusiv stabilirea condițiilor şi limitelor în care pot fi utilizați indicatorii statistici în raport cu conținutul specific al fenomenelor, al surselor de informație de care se dispune în scopul cercetării.

După etapa în care apar în procesul cercetării statistice, indicatorii statistici pot fi primari şi derivați.

Indicatorii primari se obțin în procesul prelucrării primare prin operații de centralizare/agregare etc. a datelor, care provin dint-o observare totală sau parțială.

Indicatori derivați se obțin prin comparări, abstractizări, generalizări, sintetizări, prin aplicarea unor procedee specifice de prelucrare a mărimilor absolute sau relative a indicatorilor primari.

Indicatorii derivați au rolul de a pune în evidență *aspectele calitative* ale fenomenelor analizate, întrucât: exprimă relația dintre părțile colectivității, dintre diferite caracteristici; legăturile de interdependență dintre fenomene sau valori tipice, care se formează în mod obiectiv; contribuția diverşilor factori la variația unui fenomen complex etc. Indicatorii derivați se obțin frecvent din comparare, dar şi din alte metode de calcul.

Comparațiile dintre date pot fi făcute *prin diferență* sau *prin raportare.*

Compararea prin diferență a datelor se referă la unități de timp diferite, părți diferite din colectivitate, rezultând un indicator derivat: ***modificare absolută*** sau **diferență absolută**. Acest indicator semnifică creşterea sau reducerea absolută (economia sau pierderea absolută).

Compararea prin raportare conduce la obținerea unui indicator derivat **mărimi relative** sau **indicatori relativi**.

3.2. Indicatori relativi

O primă etapă în trecerea de la mărimi absolute primare la indicatorii derivați (de la concret la abstract) o reprezintă calculul şi analiza indicatorilor relativi.

Prin definiție, o **mărime relativă** exprimă numeric proporțiile indicatorului primar în raport cu indicatorul bază de raportare.

Pentru calculul mărimilor relative trebuie respectate următoarele cerințe:

– între termenii comparației să existe o corespondență logică, de condiționare sau de cauzalitate;

– termenii comparați să fie comparabili din punctul de vedere al conținutului, sferei de cuprindere, metodologiei de calcul, unităților de măsură, surselor de informații etc.;

– baza de comparație să aibă o anumită semnificație în evoluția fenomenului studiat.

Asigurarea comparabilității presupune efectuarea în prealabil a unei analize calitative a datelor de care dispunem. Mărimile relative se exprimă fie în coeficienți, fie în unități de măsură concrete, în procente, promile etc.

În funcție de scopul analizei, a direcției în care se efectuează comparația, mărimile relative sunt: *de structură, de intensitate, de dinamică, de coordonare şi ale programării (planificării).*

Asigurarea comparabilității datelor este o cerință esențială care trebuie satisfăcută înaintea calculării mărimilor relative.

• **Mărimi relative de structură (M.R.S.)** se mai numesc ponderi sau greutăți specifice şi sunt utilizate pentru analiza structurii diferitelor colectivități statistice.

M.R.S. exprimă raportul părților față de întreg şi oferă informații despre structurile calitativ distincte ale populației statistice.

Într-o serie statistică, *ponderea* sau *greutatea specifică* (g_i) a unui element în totalul colectivității ($\sum x_i$) va fi:

$$g_i = \frac{x_i}{\sum_{i=1}^{m} x_i} * 100 \text{ sau } g_i = \frac{\sum_{j=1}^{r} x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{r} x_{ij}} * 100, \; i = \overline{1,m}; \; j = \overline{1,r} \qquad (3.1)$$

Mărimile relative care arată în ce raport se află numărul unităților din fiecare grupă (n_i) față de unitățile din întreaga colectivitate ($\sum n_i$) se numesc *frecvențe relative*:

$$n_i^* = \frac{n_i}{\sum n_i} * 100, i = \overline{1,m} \qquad (3.2)$$

Proprietăți:

– suma mărimilor relative de structură (M.R.S.) este egală cu 1 (dacă sunt exprimate sub formă de coeficienți);

– suma M.R.S. este egală cu 100 (dacă sunt exprimate sub în procente).

Graficul mărimilor relative de structură se realizează prin diagrame de structură.

- **Mărimi relative de coordonare (M.R.C.)**

M.R.C. se folosesc pentru a compara două grupe ale aceleiaşi colectivităţi sau două colectivităţi situate în spaţii diferite, dar coexistente în timp.

Notăm cu X_A şi X_B nivelurile pe grupe ale variabilei studiate pentru o colectivitate împărţită în două grupe, astfel mărimea relativă de coordonare va fi:

$$k_{A/B} = \frac{X_A}{X_B} \quad \text{sau} \quad k_{B/A} = \frac{X_B}{X_A} \qquad (3.3)$$

Se poate observa că direcţia de comparare nu este unică: oricare dintre termenii comparaţiei pot fi luaţi bază de comparare. De regulă, aceste mărimi se exprimă sub formă de coeficient.

M.R.C. se folosesc în studiul variaţiei teritoriale, astfel au caracter de indici teritoriali. Indicii teritoriali stau la baza comparaţiilor pe plan naţional (între judeţele ţării), pe plan internaţional (între ţări) sau pe zone geografice (continente).

Reprezentarea grafică a M.R.C. se poate face:

– prin *benzi* şi *coloane*, stabilind în acest fel relaţiile existente între diferite părţi ale aceleiaşi colectivităţi;

– prin *cartograme*, *cartodiagrame*, în studiul variaţiei teritoriale (judeţe).

- **Mărimi relative de intensitate (M.R.I.)**

M.R.I. se calculează ca raport între doi indicatori absoluţi, de natură diferită, între care există o relaţie de interdependenţă.

M.R.I. se exprimă în unităţi concrete de măsură şi poate fi calculată după relaţia:

$$x_i = \frac{y_i}{z_i} \qquad (3.4)$$

unde: x_i = mărimea relativă de intensitate;
y_i = variabila fenomenului de raportat;
z_i = variabila fenomenului ales bază de raportare.

Din relație rezultă că variabila depinde de doi factori: unul de natură extensivă (cantitativă) z_i, care poate fi asimilat frecvențelor absolute şi astfel este direct însumabil; altul de natură intensivă (calitativă) x_i, care nu poate fi însumat direct.

EXEMPLU. Nivelul productivității muncii (W) se calculează ca raport între nivelul producției (q) şi timpul de muncă consumat pentru producerea acesteia (T): $W = \frac{q}{T}$

Nivelul total al caracteristicii (x_i) se calculează prin raportarea nivelului totalizat al caracteristicii (y_i) la nivelul totalizat al caracteristicii, conform relației: $X = \frac{\sum y_i}{\sum z_i}$ (3.5)

Mărimile de intensitate au largi aplicații în:

– industrie (coeficientul mecanizării, automatizării, utilizării intensive, integrale a utilajului);

– agricultură (coeficientul chimizării, irigațiilor, recolta medie la hectar);

– turism (indicatorii eficienței activității de turism etc.);

– demografie (coeficienții mişcării naturale şi migratorii ai populației).

Calculul acestor indicatori permite aprofundarea analizei fenomenelor studiate, dar se impune ca la interpretarea lor să avem în vedere şi nivelul indicatorilor absoluți din care s-au calculat.

Ca reprezentare grafică se pot folosi: diagrama prin coloane, diagrama prin figuri geometrice de suprafață (dreptunghi, pătrat etc.).

• **Mărimi relative ale programării (planificării) (M.R.PL.)** se calculează în economia de piață la nivelul unităților economice, fiind necesare elaborării programului de aprovizionare, producție sau desfacere pe termene scurte sau lungi. Calculul acestor mărimi presupune preluarea din evidențele unității economice analizate a informațiilor despre:

– nivelul fenomenului analizat în perioada de bază (x_0);

– nivelul planificat al aceluiaşi fenomen într-o perioadă curentă (x_{pl});

– nivelul realizat al acestuia în perioada curentă (x_1).

Din comparația sub formă de raport a celor trei nivele rezultă:

▪*mărimea relativă a sarcinii de plan*

$$K_{pl/0} = \frac{X_{pl}}{X_0}.100 \text{, coeficientul sarcinii de plan} \quad (3.6)$$

▪ *mărimea relativă a îndeplinirii planului*

$$K_{1/pl} = \frac{X_1}{X_{pl}}.*100 \text{, coeficientul îndeplinirii planului} \quad (3.7)$$

▪*mărimea relativă a dinamicii*

$$K_{1/0} = \frac{X_1}{X_0}*100 \text{, coeficientul dinamicii} \quad (3.8)$$

Între cei trei coeficienți se stabilește relația:

$$K_{1/0} = K_{pl/0} * K_{1/pl} \quad (3.9)$$

Dacă se dispune de date la nivel parțial putem calcula M.R.PL. la nivel de ansamblu:

$$\overline{K}_{pl/0} = \frac{\sum X_{pl}}{\sum X_0} \cdot 100 \quad (3.10)$$

$$\overline{K}_{1/pl} = \frac{\sum X_1}{\sum X_{pl}} \cdot 100 \quad (3.11)$$

M.R.PL. se exprimă procentual. Adesea se reține numai valoarea ce depășește 100, arătând procentul de creștere programat. Coeficientul sarcinii de plan poate fi supraunitar sau subunitar. Interpretarea lui se face în funcție de conținutul indicatorului implicat în calcul și de corelația cu ceilalți indicatori ai activității economice.

M.R.PL. se reprezintă grafic prin diagrame prin coloane.

- **Mărimile relative ale dinamicii (M.R.D.)**

M.R.D. se folosesc în scopul caracterizării statistice a evoluției în timp a fenomenului studiat. M.R.D. se calculează când avem două valori ale aceluiași indicator înregistrat în unități de timp diferite.

În funcție de baza de comparație aleasă putem calcula:

▪*mărimi relative ale dinamicii cu bază fixă*

$$K_{t/0} = \frac{X_t}{X_0}.100 \qquad (3.12)$$

▪*mărimi relative ale dinamicii cu bază mobilă (variabilă sau în lanț)*

$$K_{t/t-1} = \frac{X_t}{X_{t-1}}.100 \qquad (3.13)$$

M.R.D. se exprimă sub formă de coeficient sau procentual. Reprezentarea grafică se poate face prin cronogramă. În activitățile economico-sociale, M.R.D. se numește indice.

CONCEPTE-CHEIE: *indicator statistic (primar, derivat); mărime relativă (M.R.S., M.R.C., M.R.I., M.R.Pl, M.R.D.).*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Ce înțelegem printr-un *indicator statistic*?
2. Ce este un *indicator primar*?
3. Dar un *indicator derivat*?
4. Cum definim o *mărime relativă*?
5. Care sunt mărimile relative pe care le cunoașteți?
6. Definiți *M.R.S.; formule de calcul; reprezentare grafică*.
7. Definiți *M.R.C.; formule de calcul; reprezentare grafică*.
8. Definiți *M.R.I.; formule de calcul; reprezentare grafică*.
9. Definiți *M.R.P.L.; formule de calcul; reprezentare grafică*.
10. Definiți *M.R.D.; formule de calcul; reprezentare grafică*.

4. ANALIZA SERIILOR DE DISTRIBUȚIE UNIDIMENSIONALE

4.1. Indicatorii tendinței centrale

Riscul, în orice inițiativă a unei firme, este cu atât mai mic cu cât se cunosc mai bine manifestările individuale ale fenomenelor de masă din domeniul ei de activitate. Astfel, adoptarea unei decizii este precedată de cunoaşterea manifestărilor acestor fenomene social-economice de masă.

Fenomenele de masă se caracterizează, în principal, prin *variabilitatea* formelor de manifestare, determinate de acțiunea combinată, în sensuri diferite, a unui complex de factori sistematici sau întâmplători, esențiali sau neesențiali, identificați direct sau indirect.

Fenomenele de masă social-economice intră sub **incidența** aleatorului şi sub incidența **legilor statistice**. Acestea se manifestă nu la nivelul fiecărei unități din colectivitatea investigată, ci la nivelul colectivității, ca tendință. Abaterile de la tendință se compensează obiectiv reciproc. Prin urmare, fundamentarea deciziilor presupune cunoaşterea, la nivelul colectivității investigate, a tendinței, a ceea ce este esențial, comun şi stabil în formele individuale de manifestare a fenomenelor, în acest scop fiind necesar să se determine indicatorii statistici adecvați. Indicatorii cu care se caracterizează tendința centrală din forma de manifestare a fenomenelor de masă au ca principală funcție aceea de a **sintetiza** valorile individuale înregistrate ale caracteristicilor urmărite, astfel încât să fie posibilă *substituirea acestora fără să modifice esența şi relația obiectivă dintre date*.

Indicatorii sintetici ai tendinței centrale trebuie să fie valori tipice, care să fie reprezentative pentru întreaga colectivitate.

Indicatorii tendinței centrale se determină, în general, ca **indicatori medii** sau **indicatori de poziție**, în funcție de scopul urmărit în colectivitatea investigată.

4.1.1. *Indicatorii medii*

Pentru caracterizarea tendinței centrale din manifestarea unui fenomen de masă se calculează **media valorilor individuale** ale caracteristicii urmărite.

Media este o măsură a tendinței centrale, iar valoarea sa calculată sintetizează într-un singur nivel reprezentativ tot ceea ce este tipic, esențial, comun şi obiectiv în apariția şi manifestarea fenomenelor de masă.

Media se exprimă în *unități concrete de măsură*, dar are un *caracter abstract*, pentru că valoarea ei calculată poate să coincidă sau nu cu vreo valoare individuală înregistrată de variabila numerică urmărită. Ea are un conținut cu atât mai real, cu cât este mai reprezentativă şi cu cât valorile individuale din care se calculează sunt mai omogene, mai apropiate ca mărime, între ele. Numai în aceste condiții, în vecinătatea valorii medii se concentrează cele mai multe valori individuale înregistrate, iar sintetizarea lor într-o singură valoare se efectuează pe baza unei realități obiective.

Calculul mediei trebuie să se bazeze pe folosirea unui număr mare de cazuri individuale înregistrate, a căror variație să poată fi considerată ca întâmplătoare în raport cu întreaga masă de fenomene studiate.

De asemenea, calculul mediei trebuie să fie precedat de verificarea omogenității colectivității, după caracteristica urmărită. Dacă colectivitatea este eterogenă, chiar şi după eliminarea datelor aberante, atunci ea se structurează pe grupe omogene, iar apoi se calculează medii parțiale pe grupe. Astfel, media unei caracteristici pe întreg ansamblul caracteristicii, apare ca o sinteză a mediilor parțiale.

După natura caracteristicii urmărite, cât şi după scopul analizei, se calculează: media aritmetică $(\overline{X})$, media armonică ($\overline{X}_h$), media pătratică ($\overline{X}_p$), media geometrică ($\overline{X}_g$).

Media se calculează în funcție de natura obiectivă dintre date, dar şi în funcție de forma de repartiție a frecvențelor, ca medie simplă sau ponderată.

Mediile simple se folosesc atunci când repartițiile au frecvențe singulare sau când frecvențele tuturor valorilor caracteristicii sunt legate între ele şi deci se pot simplifica.

Mediile ponderate se utilizează pentru repartițiile în care fiecărei valori a caracteristicii i se poate ataşa o frecvență care diferă de la caz la caz.

➢**Media aritmetică ($\overline{X}$)**

Media aritmetică a valorilor individuale x_1, x_2,..., x_n ale caracteristicii numerice X reprezintă acea valoare ($\overline{X}$) care s-ar fi înregistrat dacă toți factorii de influență ar fi acționat constant (cu aceeaşi intensitate) la nivelul fiecărei unități înregistrate.

Astfel, dacă media aritmetică ($\overline{X}$) ar substitui fiecare valoare individuală x_i, (cu $i=\overline{1,n}$) valoarea totalizată obiectiv formată a caracteristicii nu s-ar modifica. Prin urmare, fiind obiectivă aditivitatea valorilor individuale, avem:

$$\sum x_i = n\overline{x} \qquad (4.1)$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{n} \qquad (4.2)$$

unde: $i=\overline{1,n}$;

x_i = nivelurile individuale ale variabilei;

n = numărul unităților observate.

Proprietăți ale mediei aritmetice utile în analiză:

1. Definiția mediei aritmetice este adevărată numai dacă *valorile individuale înregistrate sunt numerice*. Pentru o serie cu valori nenumerice sau cu valori măsurabile pe o scară nominală sau ordinală, nu se poate calcula media aritmetică.

2. Mărimea calculată a mediei aritmetice este unică: o serie nu posedă mai multe medii aritmetice distincte.

3. Mărimea mediei aritmetice poate să coincidă sau nu cu vreo valoare individuală înregistrată, dar precis se încadrează între valoarea minimă şi cea maximă.

$X_{min} < \overline{X} < x_{max}$

Această proprietate are rolul unui semnal de alarmă, arătând că dacă media se plasează peste aceste limite, rezultatul este în mod sigur eronat.

4. Prin definiție, media aritmetică este legată de toate valorile numerice înregistrate şi, în consecință, este sensibilă la prezența valorilor aberante. Astfel, seria (1,5,7,9,11,12,20,100) posedă o singură valoare aberantă. Media calculată din primele 7 valori ale seriei este $\overline{X}$ = 9,29, iar din toate valorile $\overline{X}$ = 20,63 ceea ce este nereprezentativ pentru serie.

5. Într-o colectivitate statistică suficient de mare, unde de obicei multe unități prezintă aceeaşi caracteristică (distribuție de frecvențe), media aritmetică se va calcula ca o medie ponderată. Formula de calcul este:

$$\sum_i x_i n_i = x_1 n_1 + ... + x_k n_k = \overline{x} n_1 + ... + \overline{x} n_k = \overline{x} \sum_i n_i \rightarrow$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_i x_i n_i}{\sum_i n_i} \qquad (4.3)$$

unde: k = numărul variantelor distincte;
n = frecvența variantei.

Dacă ținem seama de frecvențele relative $n_i^* = \frac{n_i}{\sum_i n_i}$,

relația devine: $$\overline{X} = \frac{\sum_{i=1} x_i n_i^*}{\sum_i n_i^*} \qquad (4.4)$$

– dacă $\sum_i n_i^* = 1 \rightarrow \overline{X} = \sum_i x_i n_i^*$

– dacă $\sum_i n_i^* = 100 \rightarrow \overline{X} = \frac{\sum_i x_i n_i^*}{100}$

6. Suma diferențelor dintre valorile individuale înregistrate şi media lor aritmetică este nulă. Această proprietate arată că, în condițiile acțiunii factorilor întâmplători, abaterile pozitive şi negative față de tendință, la nivelul ansamblului, se compensează reciproc.

Deci, $\sum_i (x_i - \overline{X}) = \sum_i x_i - n\overline{x} = n\overline{x} - n\overline{x} = 0$

7. Într-o serie statistică, dacă se micşorează sau se măresc toți termenii cu o constantă *a*, media calculată din termenii modificați va fi mai mică sau mai mare decât media termenilor reali cu constanta *a*.

$$\overline{X'} = \frac{\sum_i (x_i \pm a)}{n} = \frac{\sum_i x_i}{n} \pm \frac{na}{a} = \overline{X} \pm a \quad \text{(pentru seriile simple)}$$

$$\overline{X'} = \frac{\sum_i (x_i \pm a) n_i}{\sum_i n_i} =$$

$$= \frac{\sum_i x_i n_i}{\sum_i n_i} \pm a \frac{\sum_i n_i}{\sum_i n_i} = \overline{X} \pm a \quad \text{(pentru seriile de frecvențe)}$$

Deci, $\overline{X'} = \overline{x} \pm a$

unde: $\overline{X}$ = media termenilor inițiali;

$\overline{X'}$ = media termenilor măriți sau micşorați cu *a*.

8. Într-o serie statistică, dacă se împart sau se înmulțesc toți termenii seriei cu un factor constant *h* şi se face media noilor termeni, media astfel obținută va fi de *h* ori mai mică, respectiv mai mare, decât media seriei inițiale.

$$\overline{X''} = \frac{\sum_i \frac{x_i}{h}}{n} = \frac{1}{h} * \frac{\sum_i x_i}{n} = \frac{\overline{X}}{h}; \overline{X} = \overline{X''} * h \quad \text{(pentru seria simplă)}$$

$$\overline{X''} = \frac{\sum_i \frac{x_i}{h} n_i}{\sum_i n_i} = \frac{1}{h} * \frac{\sum_i x_i n_i}{\sum_i n_i} = \frac{\overline{X}}{h}; \overline{X} = \overline{X''} * h \quad \text{(pentru seria de frecvențe)}$$

Proprietățile de la puntele 7) şi 8) folosesc la calculul simplificat al mediei aritmetice:

$$\overline{X} = \frac{\sum_i \left(\frac{x_i - a}{h}\right)}{n} * h + a \quad \text{(pentru seria de simplă)}$$

$$\overline{X} = \frac{\sum_i \left(\frac{x_i - a}{h}\right) n_i}{\sum_i n_i} * h + a \quad \text{(pentru seria de frecvențe)} \qquad (4.5)$$

unde: a = mijlocul intervalului caracteristicii cu frecvența cea mai mare;
h = mărimea intervalului.

OBSERVAȚIE! Este recomandabil să se utilizeze calculul simplificat, când seria se prezintă pe intervale egale de variație.

9. Într-o colectivitate împărțită în grupe omogene, media pe total se poate calcula şi pe baza mediilor de grupă, folosind relațiile:

$$\overline{X_0} = \frac{\sum_i \overline{x_i} n_i}{\sum_i n_i} \quad \text{sau} \quad \overline{X_0} = \frac{\sum_i \overline{x_i}}{r} \qquad (4.6)$$

unde: r = numărul mediilor de grupă.

În cazul în care caracteristica urmărită este alternativă, calculul nivelului său mediu se face astfel:

– unitățile colectivității se împart în două grupe: una, formată din unitățile la care se înregistrează forma directă de manifestare a caracteristicii, şi alta, formată din acele unități la care s-a înregistrat opusul formei directe de manifestare;

– convențional, această caracteristică se exprimă numeric astfel: se acordă valoarea 1 pentru variantele cu răspuns afirmativ forma directă, şi valoarea 0 variantelor cu răspuns negativ (forma opusă);

– se elaborează distribuția.

Tabelul 4.1. *Distribuția generală a frecvențelor după o caracteristică alternativă*

Răspuns înregistrat	Varianta caracteristicii x_i	Frecvențe absolute	Frecvențe relative
DA	X=1	M	$\frac{M}{N}=P$
NU	X=0	N-M	$\frac{N-M}{N}=1-\frac{M}{N}=q=1-p$
Total		N	p+q=1

M = unități care posedă caracteristica;
N = numărul total de unități ale colectivității.

Media aritmetică a caracteristicii alternative este o mărime relativă de structură:

$$\overline{X'}=\frac{\sum_i x_i n_i}{\sum_i n_i}=\frac{(1*M)+[0*(N-M)]}{N}=\frac{M}{N}=p \qquad (4.7)$$

OBSERVAȚIE! Relațiile de calcul ale mediei aritmetice (cu frecvențe absolute, cu frecvențe relative şi prin calcul simplificat) se utilizează pentru caracterizarea nivelului mediu al variabilelor de tip discret. În practică, fenomenele social-economice supuse cercetării statistice trebuie înregistrate în condițiile concrete de spațiu şi timp. În cazul variabilelor continue, cunoaşterea întregii game posibile de valori individuale, cuprinse într-un anumit interval, nefiind posibilă, folosindu-se, indiferent de modul de variație al variabilei aleatoare, relațiile de calcul ale mediei recomandate pentru valorile de tip discret. Pentru aceasta este necesar să se înregistreze ca variabile discrete.

➢**Media armonică ($\overline{X_h}$)**

Media armonică, ca măsură a tendințelor centrale într-un ansamblu de observații cantitative, se defineşte ca fiind egală cu valoarea inversă a mediei aritmetice, calculată din valorile inverse ale termenilor aceleaşi serii.

Deşi derivă din media aritmetică ponderată, în practică se întâlnesc două variante ale mediei armonice, simplă şi ponderată:

$$\overline{X_h} = \frac{n}{\sum_i \frac{1}{x_i}}$$ pentru o serie simplă (4.8.)

$$\overline{X_h} = \frac{\sum_i n_i}{\sum_i \frac{1}{x_i} n_i}$$ pentru o serie de repartiție cu frecvențe (4.9)

EXEMPLU. O persoană cheltuieşte 4 lei pentru aprovizionarea cu 3 tipuri de cafea: (tip I 5kg*0,8 lei/kg; tip II 4kg*1 lei/kg; tip III 2,5 kg*1,6 lei/kg). prețul mediu al unui kg de cafea se obține:

$$\text{preț mediu} = \frac{\text{costul total}}{\text{cantitate totală}} = \frac{3*4}{5+4+2,5} = \frac{12}{11,5} = 1,044 \text{ lei/kg}$$

Acelaşi rezultat s-ar fi obținut dacă s-ar fi calculat media armonică a celor 3 calități de cafea:

$$\text{preț mediu} = \frac{3}{\frac{1}{0,8}+\frac{1}{1}+\frac{1}{1,6}} = 1,044 \text{ lei/kg}$$

OBSERVAȚII!

1. Pentru aceleaşi valori pozitive, media armonică este mai mică decât media aritmetică.

2. În cazul în care între două variabile există o relație de inversă proporționalitate (y=1/x), aceasta se păstrează şi între mediile calculate pentru fiecare variabilă. Astfel, dacă pentru calculul nivelului mediu al uneia din cele două variabile se foloseşte media aritmetică, pentru cealaltă se foloseşte obligatoriu media armonică.

3. Media armonică se utilizează pentru exprimarea tendinței centrale în funcție de scopul cercetării şi, mai ales, în funcție de natura obiectivă dintre valorile variabilei numerice observate. De cele mai multe ori se foloseşte pentru calculul indicelui (sintetic) al prețurilor mărfurilor şi tarifelor serviciilor (care sintetizează indicii individuali ai acestor prețuri şi tarife). Relația de calcul este:

$$I^{P}_{1/0} = \frac{\sum_i p_1 q_1}{\sum_i \frac{1}{i^{p}_{1/0}} p_1 q_1} \qquad (4.10)$$

unde: $p_1 q_1$ = valoarea mărfii în perioada curentă;

$i^{p}_{1/0}$ = indicele individual al prețurilor mărfurilor de sortiment *i*.

4. În distribuțiile de frecvență, media armonică este indicat a se folosi când predomină valorile mici ale seriei, seria prezentând o asimetrie către valorile minime ale caracteristicii.

➢**Media pătratică ($\overline{Xp}$)**

Media pătratică reprezintă acea valoare a caracteristicii, care, dacă ar înlocui fiecare valoare individuală din serie, suma pătratelor termenilor seriei nu s-ar modifica.

Deci: $\sum_i x_i^2 = x_1^2 + ... + x_n^2 = \overline{x_p^2} + ... + \overline{x_p^2} = n \cdot \overline{x_p^2}$

Astfel, media pătratică se calculează:

$$\overline{X}_p = \sqrt{\frac{\sum x_i^2}{n}} \quad \text{pentru o serie simplă} \qquad (4.11)$$

$$\overline{X}_p = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 n_i}{\sum n_i}} \quad \text{pentru o serie de frecvență} \qquad (4.12)$$

OBSERVAȚII!

1. Cu toate că media pătratică se poate calcula din valori individuale pozitive, nule, negative, ea nu are sens din punct de vedere economic decât dacă se calculează din valori pozitive.

2. Valoarea mediei pătratice este mai mare decât a mediei aritmetice, atunci când se calculează din aceleaşi date.

3. Frecvent, media pătratică se utilizează pentru a caracteriza tendința centrală din ansamblul abaterilor valorilor individuale de la valoarea medie. Se recomandă media pătratică pentru calculul nivelului

mediu în seriile în care predomină valorile ridicate sau când se doreşte să se acorde o importanță mai mare în nivelul mediu acelor unități pentru care caracteristica urmărită prezintă cele mai mari valori absolute.

➢**Media geometrică ($\overline{Xg}$)**

Spre deosebire de tipurile de medii prezentate anterior, care au la bază o relație de aditivitate între termenii unei serii statistice, media geometrică se calculează pe baza unei relații obiective multiplicative între termenii aceleiaşi serii.

Media geometrică reprezintă acea valoare a caracteristicii observate, care, dacă ar înlocui fiecare valoare individuală din serie, produsul acestora nu s-ar modifica.

Deci: $\prod_{i=1}^{n} x_i = x_1 \cdot x_2 \cdot ... \cdot x_n = \overline{x_g} + ... + \overline{x_g} = \overline{x_g^n}$, de unde:

$$\overline{Xg} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} \text{ pentru serii simple} \qquad (4.13)$$

$$\overline{Xg} = \sqrt[\sum_i n_i]{\prod_{i=1}^{n} x^{n_i}{}_i} \text{ pentru serii de frecvență} \qquad (4.14)$$

Media geometrică se mai numeşte uneori şi *medie logaritmică*, pentru că se poate determina prin logaritmii valorilor individuale. Astfel:

$$\log \overline{Xg} = \frac{\sum_i \log x_i}{n} \text{ pentru serii simple} \qquad (4.15)$$

$$\log \overline{Xg} = \frac{\sum_i n_i \log x_i}{\sum_i n_i} \text{ pentru seria de frecvențe} \qquad (4.16)$$

Prin aplicarea logaritmilor, media geometrică se transformă într-o medie aritmetică a logaritmilor factorilor, iar antilogaritmul ei este o valoare mai mică decât media aritmetică, calculată din valorile reale ale termenilor seriei:

$$\overline{Xg} < \overline{X}$$

OBSERVAȚII ŞI PROPRIETĂȚI

1. Calculul nivelului mediu, ca medie geometrică, are sens economic numai atunci când relația de multiplicare a termenilor seriei este reală. În calculul nivelului mediu într-o serie de distribuție, media geometrică se foloseşte mai rar, îndeosebi când termenii prezintă o evidentă concentrare către valorile cele mai mici sau când se urmăreşte să se acorde o importanță deosebită valorilor individuale reduse.

2. Dacă cel puțin o valoare individuală este nulă sau negativă, calculul mediei geometrice este lipsit de sens.

3. În mod frecvent, media geometrică se utilizează pentru calculul indicelui mediu al dinamicii, pentru caracterizarea tendinței centrale din seria indicilor de dinamică cu bază mobilă.

4. Prin logaritmare, abaterile dintre termenii seriei se micşorează şi se obține un grad mai mare de concentrare a frecvențelor.

Între mediile prezentate există următoarea relație de ordine:

$$\overline{X_h} < \overline{X}_g < \overline{X} < \overline{X_p} \qquad (4.17)$$

În concluzie, la calculul nivelului mediu al unei repartiții unidimensionale se foloseşte de preferință media aritmetică şi complementar celelalte tipuri de medii, dacă seria prezintă anumite particularități sau în scopul analizei aprofundate.

4.1.2. *Indicatorii de poziție sau de structură*

Caracterizarea tendinței centrale în seriile de repartiție presupune luarea în considerare nu numai a valorilor individuale ale caracteristicii urmărite, dar şi a formei în care se repartizează unitățile colectivității după caracteristica respectivă. De multe ori, indicatorii de poziție furnizează informații mult mai utile în fundamentarea deciziilor decât cele oferite de indicatorii medii.

Indicatorii de poziție, în ansamblul datelor culese, evidențiază tendința de aglomerare, de concentrare a unităților după caracteristica studiată.

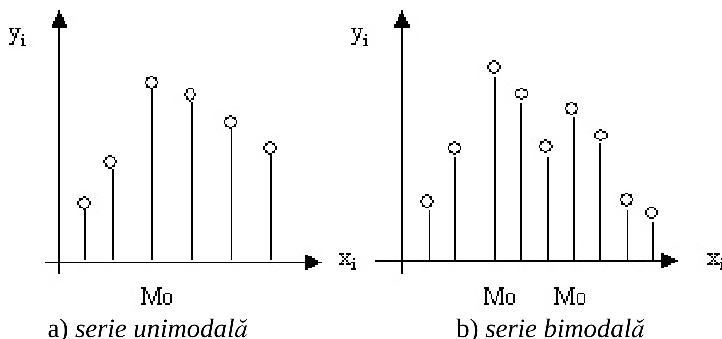
Astfel, pentru completarea analizei seriilor de distribuție, este necesar să se calculeze indicatorii de poziție, dintre care frecvent utilizați sunt: modul (dominanta) şi cuantilele.

➢Modul (dominanta) (Mo)

Modul (Mo) reprezintă acea valoare a caracteristicii care corespunde celui mai mare număr de unități, sau aceea care are cea mai mare frecvență de apariție.

Pentru o repartiție discretă în cazul unei serii X (x_i,n_i), cu $i = \overline{1,n}$, aflarea modulului se face prin următoarele operații:

1. se găseşte frecvența maximă a seriei ($n_i = n_{max}$);
2. se citeşte, în dreptul frecvenței maxime, valoarea caracteristicii corespunzătoare, valoare care este egală cu modul (x_i = Mo);
3. grafic, prin *diagrama în baloane* şi observarea valorii x_i, corespunzătoare celui mai înalt balon (figura 4.1).



a) *serie unimodală* b) *serie bimodală*

Figura 4.1

Pentru o serie de distribuție pe intervale egale, valoarea modului trebuie calculată. Intervalul modal se consideră intervalul care are frecvența cea mai mare.

Calculul algebric al modului se bazează pe relația:

$$M_0 = X_0 + h\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} \qquad (4.18)$$

unde: X_0 = limita inferioară a intervalului modal;
h = mărimea intervalului modal;
Δ_1 = diferența dintre frecvența intervalului modal şi a celui precedent;
Δ_1 = diferența dintre frecvența intervalului modal şi a celui următor.

OBSERVAȚII!

1. M_0 are o largă aplicabilitate practică în comerț şi stă la baza calculului şi interpretării gradului de asimetrie a repartițiilor.

2. M_0 poate înlocui media atunci când ea nu poate fi calculată sau nu are sens a fi calculată (*EXEMPLU*: numărul mediu la încălțăminte). În acest caz se stabilesc valori modale (*EXEMPLU*: numărul de pantofi cel mai căutat).

3. M_0 se exprimă în aceleaşi unități de măsură ca şi variabila studiată.

➢**Cuantilele de ordinul K**

Cuantilele sunt indicatorii care descriu anumite poziții localizate în mod particular în cadrul seriilor de distribuție. Conceptul de *cuantilă* indică o divizare a distribuției observațiilor într-un număr oarecare de părți. Astfel, cuantilele de ordin *k* sunt valori ale caracteristicii studiate care împart distribuția ordonată a observațiilor în *k* părți egale. Fiecare parte are acelaşi efectiv, adică 1/k din numărul total al unităților. Frecvent se utilizează următoarele cuantile:

– *mediana* sau cuantila de ordinul 2 (k = 2);
– *quartilele* sau cuantilele de ordin 4 (k = 4);
– *decilele* sau cuantilele de ordin 10 (k = 10);
– *centilele* sau cuantilele de ordin 100 (k = 100).

Cuantilele de ordin superior (k>4) se calculează în cazul distribuțiilor cu număr mare de grupe sau clase de valori individuale.

- *MEDIANA* (Me)

Mediana (Me) reprezintă acea valoare a caracteristicii localizată în mijlocul seriei sau repartiției statistice, cu valori individuale aranjate crescător sau descrescător. Mediana împarte numărul unităților investigate în două părți egale: numărul valorilor individuale superioare medianei este egal cu numărul valorilor individuale mai mici decât *Me*.

Din această cauză, Me se mai numeşte *valoarea echiprobabilă a caracteristicii*:

$$P(x_i \geq Me) = P(x_i \leq Me) = 1/2$$

a. *Cazul seriei simple*

Determinarea medianei presupune ordonarea crescătoare sau descrescătoare a valorilor individuale ale caracteristicii. Apoi, identificarea *Me* se face astfel:

– dacă seria ordonată are un număr impar de termeni, *Me* corespunde cu valoarea caracteristicii de rang (n+1)/2.

EXEMPLU: În seria 1,5,7,**14**,20,25,30, mediana are valoarea 14.

↓ Me

– dacă seria ordonată are un număr par de termeni, *Me* se determină, în mod convențional, ca medie aritmetică între valoarea individuală de rang n/2 şi cea de rang (n+1)/2.

EXEMPLU: în seria 5,8,13,**28**,**34**,40,61,63, mediana va fi:

x_4 x_5 $Me=(x_4+x_5)/2=(28+34)/2=31$

OBSERVAȚII!

• În cazul seriei simple, mediana respectă pe deplin definiția valorii mediane;

• În cazul seriei cu număr par de termeni, valoarea mediană se determină, în mod convențional, şi nu este conformă definiției date.

b. *Cazul seriei distribuției de frecvențe*

▪ *Pentru seria de distribuție de frecvențe pe variante distincte*, semnificația valorii mediane este afectată de metoda sa de calcul. În această situație este considerată valoare mediană acea valoare individuală a caracteristicii corespunzătoare primei frecvențe cumulate ascendent, care depăşeşte valoarea $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i + 1}{2}$.

EXEMPLU: Se consideră că, în urma unui control de calitate a 100 loturi de aparate electronice, s-au obținut următoarele date:

Tabelul 4.2. *Determinarea Me pentru distribuția pe variante*

Numărul de aparate electronice cu defecte (x_i)	Numărul de loturi de aparate (n_i)	Numărul cumulat crescător de loturi
0	10	10
1	20	30
2	40	70
3	15	85
4	10	95
5	5	100
Total	100	-

Astfel, $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i + 1}{2} = \frac{100+1}{2} = 50{,}5$

deci prima frecvență cumulată ce depăşeşte 50,5 este 70 şi corespunde numărului median de aparate Me=2. Valoarea determinată nu corespunde definiției date, pentru că valoarea 2 nu împarte seria în două părți egale. Astfel, numai 30% din loturi au un număr de rebuturi mai mic decât numărul median şi nu 50% cum cere definiția. În asemenea situații se recomandă să se renunțe la mediană ca valoare tipică pentru caracterizarea tendinței centrale şi să se recurgă la alte valori tipice.

▪ *Pentru seria de distribuție de frecvențe pe intervale*, valoarea mediană se determină în mod aproximativ printr-un procedeu de interpolare liniară bazat pe ipoteza repartizării uniforme a frecvențelor în intervalul median. Mediana se determină în următoarele etape:

– se determină intervalul median (locul Me). Acesta este intervalul care corespunde primei frecvențe cumulate crescător care depăşeşte valoarea $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i + 1}{2}$

– în cadrul intervalului median, valoarea medianei se determină prin interpolare cu relația:

$$Me = X_0 + h\frac{\frac{\sum_i n_i + 1}{2} - \sum_i n_{i-1Me}}{n_{jMe}} \qquad (4.19)$$

unde: x_0 = limita inferioară a intervalului median;

h = mărimea intervalului median;

n_{jMe} = frecvența absolută a intervalului median;

$\sum_i n_{i-1Me}$ = suma frecvențelor precedente intervalului median.

EXEMPLU: Se cunosc următoarele date despre vechimea muncitorilor unei firme:

Tabelul 4.3

Gruparea muncitorilor după vechime x_i	Număr muncitori n_i	Frecvențe cumulate crescător	Frecvențe cumulate descrescător	Centre de interval
0-5	5	5	74	2,5
5-10	7	12	69	7,5
10-15	10	22	62	12,5
15-20	12	34	52	17,5
20-25	18	**52**	40	22,5
25-30	15	67	22	27,5
30-35	7	74	7	32,5
Total	$\sum n_i 74$			

Astfel, se determină:

– locul M_e: $\frac{\sum_{i=1}^{k} n_i + 1}{2} = \frac{74+1}{2} = 37,5 \rightarrow Me \in (20,25)$

– calculul M_e: $20 + 5\frac{37,5-34}{18} = 20,97$ ani.

OBSERVAȚII!

- Raționamentul de determinare al medianei, aplicat repartiției valorilor globale ($x_i n_i$) ale caracteristicii analizate, conduce la obținerea indicatorului de poziție numit *medială,* utilizat frecvent în studiul concentrării.
- Valorile medianei nu sunt afectate de valorile extreme ale seriei.
- Mediana este un indicator al tendinței centrale, mai independent față de intervalele de grupare şi forma de repartiție comparativ cu media aritmetică. Este mai utilă când informațiile sunt date într-o formă în care calculul mediei este imposibil sau este afectat de închiderea convențională a intervalelor deschise.
- Determinarea medianei se mai poate face prin calcul grafic, care se poate realiza astfel: se trasează diagramele frecvențelor cumulate ascendent şi descendent; din punctul de intersecție al celor două curbe se trasează perpendiculare pe axa absciselor şi se citeşte valoarea *Me* pe OX.

EXEMPLU: Pe baza datelor din tabelul 4.3 construim curba cumulativă a frecvențelor:

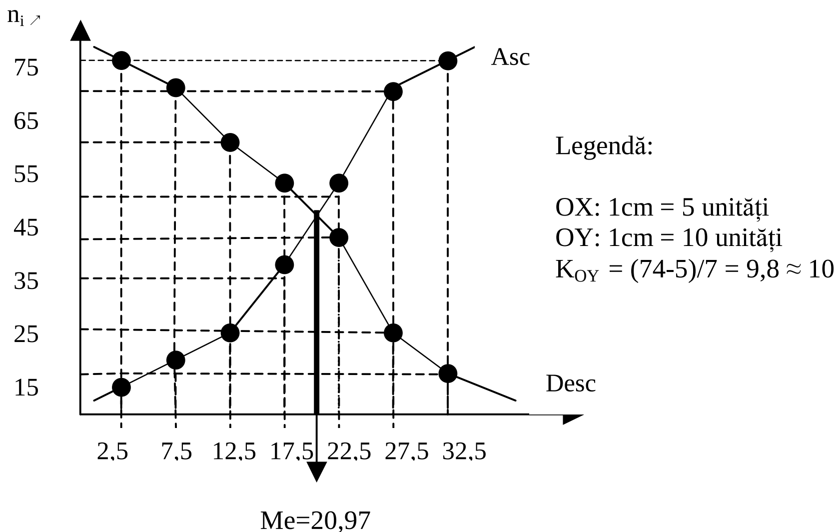


Figura 4.2. *Calculul grafic al Me*

Din punct de vedere grafic, precizăm că verticala corespunzătoare *Me* împarte histograma seriei în două părți de aceeaşi suprafață, pentru că ariile dreptunghiurilor adiacente, care constituie histograma, sunt, prin definiție, proporționale cu frecvențele absolute corespunzătoare.

- *QUARTILELE*

Quartilele sunt valori ale caracteristicii ce împart seria în patru părți egale, fiecare diviziune conținând 25% din valorile individuale înregistrate pentru aceeaşi variabilă numerică.

Procedeul de determinare al quartilelor este asemănător cu cel al determinării medianei:

– quartila inferioară Q_1 este mai mare decât 25% din termenii seriei şi mai mică decât 75% dintre ei;

– quartila a doua Q_2 coincide cu *Me* şi separă seria în două părți;

– quartila superioară Q_3 este mai mare decât 75% din termenii seriei şi mai mică decât 25% din numărul lor.

- *Pentru seria simplă*, determinarea quartilelor Q_1, Q_2 = Me, Q_3 se face după procedeul prezentat la mediană;
- *Pentru seria de distribuție de frecvențe pe variante:*

– Q_1 este considerată ca fiind valoarea caracteristicii corespunzătoare primei frecvențe cumulate ascendent care depăşeşte ¼ $(\sum n_i+1)$;

– Q_2 = Me;

– Q_3 este acea valoare a caracteristicii corespunzătoare primei frecvențe cumulate ascendent care depăşeşte 3/4$(\sum n_i+1)$.

- *Pentru seria de distribuție de frecvențe pe intervale*, unde valorile individuale îşi pierd individualitatea, valorile aproximative ale quartilelor se determină prin procedeul de interpolare liniară astfel:

– se stabilesc intervalele în care se situează Q_1, Q_2, Q_3. Acestea sunt intervalele corespunzătoare primelor frecvențe cumulate ascendent care depăşesc ¼$(\sum n_i+1)$, 2/4$(\sum n_i+1)$, 3/4$(\sum n_i+1)$;

– în cadrul intervalelor identificate, quartilele se determină după următorul sistem de relații:

Tabelul 4.4. *Relațiile de calcul ale quartilelor Q_1, Q_2, Q_3*

Locul quartilei	Valoarea quartilei
Loc Q_1 = ¼ $(\sum n_i+1)$	$Q_1 = X_0 + h\dfrac{\frac{1}{4}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pQ_1}}{n_{Q_1}}$
Q_2 = Me	
Loc Q_3 = ¾ $(\sum n_i+1)$	$Q_3 = X_0 + h\dfrac{\frac{3}{4}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pQ_3}}{n_{Q_3}}$

unde:

$\sum n_p Q_1$, $\sum n_p Q_3$ reprezintă suma frecvențelor intervalelor precedente locului pe care-l ocupă Q_1 şi Q_3;

n_{Q_1} , n_{Q_3} reprezintă frecvențele absolute ale intervalelor ce conțin quartilele respective.

Într-o distribuție normală, locul quartilelor se prezintă astfel:

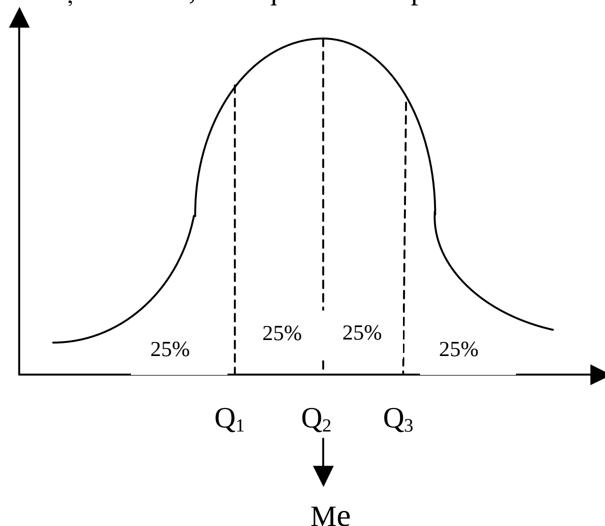


Figura 4.3. *Reprezentarea quartilelor în distribuția Gauss-Laplace*

- *DECILELE* (D)

Decilele, în număr de 9, reprezintă acele valori ale caracteristicii care împart seria în zece părți egale, conținând fiecare 10% din numărul observațiilor.

- *Cazul seriei simple*: conform definiției, cele 9 decile (D_1, D_2,..., D_5=Me,..., D_9) se determină după procedura prezentată în cazul medianei;
- *Cazul seriei de distribuție de frecvență pe variante*: decila *m* (D_m, $m = \overline{1,9}$) va fi considerată acea valoare corespunzătoare primei frecvențe cumulate ascendent care depășește m/10 ($\sum n_i$+1), cu $m = \overline{1,9}$;

▪ *Cazul seriei de distribuție de frecvență pe intervale*:

– se determină intervalele interdecilice reprezentând valoarea caracteristicii pentru care frecvențele cumulate crescător depăşesc m/10 ($\sum n_i$+1), cu $m = \overline{1,9}$;

– apoi se determină decilele, cu relațiile obținute prin interpolare:

Tabelul 4.5. *Relațiile de calcul ale decilelor*

Locul decilei	Valoarea decilei
Loc D_1 = 1/10 ($\sum n_i$+1)	$D_1 = X_0 + h\dfrac{\frac{1}{10}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pD_1}}{n_{D_1}}$
⋮	⋮
D_5 = Me	
⋮	⋮
Loc D_9 = 9/10 ($\sum n_i$+1)	$D_9 = X_0 + h\dfrac{\frac{9}{10}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pD_9}}{n_{D_9}}$

unde: x_0 reprezintă limita inferioară a intervalului decilic;
h este mărimea intervalului;
m/10 ($\sum n_i$+1) este locul decilei;
$\sum n_{pD_i}$ reprezintă suma frecvențelor precedente intervalului decilic;
n_{D_i} reprezintă frecvența absolută a intervalului decilic.

OBSERVAȚIE! Calculul decilelor este justificat când variația valorilor individuale este foarte mare.

Dacă se reprezintă pe axă, cuantilele prezentate vor fi:

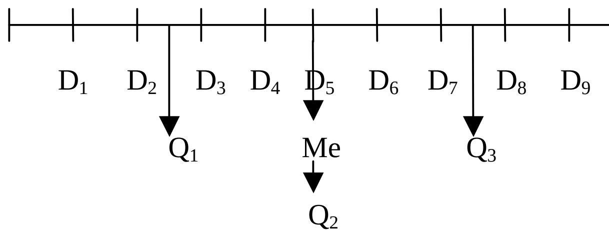


Figura 4.4. *Cuantilele reprezentate pe axă*

Cuantilele se folosesc pentru caracterizarea şi măsurarea variaţiei şi asimetriei intercuantilice şi interdecilice.

EXEMPLU: Reluăm datele din tabelul (4.3) pentru calculul cuantilelor de ordin K=4 şi K=10.

Quartilele:

$$Q_1 = X_0 + h\frac{\frac{1}{4}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pQ_1}}{n_{Q_1}} = 10 + 5\frac{18{,}75 - 12}{10} = 13{,}38$$

Loc Q_1 = ¼ ($\sum n_i$+1)=1/4 (74+1)=18,75 → $Q_1 \in$ (10,15)

Q_2 = Me

$$Q_3 = X_0 + h\frac{\frac{3}{4}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_p Q_3}{nQ_3} = 25 + 5\frac{56{,}25 - 52}{15} = 26{,}42$$

Loc Q_3 = ¾ ($\sum n_i$+1)=3/4(74+1)=56,25 → $Q_3 \in$ (25,35)

Decilele:

Loc D_1 = 1/10 ($\sum n_i$+1)=1/10(74+1)=7,5 → $D_1 \in$ (5,10)

$$D_1 = X_0 + h\frac{\frac{1}{10}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pD_1}}{n_{D_1}} = 5 + 5\frac{7{,}5 - 5}{7} = 6{,}78$$

⋮

D_5 = Me=20,97

⋮

Loc D_9 = 9/10 ($\sum n_i$+1)=9/10*75=67,5 → $D_9 \in$ (30,35)

$$D_9 = X_0 + h\frac{\frac{9}{10}\left(\sum n_i + 1\right) - \sum n_{pD_9}}{n_{D_9}} = 30 + 5\frac{67{,}5 - 67}{7} = 30{,}36$$

Reprezentarea valorilor pe axă:

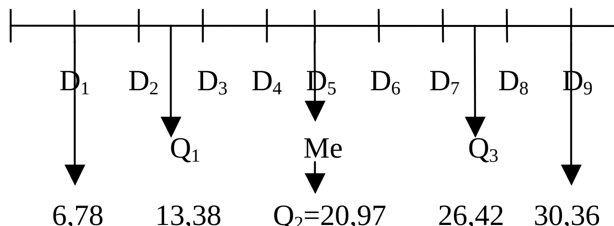


Figura 4.5. *Reprezentarea cuantilelor de ordin K = 4 şi K = 10*

- *CENTILE*

Dacă avem o colectivitate statistică cu un număr mare de unităţi şi cu o variabilitate foarte mare, este util pentru analiză calculul cuantilelor de ordin mai mare ca 10. Astfel, cuantila de ordin 100 se numeşte **centilă**. Centilele, în număr de 99, sunt valorile caracteristicii ce împart seria în 100 de părţi egale (fiecare parte conţinând 1/100 din numărul observaţiilor efectuate).

Procedeul de determinare a centilelor este asemănător cu cel al medianei (sau al tuturor cuantilelor de ordin mai mic decât 10).

Centilele de rang 10,20,30,40,... sunt decilele D_1, D_2,..., D_9.

Centila de rang 25=Q_1, cea de rang 50=Me, iar cea de rang 75= Q_3.

4.2. **Indicatorii de variaţie**

Formele individuale de manifestare ale fenomenelor de masă analizate într-o colectivitate prezintă o variabilitate (împrăştiere) mai mare sau mai mică, în funcţie de numărul, natura, direcţia şi sensul acţiunii factorilor esenţiali şi întâmplători. La nivelul colectivităţii, legea tendinţei comportamentului acestor fenomene este reflectată sintetic de indicatorii tendinţei centrale. Cu cât fenomenele au un grad de complexitate mai mare, cu atât împrăştierea valorilor individuale este mai mare. Deci, utilizarea corectă a

indicatorilor tendinței centrale în fundamentarea deciziilor necesită verificarea stabilității şi reprezentativității valorilor înregistrate de aceştia.

Astfel, valoarea mediei este reprezentativă numai în măsura în care ea este calculată din date omogene. Aceasta înseamnă că determinarea mediei trebuie însoțită de verificarea omogenității valorilor individuale din care s-a calculat. Verificarea omogenității necesită măsurarea şi analiza împrăştierii şi concentrării față de valorile tipice calculate.

De exemplu, dacă avem două variabile statistice (x_1) şi (x_2) simetrice, ele pot avea aceeaşi medie, dar repartițiile lor sunt diferite, variabila (x_1) având o împrăştiere mai mare decât variabila (x_2), aşa cum rezultă din figura 4.6.

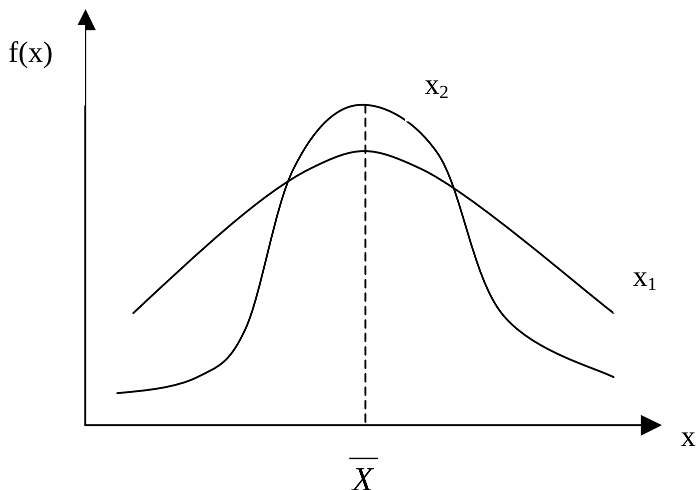


Figura 4.6. *Reprezentarea variabilelor x_1 şi x_2 în cadranul I*

Astfel, noțiunea de *împrăştiere*, *dispersare*, completează informațiile despre seriile statistice investigate.

Analiza variației sau împrăştierii valorilor individuale față de tendința centrală oferă posibilitatea rezolvării unor probleme de cunoaştere statistică. Dintre acestea se disting:

– analiza gradului de omogenitate a datelor din care s-au calculat indicatorii tendinței centrale şi verificarea reprezentativității acestora;

– compararea în timp şi/sau spațiu a mai multor serii de repartiție, după caracteristici independente sau pentru aceeaşi caracteristică;

– separarea acțiunii factorilor esențiali de acțiunea factorilor întâmplători, identificarea felului în care factorii esențiali îşi modifică acțiunea de la o grupă (clasă) la alta;

– concentrarea valorilor individuale ale caracteristicilor şi deplasarea către valorile tipice;

– aplicarea diferitelor teste ale statisticii matematice.

Indicatorii împrăştierii (variației), utilizați în analizele statistice, sunt clasificați după mai multe criterii:

• După numărul variantelor luate în calcul (sau după gradul lor de sinteză) există:

– indicatori simpli;

– indicatori sintetici.

• După modul de calcul şi exprimare există indicatori ai variației calculați ca mărimi absolute şi ca mărimi relative.

• După modul de sistematizare a datelor primare există:

– indicatori ai variației calculați pentru serii de distribuție unidimensionale;

– indicatori ai variației calculați pentru serii de distribuție multidimensionale.

Indiferent de natura lor, **indicatorii de împrăştiere** calculați oferă informații necesare numai pentru cunoaşterea variabilității din seriile statistice analizate, dar şi pentru aprecierea „calității” valorilor tipice utilizate în procesul decizional.

4.2.1. *Indicatorii simpli ai variației*

Aceşti indicatori prezintă următoarele caracteristici generale:

– se determină dintr-un număr redus de valori individuale;

– se calculează în cifre absolute, folosind aceleaşi unități de măsură ca şi pentru caracteristica studiată, cât şi în mărimi relative, prin compararea sub formă de diferență a valorilor individuale extreme, sau prin compararea sub formă de raport a fiecărei valori individuale cu valoarea lor medie;

– informațiile despre variabilitate oferite în urma determinării şi analizei rezultatelor sunt extrem de reduse şi nu vizează omogenitatea ansamblului de date înregistrate etc.

➢**Amplitudinea împrăştierii sau variației (A)**

• **Amplitudinea absolută** se defineşte prin diferența dintre cea mai mare şi cea mai mică valoare individuală înregistrată.

$$A = x_{max} - x_{min} \quad (4.20)$$

Pentru seriile de distribuție de frecvență, construite pe intervale de grupare, amplitudinea variației se calculează ca diferență între limita superioară a ultimului interval (x_L) şi limita inferioară a primului interval (x_l). Astfel:

$$A = x_L - x_l \quad (4.21)$$

OBSERVAȚIE! Amplitudinea absolută se exprimă în unitățile de măsură ale variabilei respective, prin urmare nu poate fi folosită la compararea a două variabile exprimate în unități de măsură diferite.

• **Amplitudinea relativă** a variației (A%) se exprimă, de regulă, în procente şi se calculează ca raport între amplitudinea absolută şi nivelul mediu al caracteristicii:

$$A_{\%} = \frac{A}{\overline{\overline{X}}} * 100 \quad (4.22)$$

OBSERVAȚII!

– Se foloseşte la controlul calității produselor, caz în care se interpretează în raport cu limitele de toleranță admise.

– Este utilizat la dirijarea statistică a procesului de fabricație.

– Din punct de vedere metodologic este folosit la stabilirea numărului de grupe (r) şi a mărimii intervalului de grupare (h).

➢**Abaterile individuale**, ca măsuri ale împrăştierii într-o serie statistică, arată cu câte unități de măsură, sau de câte ori (sau cât la sută) valoarea caracteristicii urmărite, la fiecare unitate a caracteristicii, se abate de la mărimea calculată a unui indicator al tendinței centrale.

Abaterile individuale se exprimă în cifre absolute sau relative.

• **Abaterile individuale absolute (d_i)** se calculează ca diferență între fiecare variantă înregistrată şi nivelul mediu al acestora (de obicei, media aritmetică):

$$d_i = x_i - \overline{X} \quad i=1,2,...,n \tag{4.23}$$

- **Abaterile individuale relative ($d_{i\%}$)** se calculează raportând abaterile absolute la nivelul mediu al caracteristicii:

$$d_{i\%} = \frac{d_i}{\overline{X}} * 100 = \frac{x_i - \overline{X}}{\overline{X}} * 100 \quad i=1,2,...,n \tag{4.24}$$

- **Abaterile maxime pozitive (d_{max+}) şi negative (d_{max-})** se urmăresc, în mod deosebit, în analizele statistice şi se pot calcula în cifre absolute şi relative:

$$d_{max+} = x_{max} - \overline{X} \quad \text{sau} \quad d_{max+\%} = \frac{d_{max+}}{\overline{X}} * 100$$

$$d_{max-} = x_{min} - \overline{X} \quad \text{sau} \quad d_{max-\%} = \frac{d_{max-}}{\overline{X}} * 100 \tag{4.25}$$

OBSERVAȚIE! În cazul unei distribuții simetrice $|d_{max+}| = |d_{max-}|$, iar în interiorul seriei, la abateri egale (dar de semne contrare) corespund frecvențe egale de apariție. Aceasta conduce la compensarea pe total (la nivelul întregului ansamblu) a abaterilor individuale.

4.2.2. *Indicatorii sintetici ai variației*

Indicatorii sintetici ai variației, spre deosebire de indicatorii simpli, sintetizează într-o singură expresie numerică variația valorilor individuale față de tendința centrală a caracteristicii urmărite într-o populație statistică.

Principalii indicatori statistici cu care se caracterizează variația sunt: abaterea medie absolută ($\overline{d}$), dispersia (σ^2), abaterea medie pătratică (σ), coeficientul de variație (v).

➢**Abaterea medie absolută**

Abaterea medie absolută reprezintă media aritmetică simplă sau ponderată a abaterilor „absolute” ale termenilor seriei, de la tendința lor centrală, caracterizată cu ajutorul mediei sau medianei.

Se determină astfel:

- *pentru seria simplă:* $\overline{d} = \frac{\sum_i |xi - \overline{x}|}{n}$ (4.26)

- *pentru seria de distribuție de frecvențe:* $\overline{d} = \frac{\sum_i |x_i - \overline{x}| * n_i}{\sum_i n_i}$ (4.27)

- *pentru seria de frecvențe relative:* $\overline{d} = \frac{\sum_i |x_i - \overline{x}| * n^*_{i\%}}{100}$ (4.28)

unde: $i = 1,k$.

OBSERVAȚII!

- Abaterea medie absolută arată, în medie, cu cât se abat termenii seriei de la media lor.
- Ea se exprimă în unitatea de măsură a caracteristicii urmărite.
- În cazul seriilor de distribuție pe intervale de grupare, pentru calculul ei se iau în considerare centrele acestora.
- Este concludentă numai dacă seria prezintă un grad mare de omogenitate.
- Prezintă dezavantajul că nu ține seama de semnul algebric și acordă aceeași importanță atât abaterilor mici, cât și celor mari, deși cele din urmă influențează în mai mare măsură gradul de variație al caracteristicii. Din punct de vedere algebric nu este indicat să se renunțe în mod arbitrar la semnul valorilor din care se calculează o valoare medie. Din aceste considerente, se folosește ca principal indicator sintetic al variației abaterea medie pătratică.

➢**Dispersia (σ^2)**

Dispersia, ca măsură sintetică a variației, reprezintă media aritmetică (simplă sau ponderată) a pătratelor abaterilor individuale de la tendința lor centrală.

Formulele de calcul sunt:

- *pentru seria simplă:* $\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^{k} (x_i - \overline{x})^2}{n}$ (4.29)

- *pentru seria de distribuție de frecvențe:* $\sigma^2 = \dfrac{\sum_{i=1}^{k}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i}$ (4.30)

- *pentru seria de frecvențe relative:* $\sigma^2 = \dfrac{\sum_i \left(x_i - \overline{x}\right)^2 * n^*{}_{i\%}}{100}$ (4.31)

Dispersia se mai poate determina cu ajutorul **formulei de calcul simplificat**. Aceasta se bazează pe combinarea a două proprietăți ale dispersiei, care precizează că:

a. Dispersia calculată din abaterile valorilor caracteristicii față de o constantă *a* este mai mare decât dispersia aceloraşi valori față de media lor cu pătratul diferenței dintre medie şi constanta *a*.

Deoarece: $\overline{x_i - a} = \overline{x_i} - a$, atunci avem:

$$\sigma^2{}_{\overline{x_i - a}} = \frac{\sum_i \left[\left(x_i - a\right) - \left(\overline{x_i - a}\right)\right]^2}{n} = \frac{\sum_i \left(x_i - a - \overline{x} + x_i\right)}{n} = \sigma^2{}_{\overline{x}}$$

$$\sigma^2{}_{x_i - a} = \sigma^2{}_x + (\overline{x} - a)^2$$

$$\text{Astfel}: \sigma^2{}_{x_i - a} = \frac{\sum_i (x_i - a)^2}{n} = \frac{\sum\left[(x_i - \overline{x}) + (\overline{x} - a)\right]^2}{n} =$$

$$= \frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{2} + 2(\overline{x} - a)\frac{\sum (x_i - \overline{x})}{n} + \frac{n(\overline{x} - a)^2}{n}$$

Deoarece $\sum (x_i - \overline{x}) = 0$ (vezi proprietățile mediei aritmetice), relația de mai sus devine: $\sigma^2{}_{x_i - a} = \sigma^2{}_x + (\overline{x} - a)^2$.

b. Într-o serie de variație, dacă se împart sau se înmulțesc toți termenii cu un coeficient (h>1), dispersia noii serii (σ'^2) este de h^2 ori mai mică, respectiv de h^2 ori mai mare decât dispersia seriei inițiale (σ^2):

$$\frac{\sum \left(\frac{x_i - \overline{x}}{h}\right)^2}{n} = \frac{1}{h^2}\frac{\sum (x_i - \overline{x})^2}{n} = \frac{\sigma^2}{h^2} = \sigma'^2; \qquad \sigma^2 = \sigma'^2 * h^2$$

De regulă, cele două proprietăți se combină şi rezultă formula de calcul simplificat a dispersiei pentru o serie de distribuție de frecvențe cu intervale egale:

$$\sigma^2 = \frac{\sum_i \left(\frac{x_i - a}{h}\right)^2 n_i}{\sum_i n_i} * h^2 - (\bar{x} - a)^2 \qquad (4.32)$$

unde: h = mărimea intervalului;
a = valoarea caracteristicii cu frecvență maximă.

OBSERVAȚII! Dispersia, ca şi media calculată pe baza seriilor de repartiție cu interval, este mai puțin exactă decât dacă s-ar folosi date individuale, negrupate. Cu cât intervalele de grupare sunt mai mari, cu atât media şi dispersia sunt mai puțin semnificative.

Dacă avem dubii asupra veridicității dispersiei calculate putem proceda la corectarea acesteia, ținând seama de recomandarea făcută de statisticianul W.F. Sheppard. Sheppard consideră că, în anumite condiții, dispersia se poate corecta scăzând 1/12 din pătratul intervalului de grupare. Dispersia corectată va fi:

$$(\sigma^2)' = \sigma^2_x - \frac{h^2}{12}$$, *h* fiind mărimea intervalului de grupare (4.33)

El consideră posibilă aplicarea acestei corecții numai pentru seriile care prezintă următoarele proprietăți:

– repartiția de frecvență este continuă, unimodală, relativ simetrică;

– frecvențele tind către zero în ambele extremități ale intervalului de variație.

Aceste condiții presupun o repartiție normală sau uşor asimetrică a frecvențelor, în care se asigură o compensare a abaterilor şi în interior, nu numai pe total. Rezultă că aplicarea corecției lui Sheppard trebuie să se facă cu prudență, verificând în prealabil dacă sunt îndeplinite condițiile de normalitate şi volum.

• Dispersia este un indicator abstract, nu are formă concretă de exprimare şi arată modul în care valorile caracteristicii gravitează în jurul mediei.

• Dispersia măsoară variația totală a caracteristicii studiate, datorată cauzelor esențiale şi întâmplătoare.

• Dispersia este utilă în verificări de ipoteze statistice, în calculul altor indicatori statistici etc.

➢**Abaterea medie pătratică (sau abaterea standard sau abaterea tip) (σ)**

Abaterea standard se defineşte ca medie pătratică simplă sau ponderată a abaterilor valorilor individuale de la tendința centrală sau ca rădăcină pătrată a dispersiei.

Relația de calcul este următoarea: $\sigma = \sqrt{\sigma^2}$ (4.34)

unde σ^2 = dispersia, calculată prin orice metodă.

OBSERVAȚII!

- σ se foloseşte în studiile de marketing, în studiul calității produselor, pentru elaborarea variantelor de prognoză.
- Abaterea standard, fiind calculată din pătratul abaterilor, este mai concludentă decât abaterea medie liniară. Prin ridicarea la pătrat se dă o mai mare importanță abaterilor mai mari în valoare absolută, acestea influențând într-o mai mare măsură gradul de variație al variabilei analizate.

Calculând pentru aceeaşi serie σ şi $\bar{d}$, ele vor fi întotdeauna în această relație: $\sigma > \bar{d}$.

În literatura de specialitate se apreciază că pentru o serie de distribuție cu tendință clară de normalitate, abaterea medie liniară este egală cu 4/5 din valoarea abaterii medii pătratice: $\bar{d}_x \cong \frac{4}{5}\sigma_{\bar{x}}$.

- Abaterea standard este un indicator de bază, care se foloseşte în analiza variației la estimarea erorilor de selecție, în calculele de corelație.
- Dezavantajele abaterii standard se referă la faptul că se exprimă în aceleaşi unități de măsură ca şi variantele caracteristicii. Astfel, ea nu se poate folosi pentru compararea gradului de variație a două sau mai multe variabile diferite şi în această situație se recurge la alt indicator de variație – coeficientul de variație.

➢**Coeficientul de variație (v)** sau **coeficientul de omogenitate**

Coeficientul de variație este o măsură a dispersiei relative care descrie abaterea medie pătratică ca procent din media aritmetică.

Acest coeficient permite compararea împrăştierii valorilor care nu sunt exprimate în aceeaşi unitate de măsură (de exemplu, compararea variabilității salariilor din două țări şi în două monede diferite). Coeficientul de variație se defineşte ca raport între abaterea medie pătratică (σ) şi media aritmetică ($\bar{x}$) a ansamblului de observații:

$$V = \frac{\sigma}{\bar{x}} * 100 \qquad (4.35)$$

OBSERVAȚII!

• Coeficientul de variație este cel mai sintetic indicator al împrăştierii, nu numai pentru că permite comparația variabilității, dar şi prin faptul că valorile sale sunt localizate în intervalul {0,100}:

– dacă v = 0 înseamnă lipsă de variație, valorile sunt egale între ele şi egale cu media lor;

– dacă v $\to$ 0, variația caracteristicii este mică;

– dacă v $\to$100, variația caracteristicii este mare.

Practica utilizării coeficientului de variație a stabilit pragul de trecere de la starea de omogenitate la cea de eterogenitate:

➢v $\leq$ 30-35%, variația este mică şi se concretizează în:

– media, ca indicator al tendinței centrale este semnificativă;

– colectivitatea este omogenă, respectiv este formată din unități ce aparțin aceluiaşi tip calitativ;

– gruparea, ca metodă de sistematizare primară, este bine făcută.

➢ v > 35%, colectivitatea este eterogenă, gruparea trebuie refăcută.

• Coeficientul de variație, în analizele financiar-bursiere, este o măsură a riscului relativ şi permite o interpretare mai nuanțată a dispersiei.

• Pentru profunzimea analizei întreprinse, aceste informații trebuie completate cu cele referitoare la concentrarea valorilor individuale, la deplasarea acestora față de anumite valori tipice. Astfel, analiza variației trebuie urmată de analiza formelor în care se distribuie acestea.

4.2.3. *Regula adunării dispersiilor*

Colectivitățile cu care se operează în statistica social-economică, deşi au un caracter finit, sunt formate de cele mai multe ori dintr-un număr foarte mare de unități purtătoare a unor variabile cu un grad mare de variație.

Astfel, unitățile la care s-a făcut observarea trebuie împărțite în grupe, în funcție de variația factorilor determinanți. Dacă s-a folosit metoda grupării se pot calcula medii şi dispersii pe grupe şi pe total colectivitate.

Între indicatorii de variație, calculați la nivelul fiecărei grupe, şi cei pe întreaga colectivitate există anumite relații bazate pe **regula adunării dispersiilor.**

Considerăm o colectivitate C, în care s-au înregistrat cele două variabile *x* şi *y*. Cele *n* unități ale colectivității C s-au structurat în *k* grupe după valorile caracteristicii *x* şi în *r* grupe după valorile caracteristicii *y* (vezi tabelul 4.6).

Tabelul 4.6. *Distribuțiile condiționate ale variabilei* y *în funcție de un factor de grupare* x

Valorile caracteristicii x_i	Valorile caracteristicii y_j						Volumul grupelor n_i	Media pe grupe (medii condiționate) $\overline{y_i}$
	y_1	y_2	...	y_j	...	y_r		
x_1	n_{11}	n_{12}	...	n_{1j}	...	n_{1r}	$n_{1.}$	$\overline{y_1}$
x_2	n_{21}	n_{22}	...	n_{2j}	...	n_{2r}	$n_{2.}$	$\overline{y_2}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
x_i	n_{i1}	n_{i2}	...	n_{ij}	...	n_{ir}	$n_{i.}$	$\overline{y_i}$
...	...	...	...	...	...	...	...	...
x_k	n_{k1}	n_{k2}	...	n_{kj}	...	n_{kr}	$n_{k.}$	$\overline{y_k}$
Total	$n_{.1}$	$n_{.2}$	...	$n_{.j}$	...	$n_{.r}$	$\sum n_i = \sum n_j = \sum n_{ij}$	$\overline{\overline{y}}$

Pe baza datelor prezentate în tabelul 4.6 se pot calcula următorii indicatori statistici:

- medii (pe fiecare grupă şi pe total);
- dispersii (pe fiecare grupă şi pe total).

Mediile de grupă ($\overline{y_i}$). Se pot calcula *k* medii de grupă ale variabilei *y*, câte una pentru fiecare grupă *x*:

$$\overline{y_i} = \frac{\sum_{j=1}^{r} y_j n_{ij}}{\sum_{j=1}^{r} n_{ij}} \qquad (4.36)$$

Media generală. Va fi notată cu $\overline{y_0}$, când datele provin dintr-o observare totală, sau cu $\overline{\overline{y}}$, când datele provin dintr-o observare parțială. Media generală sintetizează atât variația valorilor individuale ale colectivității totale, cât și valorile mediilor de grupă (mediile condiționate de factorul de grupare). Astfel, se poate calcula în funcție de datele de care dispunem, după una din relațiile:

$$\overline{y_0} = \frac{\sum_{j=1}^{r} y_j n_j}{\sum_{j=1}^{r} n_j} \quad \text{sau} \quad \overline{\overline{y}} = \frac{\sum_{i=1}^{k} \overline{y_i} n_i}{\sum_{i=1}^{k} n_i} \qquad (4.37)$$

Împrăștierea valorilor individuale ale unităților colectivității C față de valoarea medie generală ($y_j - \overline{y_0}$) se poate descompune:

$$y_j - \overline{y_0} = (y_j - \overline{y_i}) + (\overline{y_i} - \overline{y_0}) \qquad (4.38)$$

↓	↓	↓
Abateri totale	Abateri întâmplătoare	Abateri sistematice

Pentru caracteristica *y*, înregistrată în colectivitatea C, se identifică trei feluri de variații:

1) $(y_j - \overline{y_i})$ pentru orice $i = \overline{1,k}$, $j = \overline{1,r}$ reprezentând împrăștierea valorilor individuale în jurul fiecărei medii de grupă, datorită acțiunii cauzelor întâmplătoare;

2) $(\overline{y_i} - \overline{y_0})$ pentru orice $i = \overline{1,k}$ reprezentând variația valorilor mediilor de grupă în jurul mediei colectivității totale, datorate acțiunii cauzelor esențiale (factorul principal de grupare);

3) $y_j - \overline{y_0}$ pentru orice $j = \overline{1, r}$ reprezentând variația valorilor y_j în jurul mediei colectivității totale, datorate influenței cauzelor esențiale şi întâmplătoare.

Măsurarea acțiunii separate şi combinate a celor două categorii de factori variabili presupune descompunerea adecvată a dispersiei colectivității totale C.

Pentru determinarea separată, atât la nivelul fiecărei grupe, cât şi la nivelul colectivității generale, a intensității cu care au influențat asupra variabilității caracteristicii dependente cele două grupe de factori (întâmplători şi esențiali), se folosesc următoarele tipuri de dispersii:

- dispersia de grupă ($\sigma^2{}_i$);
- media dispersiilor de grupă ($\overline{\sigma^2}$);
- dispersia dintre grupe (δ^2);
- dispersia totală ($\sigma_0{}^2$).

➢**Dispersia de grupă (dispersie parțială)** se calculează ca o medie aritmetică ponderată a pătratelor abaterilor variantelor caracteristicii, de la media lor de grupă:

$$\sigma^2{}_i = \frac{\sum_{j=1}^{r} \left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij}}{\sum_{j=1}^{r} n_{ij}} \tag{4.39}$$

unde: y_j = variantele caracteristicii dependente;

$\overline{y_i}$ = media de grupă, calculată din aceste variante;

n_{ij} = frecvențele corespunzătoare fiecărui interval de valori din cadrul grupei.

OBSERVAȚII!

- Dispersia de grupă evidențiază variația caracteristicii dependente (y_j) determinată de acțiunea factorilor întâmplători care acționează la nivelul grupei respective.

- Numărul dispersiilor de grupă este egal cu numărul grupelor ce formează colectivitatea supusă studiului;
- Comparând între ele dispersiile de grupă, putem preciza care grupă este mai omogenă. Dispersia cu nivelul cel mai scăzut evidențiază gradul înalt de omogenitate al grupei, acțiunea redusă a factorilor întâmplători şi deci o variație slabă. Dispersia cu nivelul cel mai mare reflectă o variație pronunțată sub acțiunea intensă a factorilor întâmplători.
- Pentru a sintetiza această variație într-un singur indicator calculat pe întreaga colectivitate, se calculează media dispersiilor de grupă.

➢**Media dispersiilor de grupă ($\overline{\sigma^2}$)** se calculează ca o medie aritmetică ponderată a dispersiilor parțiale astfel:

- ca o medie aritmetică simplă pentru grupe cu un număr egal de unități: $\overline{\sigma}^2 = \frac{\sum_i \sigma_i^2}{k}$
- pentru grupe cu un număr diferit de unități: $\overline{\sigma}^2 = \frac{\sum_i \sigma_i^2 n_i}{\sum_i n_i}$ (4.40)

OBSERVAȚIE! $\overline{\sigma^2}$ sintetizează influența factorilor întâmplători pe întreaga colectivitate, astfel măsoară variația reziduală sau întâmplătoare a caracteristicii studiate.

➢**Dispersia dintre grupe (δ^2)** reflectă variația caracteristicii dependente, datorată acțiunii cauzelor esențiale pe întreaga colectivitate, deci influența factorului de grupare asupra caracteristicii rezultative *y*. Se calculează ca o medie aritmetică ponderată a pătratelor abaterilor mediilor de grupă față de media colectivității generale:

$$\delta^2 = \frac{\sum_i \left(\overline{y_i} - \overline{y_0}\right)^2 n_i}{\sum_i n_i} \tag{4.41}$$

➢**Dispersia totală (σ_0^2).** Măsoară întreaga împrăştiere a valorilor caracteristicii *y*, care este produsă atât de acțiunea factorilor esențiali, cât şi a celor neesențiali, variabili de la o grupă la alta sau în cadrul aceleiaşi grupe:

$$\sigma_0{}^2 = \frac{\sum_j \left(y_j - \overline{y}_0\right)^2 n_j}{\sum_j n_j} \tag{4.42}$$

Pornind de la conținutul dispersiilor prezentate, dispersia totală se calculează cu relația: $\boxed{\sigma_0{}^2 = \overline{\sigma^2} + \delta^2}$. (4.43)

Această relație este cunoscută în literatura de specialitate sub denumirea de ***regula adunării dispersiilor***. Ea se utilizează pentru verificarea exactității calculelor şi pentru cazul când nu se cunosc decât două din cele trei dispersii.

Pe baza ei se pot calcula alți doi indicatori statistici cu caracter de mărime relativă de structură:

➢**Coeficientul de determinație (**R^2**)** arată care este ponderea factorului principal de grupare în variația totală a caracteristicii.

$$R^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2{}_0} \cdot 100 \tag{4.44}$$

➢**Coeficientul de nedeterminație (**K^2**)** arată care este ponderea factorilor întâmplători în variația totală a caracteristicii.

$$K^2 = \frac{\overline{\sigma}^2}{\sigma_0{}^2} \cdot 100 \tag{4.45}$$

Între cei doi coeficienți există următoarea relație: $R^2 + K^2 = 1$

Dacă:

– $R^2 > K^2$, factorul de grupare acționează în mod hotărâtor asupra variației caracteristicii rezultative y_j;

– $R^2 < K^2$ variația variabilei y_j se datorează influenței exercitate de alte cauze (factori neînregistrați), aceasta fiind independentă de variația caracteristicii x_i.

OBSERVAȚIE! Dispersiile calculate în regula de adunare a dispersiilor se folosesc în sondaj pentru calculul erorii medii pe tipuri de sondaj.

Pentru prezentarea modului de calcul şi a semnificației acestor dispersii, vom considera distribuția unui eşantion de studenți după sex şi vârstă (tabelul 4.7).

Tabelul 4.7

Grupe de studenți după sex (x_i)	Subgrupe de studenți după vârstă (ani) (y_j)					
	18-20	20-22	22-24	24-26	26-28	Total
Masculin	2	7	7	4	-	20
Feminin	1	1	3	3	2	10
Total	3	8	10	7	2	30

Tabelul 4.8. *Grupa I Sex feminin*

Grupe de studenți după vârstă	Număr studenți n_{ij}	Centru de interval y_j	$y_j\, n_{ij}$	$\left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij}$
18-20	2	19	38	21,78
20-22	7	21	147	11,83
22-24	7	23	161	3,43
24-26	4	25	100	29,16
Total	20		446	66,2
	$\sum n_{ij}$		$\sum y_j\, n_{ij}$	$\sum \left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij} = \Delta^2_{y/z}$

- Media grupei I: $\overline{y_1} = \dfrac{446}{20} = 22{,}3$ ani.
- Dispersia grupei I: $\sigma^2{}_1 = \dfrac{66{,}2}{20} = 3{,}31$

Tabelul 4.9. *Grupa II Sex masculin*

Grupe de studenți după vârstă	Număr studenți n_{ij}	Centru de interval y_j	$y_j\, n_{ij}$	$\left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij}$
18-20	1	19	19	23,04
20-22	1	21	21	7,84
22-24	3	23	69	1,92
24-26	3	25	75	4,32
26-28	2	27	54	20,48
Total	10		238	57,6
	$\sum n_{ij}$		$\sum y_j\, n_{ij}$	$\sum \left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij} = \Delta^2_{y/z}$

- Media grupei II: $\overline{y_2} = \frac{238}{10} = 23{,}8$ ani.
- Dispersia grupei II: $\sigma^2{}_2 = \frac{57{,}6}{10} = 5{,}76$

Tabelul 4.10. *Total eşantion*

Grupe de studenți după vârstă	Număr studenți n_j	Centru de interval y_j	$y_j\, n_j$	$\left(y_j - \overline{y_0}\right)^2 n_j$
18-20	3	19	57	43,32
20-22	8	21	168	25,92
22-24	10	23	230	0,4
24-26	7	25	175	33,88
26-28	2	27	54	35,28
Total	30		684	138,8
	$\sum n_{ij}$		$\sum y_j\, n_{ij}$	$\sum\left(y_j - \overline{y_0}\right)^2 n_j$

- Media totală: $\overline{y_0} = \frac{684}{30} = 22{,}8$ ani sau

$$\overline{\overline{y}} = \frac{\sum \overline{y}_i n_i}{\sum n_i} = \frac{684}{30} = 22{,}8 \text{ ani.}$$

- Dispersia totală: $\sigma_0{}^2 = \frac{\sum_j \left(y_j - \overline{y}_0\right)^2 n_j}{\sum_j n_j} = \frac{138{,}8}{30} = 4{,}63$

Tabelul 4.11

Grupe de studenți după sex	Numărul grupelor (n_i)	$\overline{y_i}$	$\overline{y_i}\, n_i$	$\sigma^2{}_i$	$\sigma^2{}_i\, n_i$	$\left(y_i - \overline{y_0}\right)^2 n_i$
Feminin	20	22,3	446	3,31	66,2	5
Masculin	10	23,8	238	5,76	57,6	10
Total	30		684		123,8	15
						$\sum\left(\overline{y_i} - \overline{y_0}\right)^2 n_i = \Delta^2_{y/z}$

- Media dispersiilor de grupă: $\overline{\sigma}^2 = \frac{\sum_i \sigma_i^2 n_i}{\sum_i n_i} = \frac{123{,}8}{30} = 4{,}13$
- Dispersia dintre grupe: $\delta^2 = \frac{\sum_i \left(\overline{y_i} - \overline{y_0}\right)^2 n_i}{\sum_i n_i} = \frac{15}{30} = 0{,}5$
- Regula de adunare a dispersiilor:

  $\sigma_0^{\ 2} = \overline{\sigma^2} + \delta^2 = 4{,}13 + 0{,}5 = 4{,}63$
- Coeficientul de determinație:

  $R^2 = \frac{\delta^2}{\sigma^2{}_0} \cdot 100 = \frac{0{,}5}{4{,}63} \cdot 100 \cong 11\%$
- Coeficientul de nedeterminație:

  $K^2 = \frac{\overline{\sigma}^{\ 2}}{\sigma_0^{\ 2}} \cdot 100 = \frac{4{,}13}{4{,}63} \cdot 100 = 89\%$

  $R^2 + K^2 = 1$ (100%)

  $1 - R^2 = K^2 \rightarrow K^2 = 100 – 11\% = 89\%$

  11% + 89% = 100%

OBSERVAȚIE! $R^2 < K^2$, ceea ce înseamnă că sexul nu este un factor determinant pentru analiza vârstei, aceasta fiind influențată de alți factori.

4.3. **Verificarea semnificației factorului principal de grupare prin metoda analizei dispersionale. Testul F**

Analiza dispersională stă la baza caracterizării statistice a interdependențelor din economie. Prin analiza dispersională se urmăreşte:

- depistarea şi ordonarea factorilor care influențează fenomenul analizat;
- separarea influenței diferiților factori, considerând câte un factor sau mai mulți variabili, iar ceilalți cu acțiune constantă.

Analiza dispersională se foloseşte în următoarele cazuri:

– la verificarea dependenței variației unei caracteristici statistice de influența factorilor determinanți;
– la verificarea stabilității mediei şi dispersiei pentru mai multe eşantioane succesive.

Cazul 1. Analiza dispersională este o metodă auxiliară a corelației şi regresiei statistice, aplicându-se înainte şi după aplicarea acestora.

Înainte ne oferă posibilitatea să verificăm gradul de semnificație al factorului principal de grupare, confirmându-se sau infirmându-se existența sau inexistența legăturii.

După aplicarea metodelor de corelație, analiza dispersională serveşte la verificarea veridicității funcției de regresie şi a indicatorilor de corelație.

Cazul 2. Analiza dispersională se foloseşte când fenomenul cercetat se grupează după criterii organizatorice (*EXEMPLU*: repartizarea angajaților pe echipe, a mărfurilor pe loturi etc).

Cazul 3. Se verifică gradul de reprezentativitate al eşantionului; dacă se îndeplineşte condiția reprezentativității, media şi dispersia nu diferă semnificativ de la un eşantion la altul, aceşti indicatori fiind estimații ale mediei şi dispersiei colectivității totale.

Analiza dispersională se bazează pe metoda grupării, prin care se separă influența factorilor esențiali (notați cu *x*) de acțiunea factorilor întâmplători (notați cu *z*), asupra unei variabile rezultative *y*.

Indicatorii folosiți frecvent în analiza dispersională sunt:

- devianțele sau varianțele (Δ^2);
- gradul de determinație (R_x^2) şi nedeterminație (K_z^2);
- numărul gradelor de libertate (n);
- dispersiile corectate (S^2);
- testul F, raportul dintre dispersiile corectate.

➢Devianțele (Δ^2)

- **Deviança totală (Δ^2_y)** arată gradul de împrăştiere a tuturor valorilor caracteristicii y_j, ca urmare a influenței tuturor factorilor (esențiali şi întâmplători):

$$\Delta_y^2 = \sum \left(y_j - \overline{y_0}\right)^2 n_j \qquad (4.46)$$

- **Devianța sistematică ($\Delta^2_{y/x}$),** considerată deviantă între grupe, arată gradul de împrăştiere al mediilor condiționate ($\overline{y_i}$) ale variabilei y_j față de media totală:

$$\Delta^2_{y/x} = \sum \left(\overline{y_i} - \overline{y_0}\right)^2 n_j \qquad (4.47)$$

- **Devianța reziduală ($\Delta^2_{y/z}$)** măsoară împrăştierea valorilor variabilei y_j față de media condiționată ($\overline{y_i}$) din fiecare grupă, datorată cauzelor întâmplătoare. Se mai numeşte *devianța din interiorul grupelor*, numărul acestora fiind egal cu numărul grupelor:

$$\Delta^2_{y/z} = \sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{j=1}^{r}\left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij}\right] \qquad (4.48)$$

➢**Gradul de determinație şi nedeterminație** se bazează pe raportul dintre fiecare deviantă şi devianța totală, şi arată ponderea influenței cauzelor sistematice şi, respectiv, a celor întâmplătoare, în variația totală a variabilei y_j.

- **Coeficientul de determinație:**

$$R_x^2 = \frac{\Delta^2_{y/x}}{\Delta^2_y} \qquad (4.49)$$

- **Coeficientul de nedeterminație:**

$$K_z^2 = \frac{\Delta^2_{y/z}}{\Delta^2_y} \qquad (4.50)$$

Rezultă că: $R_x^2 + K_z^2 = 1$.

OBSERVAȚIE! Cu cât valoarea lui R_x^2 este mai mare şi se apropie de 1, cu atât factorul principal de grupare are acțiune mai pronunțată şi semnificativă asupra variabilei y_j.

➢**Dispersii corectate (S^2)**

În tabelul 4.12 se prezintă, pe etape, construcția acestor tipuri de dispersii:

Tabelul 4.12

Felul variației	Suma pătratelor abaterilor	Numărul gradelor de libertate	Dispersii corectate
Între grupe	$\sum\left(\overline{y_i}-\overline{y_0}\right)^2 n_i=\Delta^2_{y/x}$	r-1	$S^2_{y/x}=\frac{\Delta^2_{y/x}}{r-1}=\frac{\sum\left(\overline{y_i}-\overline{y_0}\right)^2 n_i}{r-1}$
În interiorul grupelor	$\sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{j=1}^{r}\left(y_j-\overline{y_i}\right)^2 n_{ij}\right]=\Delta^2_{y/z}$	n-r	$S^2_{y/z}=\frac{\Delta^2_{y/z}}{n-r}=\frac{\sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{j=1}^{r}\left(y_j-\overline{y_i}\right)^2 n_{ij}\right]}{n-r}$
Totală	$\sum\left(y_j-\overline{y_0}\right)^2 n_j=\Delta^2_y$	n-1	$S^2_y=\frac{\Delta^2_y}{n-1}=\frac{\sum\left(y_j-\overline{y_0}\right)^2 n_j}{n-1}$

Numărul gradelor de libertate: r = numărul de grupe;
n = numărul de valori perechi.

- **Dispersia totală (S^2)** măsoară variația totală a variabilei y_j, datorată tuturor categoriilor de cauze care o determină.

$$S^2_y=\frac{\Delta^2_y}{n_y}=\frac{\sum\left(y_j-\overline{y_0}\right)^2 n_j}{n-1} \qquad (4.51)$$

- **Dispersia sistematică ($S^2_{y/x}$)** măsoară acea parte din variația caracteristicii y_j, datorată factorului principal de grupare şi se calculează ca raport între devianța sistematică şi numărul de grupe (r) formate după caracteristica x_i, mai puțin o unitate:

$$S^2_{y/x}=\frac{\Delta^2_{y/x}}{n_x}=\frac{\sum\left(\overline{y_i}-\overline{y_0}\right)^2 n_i}{r-1} \qquad (4.52)$$

- **Dispersia reziduală ($S^2_{y/z}$)** măsoară acea parte din variația caracteristicii y_j, datorată factorilor întâmplători şi se calculează ca raport între devianța reziduală şi numărul de unități din care se compune colectivitatea (n), mai puțin numărul de grupe (r):

$$S^2_{y/z} = \frac{\Delta^2_{y/z}}{n-r} = \frac{\sum_{i=1}^{k}\left[\sum_{j=1}^{r}\left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij}\right]}{n-r} = \frac{\sum_i \sigma_i^2 n_i}{\sum_i n_i} \quad (4.53)$$

rezultă că $S^2_y \# S^2_{y/x} + S^2_{y/z}$, dar relația este valabilă pentru deviante: $\Delta^2_y = \Delta^2_{y/x} + \Delta^2_{y/z}$.

➢**Testul F**

Se aplică asupra dispersiilor corectate, fiind raportul dintre dispersia sistematică şi cea reziduală:

$$F_{calculat} = \frac{S^2_{y/x}}{S^2_{y/z}} \quad (4.54)$$

acest raport putând fi: $\begin{cases} F_{calculat} > 1, \text{ dacă } S^2_{y/x} > S^2_{y/z} \\ F_{calculat} < 1, \text{ dacă } S^2_{y/x} < S^2_{y/z} \\ F_{calculat} = 1, \text{ dacă } S^2_{y/x} = S^2_{y/z} \end{cases}$

Practic, acest $F_{calculat}$ se compară cu un $F_{teoretic}$, prezentat în tabele speciale, depinzând de gradele de libertate respective n_x şi n_z, luate în considerație la calculul dispersiilor şi de probabilitatea cu care se garantează apariția rezultatelor.

$$F_{teoretic}: \begin{cases} f_1(v_1) / n_x = r - 1 \\ f_2(v_2) / n_z = n - r \end{cases}$$

Valorile lui $F_{teoretic}$ se vor lua din *Anexa 3* pentru repartiția F corespunzător unui nivel de semnificație.

Dacă $\mathbf{F_{calculat} > F_{teoretic}}$, caracteristica x_i constituie un factor determinant pentru caracteristica y_j, adică între cele două variabile există o legătură statistică semnificativă ce poate fi cuantificată.

Dacă **$F_{calculat}$ < $F_{teoretic}$**, cele două variabile sunt necorelate sau independente.

EXEMPLU: Folosim distribuția studenților după sex și vârstă din tabelul 4.7. De asemenea, mai folosim tabelele 4.8 și 4.9, unde deviațele reziduale vor fi: $\Delta^2_{y/z} = 66{,}2$ și $\Delta^2_{y/z} = 57{,}6$. Din tabelul 4.11 vom lua devianța sistematică $\Delta^2_{y/x} = 15$.

$$F_{calculat} = \frac{S^2_{y/x}}{S^2_{y/z}} = \frac{\Delta^2_{y/x}}{r-1} \div \frac{\Delta^2_{y/z}}{n-r} =$$

$$= \frac{\sum\left(\overline{y_i} - \overline{y_0}\right)^2 n_i}{r-1} \div \frac{\sum_i \left[\sum_j \left(y_j - \overline{y_i}\right)^2 n_{ij}\right]}{n-r} = \frac{15}{2-1} \div \frac{66{,}2 + 57{,}6}{30-2} = 3{,}39$$

$$F_{teoretic}: \begin{cases} f_1 = r - 1 = 1 \\ f_2 = n - r = 28 \end{cases}$$, pentru $\alpha = 0{,}05$ rezultă $F_{teoretic} = 4{,}2$.

$F_{calculat}$ < $F_{teoretic}$, 3,39 < 4,2 deci sexul nu influențează semnificativ vârsta, acestea fiind independente din punct de vedere statistic.

4.4. **Media și dispersia unei variabile alternative**

În cercetarea statistică a fenomenelor social-economice se întâlnesc caracteristici ale căror variante nu se exprimă numeric (cantitativ), ci prin cuvinte (calitativ) și nu admit decât una dintre alternative. În cazul în care caracteristica urmărită este alternativă, unitățile colectivității se împart în două grupe:

- o grupă care cuprinde acele unități la care se înregistrează forma directă de manifestare a caracteristicii;
- o altă grupă la care se înregistrează opusul formei de manifestare a caracteristicii.

EXEMPLU: Starea unei piese poate fi bună sau rebut; situația unui student după un examen poate fi promovat sau nepromovat. De menționat că orice caracteristică numerică nealternativă se poate transforma într-o

caracteristică alternativă, prin raportarea la un anumit prag, care poate fi media. Astfel, unitățile colectivității se vor separa în două grupe:

– unități cu un nivel de dezvoltare mai mic decât media;
– unități cu un nivel de dezvoltare mai mare decât media.

Pentru caracterizarea statistică a variabilelor alternative este necesară o cuantificare a valorilor. Pentru exprimarea lor cantitativă se folosesc următoarele valori convenționale:

- pentru DA, $x_1 = 1$;
- pentru NU, $x_2 = 0$.

Numărul de unități (frecvențele) din cele două grupe este diferit, iar distribuția lor este prezentată în tabelul 4.13.

Tabelul 4.13

Răspunsul înregistrat	Valorile caracteristicii	Frecvențe absolute	Frecvențe relative
DA	$x_1 = 1$	M	$p = M / N$
NU	$x_2 = 0$	N – M	$q = (N – M)/N = 1 - p$
Total		$N = \sum n_i$	$p + q = 1$

unde: N = numărul total al unităților colectivității studiate;
M = numărul unităților care posedă caracteristica;
N – M = numărul unităților care nu posedă caracteristica.

➢**Media caracteristicii alternative (p)** se va calcula aplicând relația mediei aritmetice ponderate, astfel:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1 \cdot M + 0 \cdot (N - M)}{N} = \frac{M}{N} = p \Rightarrow p = \frac{M}{N} \qquad (4.55)$$

OBSERVAȚII!

- Media caracteristicii alternative este chiar frecvența relativă corespunzătoare răspunsurilor afirmative.
- Media caracteristicii alternative poate fi considerată mărime relativă de structură, greutate specifică sau pondere şi probabilitate de apariție a cazurilor favorabile.
- Aceste observații sunt valabile şi pentru *q*, media răspunsurilor neafirmative.

➢**Dispersia caracteristicii alternative (σ_p^2)** se obține pornind de la relația de calcul obişnuit al dispersiei:

$$\sigma_p^2 = \frac{\sum \left(x_i - \overline{x}\right)^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{\left(1-p\right)^2 M + (0-p)^2 (N-M)}{N} =$$

$$= \frac{\left(1-p\right)^2 M}{N} + \frac{p^2 (N-M)}{N} = p\left(1-p\right)\left(1-p+p\right) = p\left(1-p\right) = p \cdot q$$

$$\sigma_p^2 = p\left(1-p\right) = p \cdot q \qquad (4.56)$$

OBSERVAȚIE! Dispersia caracteristicii alternative este egală cu produsul celor două frecvențe relative.

➢**Abaterea medie pătratică (σ_p)** se determină clasic, prin extragerea rădăcinii pătrate din dispersie:

$$\sigma_p = \sqrt{\sigma_p^2} = \sqrt{p\left(1-p\right)} = \sqrt{p \cdot q} \qquad (4.57)$$

Aceşti indicatori sunt folosiți pe scară largă în cercetări selective şi în controlul calității produselor.

Dispersia şi abaterea medie pătratică a caracteristicii alternative prezintă anumite *particularități*:

- dispersia poate lua valori numai în intervalul $0 \le \sigma_p^2 \le 0{,}25$, iar abaterea medie pătratică ia valori numai în intervalul $0 \le \sigma_p \le 0{,}5$;
- când $p < q$ şi p creşte uniform în cadrul intervalului $0 < p < 0{,}5$, atât abaterea medie pătratică, cât şi dispersia înregistrează o creştere mai rapidă la început şi mai lentă către limita superioară;
- când $p = q$ dispersia şi abaterea standard ating valori maxime $\sigma_p^2 = 0{,}25$ şi $\sigma_p = 0{,}5$;
- dacă $p > q$ şi p continuă să crească în cadrul intervalului $0{,}5 < p < 1$ atât abaterea standard, cât şi dispersia înregistrează o scădere în acelaşi ritm în care a avut loc şi creşterea.

EXEMPLU: Pentru determinarea calității produselor unei firme de rulmenți, s-au examinat un număr de 300 de piese, din care 270 au fost considerate bune. Se cere:

a. Procentul mediu de piese bune:

Dacă N = 300 şi M = 270

$$p = \frac{M}{N} = \frac{270}{300} \cdot 100 = 90\%$$

b. Procentul mediu de piese rebut:

$$q = \frac{N - M}{N} = \frac{300 - 270}{300} \cdot 100 = 10\%$$

c. Variația colectivității:

$$\sigma_p^{\;2} = p \cdot q = 90\% \cdot 10\% = 900$$

d. Coeficientul de variație:

$$v = \frac{\sigma_p}{p} \cdot 100 = \frac{\sqrt{900}}{90} \cdot 100 = 33{,}3\% \Rightarrow V < 35\%$$

4.5. **Asimetria**

În analiza distribuțiilor statistice unidimensionale şi unimodale, un interes deosebit îl prezintă cunoaşterea formei distribuției.

Seriile de repartiție de frecvență empirice (cele obținute în urma prelucrării primare a informațiilor) se pot compara cu repartițiile teoretice, pentru care s-au calculat parametrii (medie, dispersie etc.) şi este cunoscută forma lor de repartiție. Cea mai frecventă repartiție teoretică către care tind seriile empirice este distribuția normală, sau funcția Gauss-Laplace, ale cărei frecvențe se distribuie simetric de o parte şi de alta a frecvenței maxime plasată în centrul seriei, iar graficul are forma de clopot, în raport cu ordonata maximă.

Asimetria, ca noțiune, se referă la felul în care frecvențele unei distribuții empirice se abat de la curba normală a frecvențelor.

Sunt cunoscute distribuții empirice:

- uşor asimetrice;
- pronunțat asimetrice.

Forma asimetriei se poate stabili grafic cu ajutorul histogramei sau poligonul frecvențelor.

Într-o distribuție simetrică, cele 3 valori ale tendinței centrale: modul (Mo), mediana (Me) şi media ($\bar{x}$) se confundă, ca în figura 4.7.

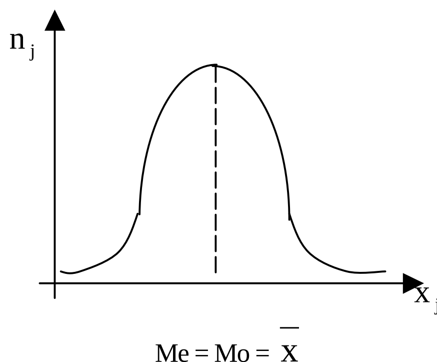
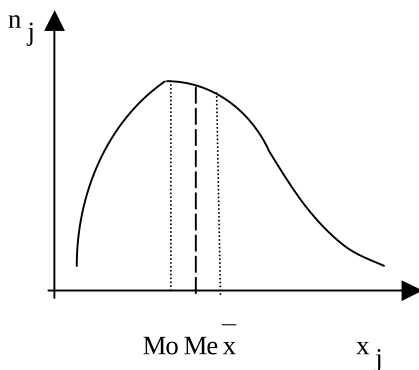


Figura 4.7. *Repartiția simetrică a frecvențelor*

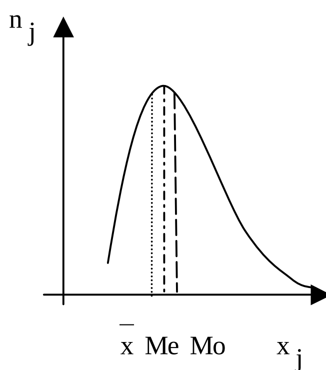
O repartiție uşor asimetrică prezintă o deplasare mai mare sau mai mică într-o parte şi alta față de tendința centrală (exprimată prin Me, Mo, $\bar{x}$) ca în figura 4.8 şi 4.9:



Mo < Me < $\bar{x}$

(etalarea frecvențelor spre stânga)

Figura 4.8. *Repartiția oblică spre stânga*



$\bar{x}$ < Me < Mo

(etalarea frecvențelor spre dreapta)

Figura 4.9. *Repartiția oblică spre dreapta*

Seriile pronunțat asimetrice pot fi:

- în formă de „J”, atunci când frecvențele de grupare își ating maximul la un capăt sau altul al intervalului de variație:
- în formă de „U”, atunci când frecvențele maxime sunt la capătul intervalului, iar cele minime în centrul intervalului;
- sau repartiții complexe, formate din suprapunerea mai multor tipuri de repartiții (una în formă de „J” și două repartiții moderat asimetrice).

Reprezentarea grafică oferă o imagine asupra asimetriei, dar gradul de asimetrie se măsoară cu ajutorul unor indicatori specifici:

– indicatori de asimetrie ai lui Pearson;
– coeficienții de asimetrie interquartilici și interdecilici.

➢**Coeficientul de asimetrie Pearson (Cas)** se bazează pe asimetria absolută (As), calculată ca diferență între media aritmetică și modul:

$$As = \overline{X} - Mo$$

As arată cât de mare este abaterea dintre cei doi indicatori.

Coeficientul de asimetrie (Cas) se află ca raport între asimetria absolută (As) și abaterea medie pătratică (σ):

$$Cas = \frac{As}{\sigma} = \frac{\overline{X} - Mo}{\sigma} \qquad (4.58)$$

OBSERVAȚIE!

- *Cas* are o valoare abstractă și arată mărimea și felul asimetriei.
- *Cas* ia valori în intervalul [-1; +1].
- Dacă: Cas = 0 : seria este simetrică;
  Cas $\rightarrow$ 0 : asimetria seriei este mică;
  Cas $\rightarrow \pm 1$: asimetria este pronunțată;
  Cas > 0: asimetrie la stânga;
  Cas < 0: asimetrie la dreapta;
- *Cas* se folosește numai pentru distribuții ușor asimetrice;
- Pentru un *Cas* cuprins în intervalul (-0,3; +0,3) se poate calcula și cel de-al doilea coeficient de asimetrie a lui Pearson:

$$C'as = \frac{3\left(\overline{X} - Me\right)}{\sigma} \qquad (4.59)$$

Acest $C'as$ ia valori cuprinse între [-3; +3]; $C'as$ dacă $\rightarrow$0: asimetria este mai redusă.

➢**Coeficienți de asimetrie interquartilici și interdecilici**

• **Coeficientul Yule (Cas_1)** măsoară asimetria în funcție de poziția quartilelor. Se calculează cu relația:

$$Cas_1 = \frac{(Q_3 - Me) - (Me - Q_1)}{(Q_3 - Me) + (Me - Q_1)} \qquad (4.60)$$

OBSERVAȚIE!

•Cas_1 ia valori în intervalul [-1; +1].

•Interpretarea lui este identică cu cea a coeficientului de asimetrie Pearson.

• **Coeficientul Bowley (Cas_2)** măsoară asimetria în funcție de poziția decilelor. Se calculează cu relația:

$$Cas_1 = \frac{(D_9 - Me) - (Me - D_1)}{(D_9 - Me) + (Me - D_1)} \qquad (4.61)$$

OBSERVAȚIE! Cas_2 ia valori în intervalul [-1; +1], iar interpretarea lui este similară cu cea a coeficientului de asimetrie Pearson.

EXEMPLU: Pe baza distribuției agenților economici, după mărimea profitului, analizați asimetria seriei statistice.

Tabelul 4.14. *Distribuția agenților economici după profit*

Agenți economici după mărimea profitului (mii lei)	Nr. agenți economici n_i	x_i	$\frac{x_i - a}{h}$	$\left(\frac{x_i - a}{h}\right) n_i$	$\left(\frac{x_i - a}{h}\right)^2 n_i$
20-30	5	25	-3	-15	45
30-40	14	35	-2	-28	56
40-50	18	45	-1	-18	18
50-60	30	55	0	0	0
60-70	15	65	1	15	15
70-80	12	75	2	24	48
80-90	6	85	3	18	54
TOTAL	100			**-4**	**236**

unde: h = 10; a = 55

Reprezentarea grafică a asimetriei s-a efectuat cu poligonul frecvențelor (conform figurii 4.10).

Distribuția agenților economici după mărimea profitului economic

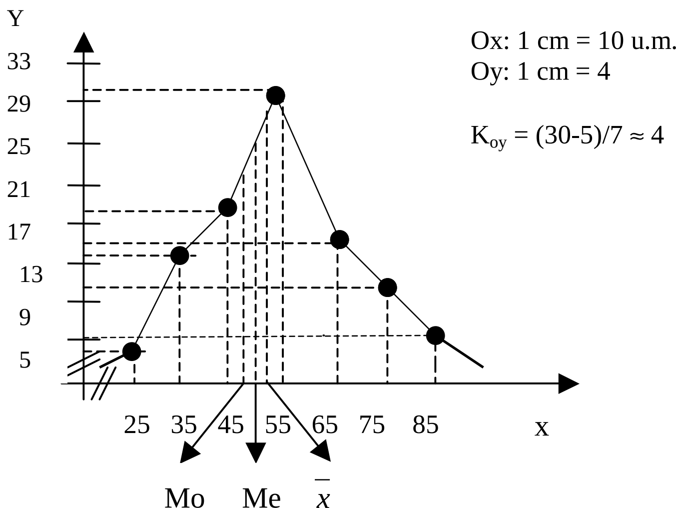


Figura 4.10. *Poligonul frecvențelor*

Din grafic se pate observa o ușoară asimetrie pozitivă în funcție de valorile medii ale seriei: $\bar{x}$ = 54,6; M_e = 54,5; M_0 = 54,44.

Atunci: $M_0 \langle M_e \langle \bar{x}$, ceea ce determină un coeficient de asimetrie pozitiv $Cas > 0$.

Pe baza tabelului 4.14 vom determina coeficientul de asimetrie Pearson, astfel:

$$\bar{x} = \frac{\sum \left(\frac{x_i - a}{h} \right) n_i}{\sum n_i} \cdot h + a = \frac{-4}{100} \cdot 10 + 55 = 54,6$$

$$\sigma^2 = \frac{\left(\frac{x_i - a}{h} \right)^2 n_i}{\sum n_i} \cdot h^2 - \left(\bar{x} - a \right)^2 = \frac{236}{100} \cdot 100 - \left(54,6 - 55 \right)^2 = 235,84$$

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{235,84} = 15,35 \text{ ; } M_0 \in (50 - 60)$$

$$M_0 = x_0 + h\frac{\Delta_1}{\Delta_1 + \Delta_2} = 50 + 10\frac{(30-18)}{(30-18)+(30-15)} = 54,44$$

$$Cas = \frac{\overline{x} - M_0}{\sigma} = \frac{54,6 - 54,44}{15,35} = 0,0104$$

OBSERVAȚIE! Ceea ce s-a constatat pe grafic, s-a obținut şi prin Cas = 0,0104, o uşoară asimetrie pozitivă.

CONCEPTE-CHEIE: *tendință centrală; indicatorii medii; media distribuției statistice; media aritmetică (*$\overline{X}$*); media armonică (*$\overline{X}_h$*); media pătratică (*$\overline{X}_p$*); media geometrică (*$\overline{X}_g$*); indicatorii de poziție; modul (Mo); cuantile de ordinul K: (mediana (Me), quartilele (Q), decilele (D); indicatorii de variație (simpli şi sintetici); regula de adunare a dispersiilor; testul F; caracteristica alternativă (media, dispersia); asimetria.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Cu ce indicatori caracterizăm tendința centrală?
2. În ce situații tendința centrală este mai corect generalizată de: media aritmetică, media armonică, media pătratică, media geometrică?
3. Care sunt dezavantajele mediei în caracterizarea tendinței centrale?
4. Cum se determină media variabilei alternative?
5. Care sunt proprietățile mediei aritmetice?
6. Când nu are sens determinarea mediei aritmetice?
7. O medie calculată dintr-un şir de valori individuale este reprezentativă dacă:
   a) s-au utilizat frecvențele absolute de apariție a valorilor individuale;
   b) şirul de valori individuale este omogen;
   c) coeficientul de asimetrie ia valori în intervalul [-1];
   d) şirul de valori este structurat pe intervale de grupare egale;
   e) s-a utilizat media aritmetică.
8. Media armonică se defineşte ca:
   a) media aritmetică, calculată din inversele valorilor individuale înregistrate;
   b) valoarea inversă a mediei aritmetice, calculată din inversele pătratelor valorilor individuale înregistrate;

c) valoarea inversă a mediei aritmetice, calculată din inversele valorilor individuale;
d) valoarea care, dacă ar înlocui termenii seriei, nu ar modifica suma lor.

9. Ce sunt cuantilele? Definiția şi modul de calcul a cuantilelor de ordinul 2 şi 4.
10. Care este semnificația valorii modale? Când şi cum se calculează aceasta?
11. O serie de distribuție de frecvențe poate avea mai multe moduri? Dacă da, cum se continuă analiza?
12. Când se recomandă folosirea medianei (Me) ca o alternativă la media aritmetică?
13. Care din următoarele afirmații nu este adevărată pentru o serie statistică:
    a) între quartila 1 şi quartila 3 se găsesc 50% din observații, situate în centrul distribuției;
    b) valoarea Q_2 este egală cu mediana, doar pentru o serie simetrică;
    c) valoarea Me este întotdeauna egală cu valoarea Q_2;
    d) pentru o serie simetrică, abaterea interquartilică este nulă;
    e) pentru o serie simetrică, abaterea interquartilică cuprinde 25% din observații.
14. Expresia sintetizării valorilor individuale ale unei variabile statistice într-un singur nivel reprezentativ, în apariția şi manifestarea fenomenelor de masă este dată de:
    a) mediană;
    b) medială;
    c) valoarea medie;
    d) coeficientul de variație;
    e) mărimea relativă de intensitate.
15. Care este cel mai potrivit indicator pentru caracterizarea variației unei caracteristici statistice?
16. Când se utilizează amplitudinea absolută a variației?
17. Când se recomandă folosirea abaterii medii liniare?
18. Care sunt principalele caracteristici ale indicatorului abatere medie absolută?
19. Ce probleme de cunoaştere statistică rezolvă analiza variației valorilor individuale de la tendința centrală?
20. Care sunt avantajele diferitelor modalități de calcul a dispersiei?
21. Care sunt proprietățile dispersiei şi utilizarea lor practică?
22. Ce relație este între abaterea medie liniară şi abaterea medie pătratică în cazul unei distribuții normale?
23. Când se recomandă folosirea abaterii medii pătratice?

24. Dispersia este invers proporțională cu:
    a) volumul eşantionului;
    b) abaterea standard;
    c) coeficientul de asimetrie.
25. Coeficientul de variație arată:
    a) de câte ori este mai mare σ față de $\bar{x}$;
    b) cu câte procente este depăşită limita de omogenitate admisă;
    c) cu cât este mai mare σ față de $\bar{x}$;
    d) de câte ori se cuprinde σ în $\bar{x}$;
    e) câte procente din σ reprezintă $\bar{x}$.
26. Care sunt indicatorii ce analizează concentrarea valorilor individuale şi fac analiza formelor în care se distribuie aceste valori?
27. Care este regula de adunare a dispersiilor?
28. Ce semnificație are dispersia dintre grupe?
29. Ce reprezintă media dispersiilor de grupă? Dar dispersia totală?
30. Ce indicatori putem calcula pe baza regulii de adunare a dispersiilor?
31. Ce verificăm cu ajutorul testului F?
32. Cum se calculează şi ce semnificație au media şi dispersia caracteristicii alternative?
33. Ce se înțelege prin *asimetrie*?
34. Când este o serie perfect simetrică? Dar asimetrică?
35. Cum se calculează şi se interpretează coeficienții de asimetrie propuşi de Pearson?
36. Coeficientul de asimetrie Pearson se află în relație de inversă proporționalitate cu:
    a) abaterea standard;
    b) abaterea standard şi valoarea modală;
    c) dispersia şi valoarea modală;
    d) media aritmetică;
    e) mediana.
37. Ce alți coeficienți de asimetrie mai cunoaşteți?
38. Ce verificări se pot face cu testul χ^2?
39. Ce indici numerici ai concentrării puteți enumera? Cum se calculează şi se interpretează aceşti indici?

5. SONDAJUL STATISTIC ŞI TESTAREA IPOTEZELOR PENTRU FUNDAMENTAREA DECIZIILOR ECONOMICE

5.1. Necesitatea folosirii sondajului statistic

Sondajul statistic, ca metodă de obținere a datelor statistice, alături de alte procedee (recensământ, rapoarte statistice, anchete etc.), este o variantă aflată, în prezent, în plină expansiune. Într-o economie de piață, sondajul este o formă preponderentă de obținere a datelor statistice, datorită operativității şi economicității obținerii acestora.

Informația obținută pe baza datelor rezultate dintr-o cercetare parțială, respectiv a unui eşantion din colectivitatea totală, face obiectul statisticii inferențiale.

Statistica inferențială se referă la cunoaşterea statistică indirectă a unei colectivități, se bazează pe inducția statistică – procedeu al cunoaşterii ce pleacă de la particular la general – şi este fundamentată pe legea numerelor mari, principiile teoriei probabilităților şi statisticii matematice.

Sondajul statistic este o procedură prin care se caracterizează o populație, în baza cercetării unei părți a acesteia, deci a unui eşantion prelevat din populația de origine (colectivitatea totală).

Rezultatele obținute pe baza sondajului se extrapolează la dimensiunea întregii populații. Extinderea rezultatelor de la parte la întreg nu are caracter determinist, ci probabilist, fiind supuse unui risc de a fi eronate.

Avantajele cercetării prin sondaj pot fi următoarele:

- când colectivitatea totală este foarte mare, iar cercetarea ei exhaustivă ar necesita un volum mare de cheltuieli materiale şi de muncă, atunci este avantajos să se recurgă la sondaj;

- programul observărilor prin sondaj cuprinde, de regulă, un număr mai mare de caracteristici decât programul observării totale, ceea ce permite o caracterizare mai aprofundată a fenomenelor studiate;
- în cazul controlului de calitate executat prin distrugerea produsului respectiv, sondajul este singura cercetare posibilă;
- evaluarea rezervelor subterane de petrol, gaze naturale, cărbune etc. nu este posibilă decât pe baza unui sondaj statistic;
- sondajul poate fi folosit cu bune rezultate în verificarea programului unei observări totale, cât şi la verificarea ipotezelor statistice.

Prin sintetizarea avantajelor prezentate de sondaj putem obține următoarele elemente care ar recomanda sondajul:

– *COSTUL*. Costul poate fi mai mic datorită faptului că sondajul presupune cercetarea unei părți a colectivității totale, numite *eşantion*. Datele obținute pot caracteriza suficient de bine populația de referință.

– *RAPIDITATEA*. Cercetătorul are de-a face cu un eşantion, ceea ce îi va reduce timpul necesar pregătirii observării, timpul de culegere al datelor, cât şi timpul de prelucrare al datelor.

– *EXACTITATEA CERCETĂRII*. Eşantionul folosit este verificat dacă este reprezentativ (eroarea de sondaj ≤ 5%). De asemenea, utilizarea în procesul de culegere a datelor a unor persoane pregătite, cât şi organizarea unor sondaje de probă şi a unor controale în teren.

– *CERINȚE SPECIALE*. Există domenii în care sondajul nu poate fi folosit (*EXEMPLU* = controlul calității unui lot de produse, care presupune distrugerea totală sau parțială a produselor).

Noțiuni specifice sondajului statistic

Scopul sondajului statistic îl constituie estimarea parametrilor colectivității totale pe baza informațiilor culese şi prelucrate statistic, folosind principiile teoriei probabilităților. Astfel, în cercetarea selectivă se parcurg două etape:

– prima etapă, denumită ***descrierea statistică***, constă în culegerea şi prelucrarea informațiilor referitoare la eşantion, respectiv calculul indicatorilor care-l definesc (media, dispersia etc.);

– a doua etapă este denumită ***inferență statistică*** sau extinderea indicatorilor eşantionului asupra colectivității generale în scopul caracterizării complete a colectivității totale.

Cercetarea prin sondaj necesită folosirea unor indicatori perechi, ca de pildă:

• **Colectivitatea totală,** denumită şi colectivitate generală sau populaţie, cuprinde totalitatea unităţilor simple şi complexe care formează fenomenul supus cercetării.

Ansamblul unităţilor, ce formează colectivitatea totală, formează volumul colectivităţii şi se notează cu:

– „N" în cazul unităţilor simple;
– „R" pentru unităţile complexe;
– „M" pentru unităţile ce posedă caracteristica, în cazul variabilelor alternative.

• **Colectivitatea de selecţie,** numită şi **eşantion** (probă, mostră), este colectivitatea parţială extrasă din colectivitatea totală în scopul observării şi generalizării rezultatelor obţinute prin prelucrare asupra întregului ansamblu.

Volumul eşantionului se notează cu:

– „n" pentru unităţi simple;
– „r" pentru unităţi complexe;
– „m" pentru unităţile ce posedă caracteristica, în cazul variabilelor alternative.

OBSERVAŢIE! Dintr-o colectivitate totală pot fi extrase mai multe eşantioane, care să difere între ele atât ca volum, cât şi ca structură.

Astfel, indicatorii statistici cu care caracterizăm eşantionul pot fi consideraţi de forma unor variabile aleatoare pentru care se pot stabili distribuţii de frecvenţe corespunzătoare, spre deosebire de media şi dispersia colectivităţii totale studiate care nu pot lua decât o singură valoare.

Tabelul 5.1. *Simboluri de bază folosite în sondaj*

Indicatori din:	Nr. de unităţi	Media caracteristicii		Dispersia caracteristicii	
		Numerică	Alternativă	Numerică	Alternativă
Populaţia generală	N	$\overline{X}_0$	P	σ_0^2	$\sigma_p^2 = p(1-p)$
Eşantion	n	$\overline{X}$	W	$\sigma_{\bar{x}}^2$	$\sigma_w^2 = w(1-w)$

5.2. **Erorile de sondaj**

Folosirea cu succes a sondajului depinde de asigurarea reprezentativității, de aceasta depinzând valoarea rezultatelor obținute în urma cercetării prin sondaj.

Un eşantion este considerat reprezentativ atunci când reproduce, în structura sa, aceeaşi structură pe care o prezintă şi colectivitatea generală.

Asigurarea reprezentativității presupune respectarea următoarelor condiții:

– includerea în eşantion a unităților, în mod obiectiv, fără preferințe, fiecare unitate fiind extrasă după principiul hazardului, cu o probabilitate calculabilă şi diferită de zero;

– eşantionul stabilit să fie suficient de mare încât să permită redarea trăsăturilor esențiale ale populației totale şi obținerea unor indicatori cu un grad mare de stabilitate;

– includerea fiecărei unități în eşantion trebuie să se facă independent de alte unități.

Principala clasă a erorilor de sondaj sunt erorile de reprezentativitate, care pot fi:

- **Erori de reprezentativitate sistematice,** ce pot fi evitate dacă se respectă principiile teoriei selecției prin înlăturarea cauzelor ce duc la producerea lor;
- **Erori întâmplătoare de reprezentativitate,** care îşi au sursa în însuşi natura sondajului ca cercetare parțială, erori ce nu pot fi eliminate, dar pot fi predimensionate, astfel distorsiunile de apreciere realizate prin cercetarea unui eşantion pot fi prevăzute statistic.

Măsurarea erorii de reprezentativitate se poate efectua:

- **Absolut,** ca dimensiune a deplasării parametrului de sondaj ($\bar{x}$) de la mărirea adevărată a parametrului în populația totală ($\bar{x}_0$), respectiv:

$$d_{\bar{x}} = \left|\bar{x} - \bar{x}_0\right| \tag{5.1}$$

- **Relativ,** caz în care se poate stabili **coeficientul de reprezentativitate** ($d_{\bar{x}\%}$) calculat ca raport între eroarea efectivă de reprezentativitate $d_{\bar{x}}$ şi media colectivității generale ($\bar{x}_0$):

$$d_{\bar{x}\%} = \frac{d_{\bar{x}}}{\bar{x}_0} = \frac{\left|\overline{x_i} - \overline{x_0}\right|}{\overline{x_0}} 100 \leq 5\% \qquad (5.2)$$

Dacă $d_{\bar{x}\%} \leq 5\%$ ne permite să apreciem că sondajul este reprezentativ şi oferă o imagine aproximativ fidelă a realităţii. Dimensionarea erorii de sondaj este o problemă a proiectării unui sondaj şi ţine de stabilirea unui compromis acceptabil între nivelul erorii şi costul măririi eşantionului.

EXEMPLU: Verificarea gradului de reprezentativitate a unui eşantion, pentru alegerea unei selecţii corespunzătoare.

Tabelul 5.2. *Distribuţia salariaţilor după salariul mediu*

Grupe salariaţi după salariul mediu	Număr salariaţi			x_i	$x_i\ n_i$	$x_i\ n_{i1}$	$x_i\ n_{i2}$
	Colectivitate generală n_i	Selecţia I n_{i1}	Selec-ţia II n_{i2}				
2-5	20	2	7	3,5	70	7	24,5
5-7	120	12	12	5,5	660	66	66
7-9	280	35	48	7,5	2100	262,5	360
9-11	400	38	20	9,5	3800	361	190
11-13	100	8	7	11,5	1150	92	80,5
13-15	80	5	6	13,5	1080	67,5	81
Total	1000	100	100		8,860	856	802

$$\bar{x}_0 = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{8860}{1000} = 8,86$$

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i n_{i1}}{\sum n_{i1}} = \frac{856}{100} = 8,56$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_i n_{i2}}{\sum n_{i2}} = \frac{802}{100} = 8,02$$

I. $d_{\bar{x}\%} = \dfrac{\left|\overline{x_1} - \overline{x_0}\right|}{\overline{x_0}} \cdot 100 = \dfrac{\left|8,56 - 8,86\right|}{8,86} \cdot 100 = 3,39\%$

II. $d_{\bar{x}\%} = \frac{\left|\overline{x_2} - \overline{x_0}\right|}{\overline{x_0}} \cdot 100 = \frac{\left|8,02 - 8,86\right|}{8,86} \cdot 100 = 9,48\%$

Din selecţiile alese, numai selecţia I corespunde condiţiei de reprezentativitate : $d_{\bar{x}\%} = 3,3\% \leq 5\%$.

5.3. **Procedee de selecţie folosite în practica statistică**

Practica statistică, după procedeul folosit în construirea eşantionului, acceptă două categorii de sondaje:

– sondaje nealeatoare;

– sondaje aleatoare.

5.3.1. *Sondaje nealeatoare*

Metoda sondajului nealeator constă în alegerea acelor unităţi din eşantion, astfel încât să fie cât mai apropiate de caracteristicile esenţiale ale colectivităţii generale din care s-au extras.

Astfel, eşantionul se formează după o manieră arbitrară, care are însă la bază alegerea raţională a unităţilor, dar nu se poate estima probabilitatea ca un element să intre în eşantion. De aceea, nu este posibilă estimarea variantei şi nici intervalul de încredere pentru colectivitatea generală.

În acest tip de sondaj, singurul mod de a evalua calitatea datelor de anchetă este de a compara rezultatele metodei cu datele reale ale colectivităţii observate. Cu cât rezultatele obţinute sunt mai apropiate de datele reale, cu atât această metodă va fi mai utilă în cercetarea statistică. Astfel, dacă populaţia de referinţă este omogenă atunci metodele neprobabiliste pot oferi rezultate acceptabile.

OBSERVAŢII!

• metodele nealeatoare sunt mai puţin costisitoare şi mult mai practice;

• în comparaţie cu metodele aleatoare sunt mai puţin exacte.

Dintre metodele neprobabiliste putem aminti:

• Eşantionarea la întâmplare;

• Eşantioane de voluntari;

• Eşantioane dirijate;

• Eşantionarea prin metoda cotelor.

➢ ***Eşantioane la întâmplare***

Construcția eşantionului este făcută la întâmplare, de aceea asigurarea reprezentativității eşantionului este puternic afectată de intuiția operatorilor de anchetă. Dacă operatorii de anchetă respectă câteva condiții minime pentru asigurarea caracterului „aleator” în construcția eşantionului rezultatele obținute sunt suficient de reprezentative.

EXEMPLE:

• Sondajul de opinie publică pe o problemă de actualitate.

• Sondaje de opinie pe probleme ecologice.

OBSERVAȚII!

• această metodă este utilă atunci când colectivitatea generală din care se extrage eşantionul este omogenă.

• în restul cazurilor metoda trebuie luată cu precauție ca fiind corectă, mai ales că este puternic influențată de operatorii ce culeg datele.

➢ ***Eşantioane de voluntari***

În cadrul acestei metode eşantionul se formează pe baza opțiunii voluntare a persoanelor de a face parte din eşantion. Din această cauză trebuie să avem în vedere durata mare de formare a acestor eşantioane care necesită şi o exigență deosebită.

REMARCĂ!

• Această formă de eşantionare este folosită cu succes în studiile de marketing (lansarea unui anumit produs nou).

• Cercetarea medicală şi psihologia folosesc acest tip de eşantionare:

– în tratarea unei boli;

– în urmărirea efectelor introducerii unui nou medicament.

➢ ***Eşantioane dirijate***

Formarea eşantionului se face de către persoanele care culeg datele în funcție de anumite considerente asupra compoziției colectivității de referință.

Deoarece alegerea unităților ce vor intra în eşantion este făcută de un operator, el poate face şi alegeri subiective, care pot provoca distorsiuni sau deplasări semnificative ale indicatorilor calculați de la valorile colectivității studiate.

Atunci când acest tip de selecție trebuie folosit, se va face o analiză amănunțită din punct de vedere calitativ a colectivității generale, iar în formarea eşantionului se vor avea în vedere aceste informații cu precădere.

REMARCĂ!

• Acest tip de selecție se foloseşte în studiile preliminare asupra unui fenomen.

• Alegerea dirijată a unităților eşantionului determină costuri reduse, precum şi un mare grad de operativitate.

• Nu se va folosi în practică în situațiile în care se cere o mare rigoare ştiințifică.

➢ ***Eşantionarea pe cote***

Presupune formarea unui eşantion care să respecte compoziția pe straturi a colectivității generale. Astfel, acest tip de sondaj se face atunci când se cunosc proprietățile indivizilor pe straturi, într-o colectivitate care a fost stratificată după un criteriu **prestabilit**. Anchetatorul va alege din fiecare strat unitățile pe care le consideră reprezentative.

Apropierea acestui tip de sondaj de sondajul aleator se realizează în măsura în care frecvențele relative, definite în cadrul colectivității generale pentru anumite variabile, pot fi interpretate ca probabilități. Acest lucru poate fi realizat dacă colectivitatea generală este suficient de mare pentru a da posibilitatea aplicării legii numerelor mari.

REMARCĂ!

• Această metodă, bazată pe o alegerea rațională a unităților în eşantion, dă rezultate suficient de bune în studiile de piață, în sondajele de opinie la nivel național.

• Metoda pe cote este, în general, mai puțin costisitoare decât o metodă aleatoare, datorită desfăşurării ei.

• Este o metodă practică şi asigură o culegere rapidă a informațiilor necesare studiului.

• În această metodă însă calitatea datelor depinde decisiv de priceperea anchetatorului. De aceea, nu se pot evalua erorile de eşantionare, neputând calcula precizia estimărilor, plecând de la rezultatele obținute asupra eşantionului. Anchetatorul, din dorința de a alege unitățile cele mai reprezentative, alege intenționat valori apropiate de medie, dar îi scapă tocmai elementele externe care caracterizează dispersia colectivității. Astfel, acest eşantion ales rațional va spune ceva mai mult despre medie şi prea puțin despre dispersia colectivității.

Atunci această metodă se poate folosi cu succes în cercetările în care se cere operativitate şi nu o înaltă precizie a rezultatelor obținute.

EXEMPLU: Se organizează o anchetă statistică la nivel național privind introducerea pe piață a unor noi produse cosmetice. Pentru studiul nostru vom lua un eşantion format din 3000 de persoane. În analiză se pot introduce mai multe variabile în funcție de scopul studiului: sexul, vârsta, categoria socio-profesională etc. În exemplul nostru vom lua doar sexul ca variabilă (conform tabelului 5.3 şi tabelului 5.4).

Tabelul 5.3. *Repartizarea populației României cu vârstă peste 18 ani, după sex*

Populația după sex	Număr persoane	Structura populației %
Femei	10.600.000	54,22
Bărbați	8.950.000	45,78
Total	19.550.000	100,00

Tabelul 5.4. *Cote relative la populația generală pentru eşantionul de 3000 de persoane*

Populația după sex	Număr de persoane
Femei	1.627
Bărbați	1.373
Total	3000

5.3.2. *Sondaje aleatoare*

Principiul alegerii aleatoare (probabiliste) presupune extragerea unităților eşantionului din colectivitatea generală în mod aleator, cu o probabilitate egală şi nenulă, cunoscută *a priori*.

Prin utilizarea acestei metode în generarea unui eşantion, eroarea de eşantionare este, în general, mai mică decât în sondajele nealeatoare.

Procedee de eşantionare

În eşantionarea aleatoare, după modul de extragere a unităților eşantionului se disting următoarele procedee:

- eşantionarea aleatoare repetată;
- eşantionarea aleatoare nerepetată;
- eşantionarea aleatoare mecanică.

Eşantionarea aleatoare repetată – se realizează atunci când o unitate extrasă se restituie colectivității de origine. Volumul colectivității generale

(N) va rămâne neschimbat pe toată perioada iterației, astfel că fiecare unitate extrasă va avea aceeaşi probabilitate de includere (1/N) în eşantion.

Eşantionarea aleatoare nerepetată – se realizează atunci când unitățile extrase din colectivitatea generală nu mai sunt restituite acesteia. Astfel că volumul colectivității generale, la sfârşitul iterației, va fi (N-n), adică diferența dintre volumul colectivității generale (N) şi volumul eşantionului (n).

REMARCĂ!

Modelul teoretic al celor două variante de prelucrare este schema urnei lui Bernoulli cu bila revenită şi cu bila nerevenită.

Eşantionarea aleatoare mecanică – presupune formarea eşantionului pe baza unei progresii aritmetice, prin alegerea unui număr de la care să pornească construirea progresiei şi prin stabilirea unui pas de numărare (rația progresiei) prin relația K = N/n.

Atunci, construirea eşantionului se face prin două elemente:

• pasul de numărare (K);

• punctul de plecare ales (x) din colectivitatea generală.

Practic, selecțiile aleatoare se pot realiza prin mai multe procedee dintre care amintim:

• procedeul „loteriei";

• procedeul tabelului cu numere aleatoare;

• procedeul mecanic.

➢**Procedeul „loteriei"**. Acesta presupune extragerea dintr-o urnă a unor bile, discuri, bilete, reprezentând fiecare o unitate a colectivității. Extragerea din urnă se face în două variante:

a) *procedeul bilei revenite*, în care probabilitatea de includere în eşantion a fiecărei unități este constantă (p = 1/N) tot timpul cât durează operația de construire a eşantionului. La sfârşit, în urnă rămân (N-1) unități;

b) *procedeul bilei nerevenite*, în care bila, odată extrasă, nu se mai întoarce în urnă, mărind astfel şansa fiecărei unități rămase în urnă de a intra în eşantion. Probabilitățile sunt variabile şi cresc pe măsura formării eşantionului: p_1=1/N, p_2=1/N-1,...., p_n=1/N-(n-1). La sfârşit, în urnă rămân (N-n) unități.

Pentru că, în acest caz, este exclusă posibilitatea extragerii de mai multe ori a aceleaşi unități, erorile sunt mai mici, iar rezultatele obținute au un grad de precizie mai ridicat.

OBSERVAȚIE! Procedeul „Loteriei” se foloseşte când colectivitatea generală cuprinde un număr mai mic de unități, pentru care să se poată asigura bile şi să se poată include în urnă.

➢**Procedeul tabelului cu numere aleatoare**. Acest procedeu poate fi folosit numai pentru colectivități restrânse. Tabelele cu numere aleatoare, elaborate de Kendall Yates etc., au fost întocmite cu ajutorul unui dispozitiv de amestecat numere. Pentru folosirea tabelului cu numere aleatoare este necesară numerotarea unităților colectivității generale de la 1 la N şi apoi extragerea celor „n” unități ce formează eşantionul. Pentru formarea eşantionului se va proceda astfel: se vor alege la întâmplare coloana şi rândul din coloana respectivă cu care se va începe selecția. Apoi, de la numărul respectiv începe selectarea unităților (după anumite criterii) până la formarea completă a eşantionului „n”.

➢**Procedeul mecanic** presupune ordonarea unităților după o caracteristică oarecare (ordine alfabetică, denumirea străzii etc.) prin care să se asigure includerea, pe cât posibil întâmplătoare, a unităților în eşantion. Formarea eşantionului este precedată de stabilirea unui pas de numărare, după care se va face includerea unităților. **Pasul de numărare**, care trebuie să fie un număr întreg, se calculează ca raport între volumul colectivității generale şi volumul colectivității de selecție: $k = N/n$.

Prin calculul pasului de numărare se obține împărțirea colectivității generale în grupe de volum egal.

Pentru constituirea eşantionului se procedează astfel: se selectează la întâmplare (prin tragere la sorți) o unitate din prima grupă, la care se adaugă succesiv pasul de numărare până la obținerea celor „n” unități ale eşantionului.

OBSERVAȚIE! Constituirea eşantionului în selecția mecanică nu este pe deplin aleatoare pentru că fiecare unitate selectată depinde de numărul de ordine al celei precedente. De aceea, selecția mecanică este considerată în literatura de specialitate o selecție cvasialeatoare. Totuşi ea este folosită cu succes în statistica agricolă şi statistica nivelului de trai.

5.4. **Tipuri de sondaje**

5.4.1. *Sondajul aleator simplu*

Este varianta aleatoare elementară de sondaj, celelalte tipuri putând fi înțelese ca soluții obținute prin particularizarea unor elemente ale acestui tip de sondaj.

Sondajul aleator simplu se aplică numai unor colectivități cu un grad mare de omogenitate, formate din unități simple de observare şi în care se urmăreşte variația unei singure caracteristici de grupare.

În practică se operează asupra unor populații finite, prelevând cele „n" unități din cele N ale populației şi înregistrând pentru fiecare unitate din eşantion valoarea caracteristicii urmărite, pe baza cărora se calculează media:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Această medie va fi diferită (mai mult sau mai puțin) față de media „adevărată", dar necunoscută din populația generală. Pentru o altă eşantionare, unitățile prelevate vor fi altele, astfel încât tot alta ar fi fost media de sondaj al acestor valori.

Faptul că indicatorii de sondaj diferă de la un eșantion la altul înseamnă că pot fi interpretați ca variabile aleatoare. Astfel, în prelucrarea datelor de sondaj se pot folosi procedee de tratare a datelor specifice disciplinei de „probabilități şi statistică matematică".

Estimațiile obținute pe baza datelor de sondaj constituie evaluări aproximative ale adevăratelor valori ale parametrilor necunoscuți din populația generală.

Rezultatele obținute prin sondaj sunt afectate de erori. Ce se obține prin sondaj nu reprezintă valoarea exactă a parametrului căutat, ci un „interval de încredere" care, cu o probabilitate fixată de cercetător, acoperă valoarea adevărată, dar necunoscută a parametrilor din populația generală. Acest interval se numeşte **interval de estimație** sau **interval de încredere,** iar cele două limite ale intervalului θ_{inf} şi θ_{sup} se calculează pe baza datelor sondajului, astfel încât cu o probabilitate P = 1– α să se îndeplinească relația: $P(\theta_{\text{inf}} < \theta < \theta_{\text{sup}}) = 1 - \alpha$, unde:

- intervalul $(\theta_{\text{inf}}, \theta_{\text{sup}})$ reprezintă **intervalul de încredere** şi defineşte precizia estimației;
- probabilitatea P = 1– α caracterizează siguranța afirmației şi se numeşte **nivel de încredere;**

– α, fiind valoarea complementară a nivelului de încredere, se numeşte **prag sau nivel de semnificație** şi se fixează prin programul de cercetare.

5.4.1.1. Indicatori ai sondajului aleator simplu

1. ***Eroarea medie de sondaj***

a. *Cazul sondajului repetat.* Datele înregistrate în eşantion pot fi considerate variabile aleatoare, iar folosind independența valorilor variabile, se calculează media de sondaj:

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i}{n}$$

Media de sondaj poate fi un estimator al mediei $\overline{x_0}$ a colectivității generale, dacă se îndeplineşte condiția ca media de sondaj să fie egală cu media generală $M(\bar{x}) = \overline{x_0}$. Se calculează dispersia mediei de sondaj:

$$D(\bar{x}) = \sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}$$

În practică, cercetarea prin sondaj se foloseşte fie pentru a completa o observare totală de mare amploare, fie ca singura posibilitate de caracterizare statistică a fenomenului respectiv. Astfel, cunoscând, de regulă, numai media calculată pe baza datelor rezultate de la un singur eşantion, pentru determinarea erorii medii de sondaj trebuie să se recurgă la relația care există între dispersia colectivității de selecție ($\sigma_{\bar{x}}^2$), eroarea medie de sondaj ($\mu_{\bar{x}}$) şi volumul eşantionului (n).

În teorie, se demonstrează că, în cazul selecției aleatoare repetate, între cei doi indicatori există relația:

$$\sigma_{\bar{x}}^2 = \mu_{\bar{x}} * n, \quad \text{de unde:} \quad \mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}} \qquad (5.3)$$

b. *Cazul sondajului nerepetat*

În acest tip de sondaj, unitățile sunt prelevate întâmplător din populația generală, o unitate astfel extrasă nu mai este restituită populației de origine.

Dacă N este volumul populației generale, atunci $P(X_1 = x_1) = 1/N$, iar probabilitatea evenimentului $X_2 = x_2$ este condiționată de faptul că la prima extragere a avut loc evenimentul $X_1 = x_1$, iar unitatea extrasă nu mai revine în populația generală: $P(X_2 = x_2 / X_1 = x_1) = 1/N-1$. Astfel, abaterea standard a mediei de sondaj ca măsurător al erorii medii de reprezentativitate devine:

$$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}} \cdot \sqrt{\frac{N-n}{N-1}} \cong \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n} \cdot \frac{N-n}{N-1}} \cong \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n} \cdot (1-\frac{n}{N})} \quad (5.4)$$

OBSERVAȚIE!

- În practică, dacă volumul colectivității generale este foarte mare se renunță la (-1) de la numitorul formulei şi coeficientul de corecție se foloseşte astfel: $(1-\frac{n}{N})$.
- Coeficientul de corecție $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ este subunitar. Dacă în calculele efective $n/N < 0,2$, de regulă factorul $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ nu se mai ia în considerare.
- Dacă volumul N al populației este ridicat, iar al sondajului „n” este redus, atunci $\frac{N-n}{N-1} \rightarrow 1$, astfel rezultatul estimării erorii medii de sondaj coincide în ambele variante de sondaj.
- Dacă n = N, atunci $\sqrt{1-\frac{n}{N}}$ devine nul, căci cercetarea parțială s-a transformat într-o cercetare totală.
- Dacă „n”, volumul sondajului, creşte – precizia sporeşte cu aproximativ $\sqrt{n}$ ori, şi în acelaşi raport se micşorează şi dispersia de sondaj. Aceasta arată că sporirea volumului eşantionului nu se regăseşte proporțional în ridicarea preciziei sondajului. De aceea, în practică se folosesc sondaje de volum mic.
- Eroarea medie de reprezentativitate pentru acest tip de sondaj este mai mică decât în cazul celui cu revenire.

2. ***Eroarea limită*** **(eroare maximă admisă sau probabilă – $\Delta_{\bar{x}}$)**

Eroarea limită maximă admisă defineşte siguranța estimării mediei $\overline{x_0}$ prin variabila de sondaj $\bar{x}$ şi se măsoară probabilist astfel:

$$\left|\bar{x} - \overline{x_0}\right| < \Delta_{\bar{x}}$$

Mărimea $\Delta_{\bar{x}}$ caracterizează precizia estimării. Aprecierea satisfacerii inegalității se face ca o probabilitate de realizare:

$$P(\left|\bar{x} - \overline{x_0}\right| < \Delta_{\bar{x}}) = 1 - \alpha$$

Probabilitatea (1– α) se alege de către cercetător, în funcție de nivelul de siguranță urmărit în estimare.

Eroarea limită se determină pornind de la variabila:

$$Z = \frac{\bar{x} - \overline{x_0}}{\sqrt{\frac{\sigma^2}{n}}} = \frac{\Delta_{\bar{x}}}{\mu_{\bar{x}}}$$

Variabila Z are o repartiție normală, fiind valoarea tabelară care satisface relația $2\Phi(Z_\alpha) = P = 1 - \alpha$. Astfel, eroarea limită este:

$$\Delta_{\bar{x}} = Z_\alpha \cdot \mu_{\bar{x}} = Z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}} \text{ pentru sondajul repetat} \quad (5.5)$$

$$\Delta_{\bar{x}} = Z_\alpha \cdot \mu_{\bar{x}} = Z_\alpha \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)} \text{ pentru sondajul nerepetat} \quad (5.6)$$

3. ***Determinarea volumului eşantionului***

Dimensionarea rațională a volumului eşantionului este o problemă importantă în cercetarea prin sondaj, mărimea eşantionului „n”, în virtutea legii numerelor mari, sporeşte precizia rezultatelor şi reduce eroarea medie probabilă.

În teoria şi practica sondajului se folosesc eşantioane „mari” şi eşantioane de volum redus, în funcție de gradul de omogenitate al colectivității generale.

Interpretarea erorii medii de reprezentativitate se face diferit:

– pentru eşaloanele mari se foloseşte distribuția normală Laplace;
– pentru cele de volum redus se foloseşte distribuția Student.

Calculul volumului de sondaj se realizează pornind de la eroarea limită maximă admisă:

– pentru cazul sondajului repetat:

$$\Delta_{\bar{x}} = Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2_{\bar{x}}}{n}}, \text{ de unde: } \Delta^2_{\bar{x}} = Z^2_{\alpha} \cdot \frac{\sigma^2_{\bar{x}}}{n} \Rightarrow n = \frac{Z^2_{\alpha} \cdot \sigma^2_{\bar{x}}}{\Delta^2_{\bar{x}}} \qquad (5.7)$$

– pentru cazul sondajului nerepetat:

$$\Delta_{\bar{x}} = Z_{\alpha} \cdot \sqrt{\frac{\sigma^2_{\bar{x}}}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}, \text{ de unde: } n = \frac{Z^2_{\alpha} \cdot \sigma^2_{\bar{x}}}{\Delta^2_{\bar{x}} + \frac{Z^2_{\alpha} \cdot \sigma^2_{\bar{x}}}{N}}. \qquad (5.8)$$

4. **Intervalul de estimație** sau **intervalul de încredere**

Intervalul de încredere desemnează zona probabilă în interiorul căreia se va plasa media populației generale.

Intervalul se determină pornind de la media de sondaj corectată cu nivelul erorii limită maxim admisă: $\left|\bar{x} - \overline{x_0}\right| < \Delta_{\bar{x}}$, relație echivalentă cu dubla inegalitate:

$$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} < \bar{x}_0 < \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}$$

Satisfacerea inegalității se face cu o probabilitate de realizare:

$$\mathrm{P}(\left|\bar{x} - \overline{x_0}\right| < \Delta_{\bar{x}}) = \mathrm{P}(-\Delta_{\bar{x}} < \left|\bar{x} - \overline{x_0}\right| < \Delta_{\bar{x}}) =$$

$$= \mathrm{P}(\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} < \overline{x_0} < \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}) = 1 - \alpha \qquad (5.9)$$

Lungimea intervalului de încredere este direct proporțională cu mărimea împrăştierii valorilor şi invers proporțională cu nivelul pragului de semnificație şi mărirea eşantionului.

În unele situații prezintă interes şi calculul intervalului probabil de plasare a nivelului totalizat al caracteristicii în populația generală: $\sum x_i \approx N \cdot \bar{x}$; de unde intervalul de încredere:

$$N\left(\bar{x} - \Delta_{\bar{x}}\right) < \sum x_i < \left(\bar{x} + \Delta_{\bar{x}}\right)N \qquad (5.10)$$

5.4.1.2. Indicatori ai sondajului în cazul caracteristicilor alternative

Când variabila X poate arăta doar o însuşire pe care o posedă doar unele dintre elementele populației, caracteristica se numeşte alternativă sau binară.

EXEMPLU: Într-un lot de piese, caracteristica poate fi: „defectă" sau „bună", iar pentru o echipă de muncitori caracteristica poate reprezenta nivelul de calificare sau salarizare: „peste medie" sau „sub medie" etc. Populația cercetată este formată din „n" elemente, dintre care un număr „m" posedă caracteristica, şi un număr „n-m" nu o posedă. Apoi se atribuie valoarea 1 elementelor colectivității care posedă caracteristica şi valoarea 0 celor ce nu o posedă.

Tabelul 5.5

Unitățile eşantionului	Răspuns	Valoarea caracteristicii	Frecvența absolută n_i	Frecvența relativă n_i^*
Unități ce posedă caracteristica	DA	$X_1=1$	m	$\frac{m}{n}=w$
Unități ce nu posedă caracteristica	NU	$X_2=0$	n-m	$\frac{n-m}{n}=1-\frac{n}{m}=1-w$
Total			$\sum n_i = n$	$\sum n^*{}_i = 1$

➢**Media caracteristicii alternative:**

$$\bar{x} = \frac{\sum x_i n_i}{\sum n_i} = \frac{1\cdot m + 0\cdot(n-m)}{n} = \frac{m}{n} = w \qquad (5.11)$$

Media „w" este chiar frecvența relativă a caracteristicii cercetate în eşantion.

➢**Dispersia caracteristicii alternative:**

$$\sigma_w^2 = \frac{\sum\left(x_i - \bar{x}\right)^2 n_i}{\sum n_i} = \frac{(1-w)^2\cdot m}{n} + \frac{(0-w)^2\cdot(n-m)}{n} =$$

$$= (1-w)^2\cdot w + w^2(1-w) = w\cdot(1-w)\cdot(1-w+w) = w\cdot(1-w)$$

$$\sigma_w^2 = w(1-w) \qquad (5.12)$$

➢**Eroarea medie de sondaj:**

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}} = \sqrt{\frac{w\cdot(1-w)}{n}} \text{ pentru sondajul repetat} \quad (5.13)$$

$$\mu_w = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{w\cdot(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \text{ pentru sondajul nerepetat} \quad (5.14)$$

➢**Eroarea limită maximă admisibilă:**

– pentru sondaj repetat:

$$\Delta_w = Z\cdot\mu_w = Z\cdot\sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}} = Z\cdot\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \quad (5.15)$$

– pentru sondaj nerepetat:

$$\Delta_w = Z\cdot\mu_w = Z\cdot\sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = Z\cdot\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \quad (5.16)$$

➢**Intervalul de încredere pentru media caracteristicii alternative:**

$$w-\Delta_w < p < w+\Delta_w \quad (5.17)$$

➢**Volumul eşantionului „m" pentru caracteristica alternativă:**

– pentru sondajul repetat:

$$\Delta_w = Z\cdot\sqrt{\frac{w(1-w)}{n}} \Rightarrow \Delta_w^2 = Z^2\cdot\frac{w(1-w)}{n} \Rightarrow n = \frac{Z^2\cdot w(1-w)}{\Delta_w^2} \quad (5.18)$$

– pentru sondajul nerepetat:

$$\Delta_w = Z\cdot\sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} \Rightarrow \Delta_w^2 = Z^2\cdot\frac{\sigma_w^2}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)$$

$$\Rightarrow n = \frac{Z^2\cdot\sigma_w^2}{\Delta_w^2+\frac{Z^2\cdot\sigma_w^2}{N}} \quad (5.19)$$

- **Intervalul de încredere pentru nivelul totalizat al caracteristicii alternative:**

$$N \cdot (w - \Delta_w) < \sum M_i < N(w + \Delta_w)$$

Tabelul 5.6. *Indicatorii sondajului aleator simplu*

Indicatori	Caracteristică numerică		Caracteristică alternativă	
	Selecție repetată	Selecție nerepetată	Selecție repetată	Selecție nerepetată
1. Eroarea medie de sondaj	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}}$	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\sigma_{\bar{x}}^2}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n}} = \sqrt{\frac{\sigma_w^2}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\sigma_w^2\left(1 - \frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{w \cdot (1-w)}{n}\left(1 - \frac{n}{N}\right)}$
2. Eroarea limită	$\Delta_{\bar{x}} = Z \cdot \mu_{\bar{x}}$	$\Delta_{\bar{x}} = Z \cdot \mu_{\bar{x}}$	$\Delta_w = Z \cdot \mu_w$	$\Delta_w = Z \cdot \mu_w$
3. Volumul eșantionului (n)	$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2}{\Delta_{\bar{x}}^2}$	$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2}{\Delta_{\bar{x}}^2 + \frac{Z^2 \cdot \sigma_{\bar{x}}^2}{N}}$	$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma_w^2}{\Delta_w^2} = \frac{Z^2 \cdot w(1-w)}{\Delta_w^2}$	$n = \frac{Z^2 \cdot \sigma_w^2}{\Delta_w^2 + \frac{Z^2 \cdot \sigma_w^2}{N}} = \frac{Z^2 \cdot w(1-w)}{\Delta_w^2 + \frac{Z^2 \cdot w(1-w)}{N}}$
4. Intervalul de încredere pt. media generală	$\bar{x} - \Delta_{\bar{x}} < x_0 < \bar{x} + \Delta_{\bar{x}}$		$w - \Delta_w < p < w + \Delta_w$	

OBSERVAȚII!

- Dacă se ajunge la situația ca n = N, atunci factorul $\sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)}$ devine nul şi dispare, pentru că cercetarea parțială s-a transformat în cercetare totală.
- Dacă N, volumul colectivității, este ridicat, iar n al sondajului este redus, atunci $\sqrt{\left(1-\frac{n}{N}\right)} \rightarrow 1$, practic coincide în ambele tipuri de sondaj.
- Z – este argumentul funcției de probabilitate Gauss-Laplace Φ(Z), care are o repartiție normală, fiind o valoare tabelară (vezi Anexa 1).

Intervalul de încredere delimitează zona probabilă în care se va plasa valoarea adevărată, dar necunoscută a mediei populației generale $(\bar{x}_0)$.

5.4.2. *Sondajul tipic (stratificat)*

Sondajul tipic este tipul de selecție ce se aplică cel mai frecvent în cercetarea fenomenelor social-economice de masă.

Sondajul tipic se aplică colectivităților neomogene, care au fost împărțite în grupe omogene (straturi sau tipuri de unități) după o caracteristică esențială, notate cu N_1, N_2,..., N_r, şi reprezentate în sondaj prin volumul subeşantioanelor n_1, n_2,..., n_r.

Cu cât grupele în care a fost împărțită colectivitatea sunt mai omogene, cu atât mediile de grupe $\left(\bar{x}_i\right)$ au valori apropiate de valorile individuale din care s-au calculat şi deci abaterile într-un sens sau altul sunt mici, iar gradul de variație este mic.

Variația mediilor de selecție posibile va fi în funcție de variația fiecărei grupe măsurată prin dispersiile de grupă $\left(\sigma_i^2\right)$ şi sintetizată prin media dispersiilor parțiale $\left(\overline{\sigma^2}\right)$. Din regula de adunare a dispersiilor ştim că $\overline{\sigma}^2 < \sigma_0^2$, iar de aici rezultă erori mai mici prin aplicarea selecției tipice. Dacă nu dispunem de date dintr-o cercetare totală anterioară, se va

folosi pentru calculul indicatorilor de selecție media dispersiilor parțiale din colectivitatea de selecție $\left(\overline{\sigma^2}\right)$.

• **Media de selecție** $\left(\overline{\overline{x}}\right)$ se va calcula ca o medie aritmetică ponderată a mediilor subeşantioanelor respective:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{\sum \overline{x}_i n_i}{\sum n_i} \quad (5.20)$$

unde: $i = \overline{1, r}$.

• **Media dispersiilor de grupă** $\left(\overline{\sigma_x^2}\right)$ se calculează ca o medie aritmetică ponderată a dispersiilor de grupă astfel:

$$\left(\overline{\sigma_x^2}\right) = \frac{\sum \sigma_i^2 n_i}{\sum n_i} \quad (5.21)$$

OBSERVAȚIE! Dacă caracteristica, ce a stat la baza separării în grupe omogene, joacă un rol important în variația caracteristicii cercetate, mediile de grupă sau parțiale ($\overline{x}_i$) se vor diferenția între ele şi se vor abate într-o măsură mai mare de la media colectivității generale. Astfel, ponderea mediei dispersiilor parțiale în variația totală va fi mică, deci influența cauzelor întâmplătoare va fi mai redusă în raport cu cea a cauzelor esențiale.

Eşantionul se obține prin extragerea de subeşantioane din nivelurile populației totale prin procedee de selecție aleatoare. Pentru repartizarea eşantionului pe subeşantioane corespunzător tipurilor calitative, se pot aplica trei procedee:

• **Selecția tipică simplă** se face prin repartizarea în mod egal a eşantionului pe subeşantioane, indiferent de numărul unităților ce compun straturile populației totale.

Relația de calcul:

$$n_i = \frac{n}{r} \quad (5.22)$$

unde: n_i = dimensiunea fiecărui subeşantion;
r = numărul de straturi în populația totală.

• **Selecția tipică proporțională** este acea selecție în care ponderea pe subeşantioane este în funcție de ponderea pe care o are fiecare grupă în colectivitatea generală şi se respectă proporția de selecție n/N.

Volumul fiecărui subeşantion va fi:

$$n_{ip} = n \cdot \frac{N_i}{\sum N_i}, \text{unde } i = \overline{1, r} \tag{5.23}$$

OBSERVAȚIE! Selecția tipică, proporțională. Se foloseşte frecvent în practică, datorită modului de formare a eşantionului. Structura colectivității de selecție este identică cu cea a colectivității generale, asigurându-se astfel erori mai mici.

• **Selecția tipică optimă** în care la formarea subeşantioanelor se are în vedere atât ponderea fiecărei grupe în colectivitatea generală, cât şi gradul de omogenitate al grupelor măsurat prin abaterea standard.

Relația de calcul:

$$n_{i_o} = n \cdot \frac{N\sigma_i}{\sum N_i \sigma_i}, \text{unde } i = \overline{1, r} \tag{5.24}$$

unde: N_i = numărul unităților pe grupe din colectivitatea totală;
σ_i = abaterea standard pe grupe ale colectivității totale.

OBSERVAȚIE! Selecția tipică dă cele mai mici erori în activitatea practică, dar este greu de aplicat.

Relațiile de calcul în cazul sondajului tipic se particularizează pornind de la cele ale sondajului aleator simplu, înlocuind dispersia colectivității generale sau dispersia eşantionului cu media dispersiilor de grupă.

Calculul indicatorilor de selecție pentru sondajul tipic va fi prezentat sintetic în tabelul 5.7.

Tabelul 5.7

Indicatori	**Caracteristică numerică**		**Caracteristică alternativă**	
	Selecție repetată	**Selecție nerepetată**	**Selecție repetată**	**Selecție nerepetată**
Eroarea medie de sondaj	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2_{x}}}{n}}$	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2_{x}}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{w\cdot(1-w)}}{n}} = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2_w}}{n}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{\overline{\sigma^2_w}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)} = \sqrt{\frac{\overline{w\cdot(1-w)}}{n}\left(1-\frac{n}{N}\right)}$
Eroarea limită	$\Delta_{\bar{x}} = Z \cdot \mu_{\bar{x}}$	$\Delta_{\bar{x}} = Z \cdot \mu_{\bar{x}}$	$\Delta_w = Z \cdot \mu_w$	$\Delta_w = Z \cdot \mu_w$
Volumul eșantionului	$n = \frac{Z^2 \cdot \overline{\sigma^2_{\bar{x}}}}{\Delta^2_{\bar{x}}}$	$n = \frac{Z^2 \cdot \overline{\sigma^2_{\bar{x}}}}{\Delta^2_{\bar{x}} + \frac{Z^2 \cdot \overline{\sigma^2_{\bar{x}}}}{N}}$	$n = \frac{Z^2 \cdot \overline{\sigma^2_w}}{\Delta^2_w} = \frac{Z^2 \cdot \overline{w(1-w)}}{\Delta^2_w}$	$n = \frac{Z^2 \cdot \overline{\sigma^2_w}}{\Delta^2_w + \frac{Z^2 \cdot \overline{\sigma^2_w}}{N}} = \frac{Z^2 \cdot \overline{w(1-w)}}{\Delta^2_w + \frac{Z^2 \cdot \overline{w(1-w)}}{N}}$
Intervalul de încredere pt. media colectivității generale	$\bar{\bar{x}} - \Delta_{\bar{x}} < \overline{x_0} < \bar{\bar{x}} + \Delta_{\bar{x}}$		$\bar{w} - \Delta_w < \sum M_i < \bar{w} + \Delta_w$	
Intervalul de încredere pt. nivelul totalizat al caracteristicii	$N\left(\bar{\bar{x}} - \Delta_{\bar{x}}\right) < \sum_{i=1}^{N} x_i < \left(\bar{\bar{x}} + \Delta_{\bar{x}}\right)N$		$N \cdot \left(\bar{w} - \Delta_w\right) < \sum M_i < N\left(\bar{w} + \Delta_w\right)$	

OBSERVAȚII!

- Pentru a obține același grad de precizie a rezultatelor, eșantionul constituit prin stratificare este mai mic decât cel pentru sondajul aleator simplu.
- Eşantionul trebuie dimensionat, astfel încât fiecare subeşantion să conțină un număr suficient de unități, pentru a permite calcularea dispersiilor la nivelul subeşantionului ($n_i > 35$).

5.4.3. *Sondajul de serii*

Sondajul de serii este folosit pentru colectivitățile compuse din unități complexe, numite şi serii (echipe, brigăzi, magazine etc.).

Unitățile complexe sunt formate la rândul lor din unități simple ce posedă caracteristici ce le deosebesc una de alta, au caracter eterogen.

EXEMPLU: Muncitorii care alcătuiesc o echipă au o vechime în muncă diferită, au un anumit nivel de pregătire şi deci o anumită calificare. Ei au, ca unități simple, un caracter eterogen, dar împreună alcătuiesc o echipă.

Formarea eşantionului se face prin procedee cunoscute, selectând unități complexe sau serii întregi de unități simple.

Caracteristic acestui tip de sondaj este faptul că, în locul variantelor concrete ale caracteristicilor, se vor folosi indicatori de selecție, calculați la nivelul seriei.

Reprezentativitatea se va asigura prin apropierea mediilor din seriile de unități selectate de mediile din seriile colectivității generale.

Mediile seriilor ($\overline{x_i}$) servesc la estimarea mediei de sondaj:

$$\overline{\overline{x}} = \frac{\sum \overline{x_i}}{r} \text{ şi } \overline{w} = \frac{\sum w_i}{r} \text{ (pentru caracteristica alternativă)} \qquad (5.25)$$

Abaterile dintre mediile seriilor selectate şi media de sondaj se măsoară sintetic prin dispersia dintre serii (δ^2):

$$\delta_x^2 = \frac{\sum \left(\overline{x_i} - \overline{\overline{x}}\right)^2}{r}, \text{ unde } i = \overline{1, r}, \text{ r = numărul seriilor selectate;}$$

$$\delta_w^2 = \frac{\sum \left(w_i - \overline{w}\right)^2}{r} \text{ (pentru caracteristica alternativă)} \qquad (5.26)$$

În sondajul de serii, dispersia dintre serii înlocuieşte dispersia generală din sondajul simplu şi astfel erorile de reprezentativitate vor fi mai mici sau cel puțin egale cu erorile de la sondajul simplu $\delta^2 \leq \sigma_0^2$.

Dispersia dintre serii are o valoare mică în eşantioanele ce conțin serii care au aceeaşi structură ca şi a colectivității generale. Eşantionarea făcându-se pe bază de serii, numărul acestora se va nota cu „r” în colectivitatea de selecție şi cu „R” în colectivitatea totală.

Analog cu selecția simplă se vor elabora formele şi pentru selecția de serii cu deosebirea că:

- în locul dispersiilor colectivității totale se va folosi dispersia dintre serii (δ^2);
- în locul volumului eşantionului (n) se va folosi numărul de serii din eşantioane (r);
- coeficientul de corecție al erorilor de sondaj va fi $\frac{R-r}{R-1}$; nu se mai renunță la „1" din numitor pentru că el reprezintă o serie ca unitate complexă.

Calculul indicatorilor de selecție pentru sondajul de serii este prezentat în tabelul 5.8.

Tabelul 5.8

Indicatori	Caracteristică numerică		Caracteristică alternativă	
	Selecție repetată	Selecție nerepetată	Selecție repetată	Selecție nerepetată
Eroarea medie de selecție	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\delta^2_{\bar{x}}}{r}}$	$\mu_{\bar{x}} = \sqrt{\frac{\delta^2_{\bar{x}}}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)}$	$\mu_x = \sqrt{\frac{\delta^2_w}{r}}$	$\mu_w = \sqrt{\frac{\delta^2_w}{r}\left(\frac{R-r}{R-1}\right)}$
Eroarea limită	$\Delta_{\bar{x}} = Z \cdot \mu_{\bar{x}}$	$\Delta_{\bar{x}} = Z \cdot \mu_{\bar{x}}$	$\Delta_w = Z \cdot \mu_w$	$\Delta_w = Z \cdot \mu_w$
Volumul eşantionului „r"	$r = \frac{Z^2 \cdot \delta^2_{\bar{x}}}{\Delta^2_{\bar{x}}}$	$r = \frac{R \cdot Z^2 \cdot \delta^2_{\bar{x}}}{(R-1)\Delta^2_{\bar{x}} + Z^2 \cdot \delta^2_{\bar{x}}}$	$x = \frac{Z^2 \cdot \delta^2_w}{\Delta^2_w}$	$r = \frac{R \cdot Z^2 \cdot \delta^2_{\bar{w}}}{(R-1)\Delta^2_{\bar{w}} + Z^2 \cdot \delta^2_{\bar{w}}}$
Intervalul de încredere pt. $\overline{x_0}$	$\bar{\bar{x}} - \Delta_{\bar{x}} < \overline{x_0} < \bar{\bar{x}} + \Delta_{\bar{x}}$		$\bar{w} - \Delta_w < p < \bar{w} + \Delta_w$	

OBSERVAȚIE! Datorită avantajelor organizatorice pe care le prezintă sondajul de serii – chiar cu carențele sale de reprezentativitate – se justifică utilizarea sa în numeroase domenii ale statisticii economice şi sociale: statistica prețurilor pe piața țărănească, statistica bugetelor de familie în cadrul anchetelor integrate în gospodării etc.

5.5. **Testarea ipotezelor statistice şi fundamentarea deciziilor bazate pe date de sondaj**

Prin cercetarea selectivă se urmăreşte extrapolarea sau extinderea rezultatelor obținute pe baza eşantionului la întreaga populație cercetată.

Prin prelucrarea datelor de sondaj se obține un estimator al parametrului urmărit în populația de origine. Se pune problema în ce măsură parametrul estimat pe baza sondajului asigură credibilitatea aprecierilor referitoare la întreaga populație. Rezultatul obținut pe baza sondajului este un estimator al nivelului indicatorului în populația generală sau, altfel spus, o ipoteză statistică.

O *ipoteză statistică* este o supoziție cu privire la repartiția uneia sau a mai multor variabile la legea de probabilitate a populației studiate sau asupra valorii unui parametru al unei distribuții date.

Ipoteza statistică nu priveşte statisticile de sondaj, ci valorile adevărate ale parametrilor implicați sau formele caracteristice ale repartițiilor considerate.

Modul de operare asupra supoziției se realizează prin datele eşantionului, care reprezintă elementul de cunoaştere, care, prin procedeele oferite de teoria estimației, ne apropie mai mult sau mai puțin de valoarea adevărată a unui parametru.

Valoarea adevărată, dar necunoscută a parametrului din populația generală, va fi estimată probabilist, ca o zonă probabilă de deplasare a parametrului adevărat.

5.5.1. *Probleme ale testării unei ipoteze statistice*

Testarea ipotezelor statistice este strâns legată de teoria estimației. Este un procedeu care, în funcție de anumite reguli de decizie, se poate respinge sau nu o ipoteză admisă asupra unui parametru sau a unei distribuții.

Pentru testarea unei ipoteze se parcurg următoarele etape:

- se formulează ipotezele de lucru (ipoteza nulă şi ipoteza alternativă);
- se alege şi se calculează un test statistic în funcție de distribuția de selecție considerată;
- se alege un prag de semnificație pentru test;
- se compară valoarea calculată a testului cu valoarea teoretică;
- se stabilesc regulile de decizie;

• se ia decizia de acceptare sau respingere a ipotezei admise prin compararea valorii calculate cu valoarea teoretică (tabelară) şi adoptarea deciziei de acceptare sau respingere a ipotezei nule.

Apare problema rezultatului unui experiment, dacă valorile înregistrate se repartizează într-adevăr după legea teoretică propusă. Ipoteza care se formulează cu privire la parametrii unei repartiții sau la legea de repartiție pe care o urmează variabila statistică se numeşte **ipoteză statistică**. Pentru o ipoteză statistică, ce urmează să fie verificată, se foloseşte termenul de **ipoteză nulă H_0**.

Ipoteza H_0 exprimă acea situație pe care cercetătorul ar vrea să o discrediteze în urma testării.

Ipoteza de la care porneşte cercetătorul şi pe care doreşte să o confirme se numeşte **ipoteză alternativă**, notată cu **H_1**.

Ipoteza nulă H_0, este formulată în aşa fel încât negarea ei să ducă în mod automat la acceptarea ipotezei alternative.

Ipoteza alternativă se exprimă întotdeauna sub forma unei inegalități, al cărui sens poate fi cunoscut sau necunoscut.

Drept urmare, se poate vorbi de două tipuri de teste: teste unilaterale şi teste bilaterale.

5.5.2. *Teste asupra ipotezelor statistice*

Verificarea ipotezei constă în alegerea unor reguli care precizează condițiile în care se consideră că ipoteza nu concordă cu realitatea şi trebuie respinsă. Procedeul de verificare se numeşte **test** sau **criteriu**.

Pentru a accepta sau a respinge o ipoteză statistică se efectuează un experiment pentru definirea zonei de acceptare sau respingere a ipotezei, problemă care presupune alegerea testului unilateral sau bilateral şi a probabilității asociate acestuia.

Zona de acceptare a unei ipoteze, numită şi interval de încredere, este un interval în care se acceptă, printr-un test, ipoteza nulă H_o, căreia i se asociază probabilitatea $1-\alpha$.

Zona de respingere este intervalul dintr-o distribuție de selecție a unei statistici considerate, în care se respinge ipoteza nulă H_0, căreia i se asociază o probabilitate α.

Probabilitatea α (alfa) este numită *prag de semnificație a testului*. În testarea ipotezelor, regiunea care se definește este regiunea de respingere a ipotezei H_0 pentru un prag de semnificație acceptat.

➢**Teste unilaterale**

Sunt testele în care sensul inegalității din ipoteza alternativă este cunoscut. Dacă în experimentarea acestei ipoteze apare una din expresiile „mai mare" sau „mai mic", avem de-a face cu un test unilateral. Un test unilateral este la stânga dacă în ipoteza alternativă apare semnul „<"(mai mic) și la dreapta dacă apare semnul „>" (mai mare).

➢**Teste bilaterale**

Este testul în care sensul ipotezei alternative este necunoscut (H_1: $m_1 \neq m_2$). Vom ști că este vorba despre un test bilateral, atunci când exprimarea ipotezei alternative este prin cuvintele „diferit", „inegal".

OBSERVAȚIE! Recunoașterea corectă a unui test ca fiind bilateral sau unilateral are mare importanță în luarea deciziei de acceptare sau respingere a ipotezei nule.

Majoritatea testelor de marketing sunt teste unilaterale. După formularea ipotezelor se stabilește nivelul de semnificație al testării – care se notează cu α – adică probabilitatea de eroare pe care o admite cercetătorul (probabilitatea ca o ipoteză nulă adevărată să fie respinsă).

În cazul testării unei ipoteze se pot produce erori de acceptare sau de respingere pe nedrept a unei ipoteze, numite erori de primă speță sau erori de tip I și de-a doua speță sau erori de tip II.

Eroarea este o diferență între o valoare adevărată și o valoare observată.

Eroarea de tip I este eroarea în care se respinge pe nedrept ipoteza nulă H_0, când în realitate ea este adevărată. Probabilitatea asociată este notată cu α , unde α = P, respinge H_0, când H_0 este adevărată. În practică, α este cunoscut sub denumirea de *risc al vânzătorului*.

Eroare de tip II este eroarea în care se acceptă ipoteza nulă, atunci când ea este falsă. Probabilitatea asociată este notată cu β, unde β = P, care acceptă H_0, când H_0 este falsă.

Riscul β este cunoscut sub denumirea de ***riscul cumpărătorului.***

Tabelul 5.9 reprezintă tipurile de erori ce pot apărarea în analiza de marketing.

Tabel 5.9. *Tipuri de erori în testarea ipotezelor*

Decizia	Realitatea	
	H_0 este adevărată	H_0 este falsă
Acceptăm H_0	Decizie corectă $p = 1 - \alpha$	Eroare de tip II $p = \beta$
Respingem H_0	Eroare de tip I $p = \alpha$	Decizie corectă $p = 1 - \beta$

În cercetările de marketing se lucrează, de regulă, cu un nivel de semnificație 5% (adică un nivel de încredere 95%).

Verificând o ipoteză, se calculează o anumită mărime, numită **statistică sau test**. Procedeul verificării ipotezelor, compararea statisticii calculate cu valoarea teoretică constă în fixarea unor reguli, după care ipoteza se respinge pe baza testului.

Tabelul 5.10 prezintă criteriile de decizie pentru cazul distribuțiilor normală şi Student. În tabel s-au folosit indicele „c" pentru valorile calculate şi indicele „t" pentru cele tabelare.

Tabelul 5.10. *Criterii de decizie*[1]

Tipul testului	Distribuția normală (z) Eşantion ($n \geq 30$)	Distribuția Student (t) Eşantion ($n < 30$)
Test unilateral stânga	$Z_C > -Z_{t(\alpha)}$ acceptăm H_0 $Z_C \leq -Z_{t(\alpha)}$ respingem H_0	$t_C > -t_{t(\alpha)}$ acceptăm H_0 $t_C \leq -t_{t(\alpha)}$ respingem H_0
Test unilateral dreapta	$Z_C < Z_{t(\alpha)}$ acceptăm H_0 $Z_C \geq Z_{t(\alpha)}$ respingem H_0	$t_C < t_{t(\alpha)}$ acceptăm H_0 $t_C \geq t_{t(\alpha)}$ respingem H_0
Test bilateral	$Z_{t(\alpha/2)} < Z_C < Z_{t(\alpha/2)}$ acceptăm H_0 $Z_C \leq -Z_{t(\alpha/2)}$ sau $Z_C \geq Z_{t(\alpha)}$ respingem H_0	$-t_{t(\alpha/2)} < t_C < t_{t(\alpha/2)}$ acceptăm H_0 $t_C \leq -t_{t(\alpha/2)}$ sau $t_C \geq t_{t(\alpha)}$ respingem H_0

[1] Prutianu Şt., Anastasiei B., Jijie T., *Cercetări de marketing. Studiul pieței pur şi simplu*, Editura Polirom, Iaşi, 2002.

Zonele de acceptare sau respingere a ipotezei H_0 se pot prezenta şi grafic ca în figura 5.1.

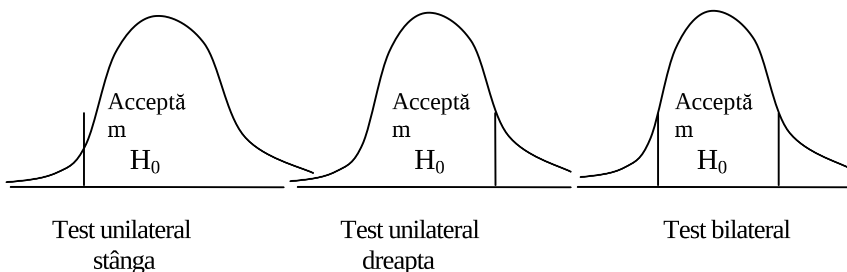


Figura 5.1. *Criterii de decizie în cazul distribuției normale*

OBSERVAȚIE! Ipoteza este acceptată sub beneficiu de inventar, până la apariția unor informații noi, care, eventual, vor informa rezultatele testării.

În testarea ipotezelor se disting două tipuri de teste:

- **Teste parametrice**, care presupun cunoaşterea formei parametrice a unei distribuții a populației considerate, adică a legii de distribuție. Aici putem aminti testul Student, care vizează compararea mediilor a două populații care urmează o distribuție normală. Alte teste: testul χ^2şi testul F.
- **Teste neparametrice –** pot testa ipotezele statistice fără a fi cunoscute formele de distribuție a populațiilor comparate. Dintre cele mai cunoscute teste putem aminti: testul Wilcoxon (1945) foloseşte datele de sondaj pentru a arăta diferențele semnificative între două populații; testul Mann-Whitney (1947), pentru verificarea existenței egalității între două populații; testul Kolmagatov-Smitnov (1933) vizează testarea identității a două legi de distribuție.

5.5.3. *Teste pentru media caracteristicilor*

5.5.3.1. Testul Z pentru verificarea conformității unei medii experimentale cu o valoare propusă

Testul Z[2] se bazează pe o statistică a cărei repartiție este normală, cu parametrii m = 0 şi $\sigma^2 = 1$. Formele testului Z, folosite în practică, sunt:

---

[2] Isaic-Maniu Al., Mitruț C., Voineagu V., *Statistică*, Editura Independența Economică, Brăila, 1998.

1. **Testul unilateral**, când se verifică ipoteza H : m = m_0, statistica Z are forma:

$$Z_C = \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}} \qquad (5.27)$$

având o lege de repartiție normală N (Z,0,1), unde:

– $\bar{x}$ = estimația medie m;
– m_0 = media teoretică (respectiv media populației generale);
– n = volumul eşantionului;
– $\sigma_{\bar{x}}$ = abaterea standard teoretică a populației (presupusă cunoscută).

Fiind un test unilateral, valoarea calculată Z_C se va compara cu o valoare tabelară $Z_{t(\alpha)}$. În funcție de probabilitate acceptată şi felul testului, se acceptă sau se respinge ipoteza H_0 ca în tabelul 5.8.

2. **Testul bilateral** în care se pleacă de la aceeaşi ipoteză H_0 : m = m_0 şi se construiesc două limite Z_1 şi Z_2, astfel încât, pentru un nivel de semnificație α fixat, să avem:

$$P\left(Z_1 \le \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}} \le Z_2 \right) = 1 - \alpha$$

Dacă vom alege $Z_1 = -Z_2 = Z_{1-\alpha/2}$, obținem:

$$P\left(-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \le \frac{\bar{x} - m_0}{\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}} \le Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \right) = 1 - \alpha \qquad (5.28)$$

Exemplu: **Testul Z unilateral dreapta** şi **Testul Z bilateral**

Presupunem că pentru 100 de observări asupra unei variabile X s-a obținut $\bar{x}$ = 110 şi $\sigma_{\bar{x}}$ = 60.

Atunci:

a) testați ipoteza nulă că m = 100, cu alternativa m > 100, pentru $\alpha = 0{,}053$;

b) testați ipoteza nulă că m = 100, cu alternativa m # 100, pentru $\alpha = 0{,}05$.

Rezolvare:

a) $n = 100$, $\overline{x} = 110$, $\sigma_{\overline{x}} = 60$, $\alpha = 0{,}05$

ipoteza: $H_0 : m = 100$

$H_1 : m > 100$

$$P\left(\frac{\overline{x} - m_0}{\frac{\sigma_{\overline{x}}}{\sqrt{n}}} \leq Z_1\right) = 1 - \alpha$$

$$\overline{x} \geq m_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma_{\overline{x}}}{\sqrt{n}}$$

$$Z_{1-0,05} = Z_{0,95} = 1{,}645$$

$$m_0 + Z_{1-\alpha} \cdot \frac{\sigma_{\overline{x}}}{\sqrt{n}} = 100 + \frac{60}{\sqrt{100}} \cdot 1{,}645 = 109{,}87$$

Astfel, $\overline{x} = 110 > 109{,}87$ deci suntem în zona critică şi se respinge H_0.

b) ipoteza: $H_0 : m = 100$

$H_1 : m \neq 100$

$$P\left(-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \leq \frac{\overline{x} - m_0}{\frac{\sigma_{\overline{x}}}{\sqrt{n}}} \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}}\right) = 1 - \alpha$$

$$Z_{1-\frac{0,05}{2}} = Z_{0,975} = 1{,}96$$

Limitele intervalului de încredere sunt:

$$m_0 - Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma_{\overline{x}}}{\sqrt{n}} \leq \overline{x} \leq m_0 + Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \frac{\sigma_{\overline{x}}}{\sqrt{n}}$$

$$\frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}} \cdot Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = \frac{60}{\sqrt{100}} \cdot 1{,}96 = 11{,}76$$

$100 – 11{,}76 < \bar{x} < 100+11{,}76$

$88{,}24 < \bar{x} < 111{,}76$

Pentru că ne aflăm în intervalul de încredere, se acceptă H_0.

5.5.3.2. Testul Z pentru verificarea egalității a două medii

Acest test este utilizat pentru compararea diferențelor dintre mediile a două variabile, fie pentru măsurarea corelației dintre două variabile. Fiecare variabilă va avea o medie proprie (notată cu $\bar{x}_1$ și $\bar{x}_2$) și o abatere medie pătratică proprie (σ_1 și σ_2).

Acest test se folosește în practică, de pildă, pentru testarea performanțelor produselor similare oferite de potențialii furnizori.

1. Când se verifică ipoteza egalității a două medii m_1 și m_2, ce corespund la două populații normal distribuite, care au aceeași dispersie teoretică σ^2, statistica Z are o repartiție normală N(Z,0,1) și se calculează:

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sigma\sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n2}}} \qquad (5.29)$$

unde: $\bar{x}_1$ și $\bar{x}_2$ sunt estimațiile teoretice m_1 și m_2;

n_1 și n_2 sunt volumele eșantioanelor efectuate asupra celor două populații.

2. Când se verifică ipoteza egalității a două medii m_1 și m_2, corespunzătoare celor două populații normal distribuite, care au dispersii neegale σ_1^2 și σ_2^2, statistica Z este normal repartizată N(Z,0,1):

$$Z = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}} \qquad (5.30)$$

Regiunea critică a testului în toate aceste cazuri este $|x| > Z_{t(\alpha)}$, unde $Z_{t(\alpha)}$ se ia din tabelul valorilor funcției Gauss-Laplace (vezi Anexa 1).

O altă formă de luare a deciziilor constă în a considera diferența dintre cele două medii ca fiind nesemnificativă când mărimea:

$$\left|\bar{x}_1 - \bar{x}_2\right| \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \qquad (5.31)$$

EXEMPLU: Pentru a verifica dacă între greutățile medii ale ştiuleților din două soiuri de porumb există o diferență semnificativă sau nu, s-au luat câte 10 probe din fiecare soi:

										Total
Soiul I	260	250	290	300	270	310	260	280	340	300	2860
Soiul II	240	270	230	250	220	280	210	260	290	240	2490

Din cercetările anterioare se cunoaşte: σ_1^2 =275 şi σ_2^2 =260.

- Testul Z bilateral:

$$\bar{x}_1 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2860}{10} = 286$$

$$\bar{x}_2 = \frac{\sum x_i}{n} = \frac{2490}{10} = 249$$

- Pragul de semnificație α = 0,05:

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} = Z_{1-\frac{0,05}{2}} = Z_{0,975} = 1,96$$

- Intervalul de încredere:

$$P\left(-Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} \leq \bar{x}_1 - \bar{x}_2 \leq Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}\right) = 1-\alpha$$

$$Z_{1-\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}} = 1,96 \cdot \sqrt{\frac{275+260}{10}} = 1,96 * 7,32 = 14,3472$$

Astfel: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$ = 37 > 14,3472 deci ne aflăm în regiunea critică şi se respinge H_0.

Deci, între greutățile medii ale ştiuleților din cele două soiuri de porumb există diferențe semnificative.

5.5.3.3. Testul *t* (Student)

Testul *t*[3] se foloseşte pentru verificarea ipotezelor referitoare la mediile populației normal repartizate, când nu se cunosc dispersiile teoretice. Testul *t* se bazează pe statistica *t* care are o repartiție Student.

Forme de aplicare ale testului *t*:

1. Când se verifică ipoteza H : m = m_0 , statistica *t* este:

$$t = \frac{\bar{x} - m_0}{\sigma_{\bar{x}} / \sqrt{n}} \tag{5.32}$$

unde: $\bar{x}$ = estimația teoretică m_0;

$\sigma_{\bar{x}}$ = estimația abaterii standard necunoscute;

n = volumul sondajului.

Statistica *t* are *t* = n-1 grade de libertate.

2. Când se verifică ipoteza egalității a două medii H : $m_1 = m_2$ pentru două colectivități normal repartizate, care au aceeaşi dispersie teoretică necunoscută, statistica *t* este:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2(n_1-1)+S_2^2(n_2-1)}{n_1+n_2-1}} \cdot \sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} \tag{5.33}$$

unde: S_1 şi S_2 sunt estimații ale dispersiei teoretice necunoscute.

Rezultatul se compară cu valoarea tabelară a lui *t* pentru nivelul de încredere ales şi $n_1 + n_2 - 1$ grade de libertate.

3. Când se verifică ipoteza egalității a două medii m_1 şi m_2, ce corespund la două populații normal distribuite, care au dispersiile teoretice neegale şi necunoscute, statistica *t* este:

[3] Prutianu Şt., Anastasiei B., Jijie T., *op. cit.*

$$t = \frac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}} \tag{5.34}$$

Regiunea critică a testului *t* este $|t| > t_{t(\alpha)}$.

OBSERVAȚII!

- Testul *t* înlocuieşte testul Z când eşantionul este mai mic de 30.
- Testul *t* se foloseşte pentru verificarea egalității a două medii teoretice numai după ce s-a aplicat testul F în funcție de rezultatul căruia se constată dacă ne găsim în situația 2 sau 3.

Testul F se foloseşte pentru verificarea ipotezei egalității dispersiilor teoretice σ_1^2 şi σ_2^2 a două populații distribuite normal.

Dacă s_1^2 şi s_2^2 sunt estimațiile dispersiilor σ_1^2 şi σ_2^2 obținute în două sondaje diferite, de volum n_1 şi n_2, atunci testul F se construieşte pe statistica:

$$F = \frac{S_1^2}{S_2^2} \tag{5.35}$$

care are o repartiție Fischer cu $n_1 - 1$, $n_2 - 1$ grade de libertate.

Regiunea critică pentru testul F este:

$F_{calc} > F_{t, f_1, f_2}$, unde $f_1 = n_1 - 1$, $f_2 = n_2 - 1$ şi pragul de semnificație α ales.

Numerotarea dispersiilor se face astfel încât F ≥ 1.

EXEMPLU: Asupra prețului unui produs pentru anul viitor îşi exprimă părerea 5 experți. Rezultatul anchetei: $\overline{x}$ = 2,63 mil. lei, S = 0,72 mil. lei $\left(S = \sqrt{\frac{\left(\overline{x}_1 - \overline{x}_2\right)^2}{n-1}} \right)$.

Dacă se ştie că anul acesta prețul mediu a fost 2,01 mil. lei, se susține ipoteza că anul viitor prețul mediu va fi semnificativ mai mare? Se utilizează o probabilitate de 95% de garantare a rezultatelor.

• Ipoteza: $H_0: \overline{x}_0 = 2{,}01$

$H_1: \overline{x}_0 > 2{,}01$

• Testul t: $t = \dfrac{\overline{x}_1 - \overline{x}_2}{\dfrac{S}{\sqrt{n}}} = \dfrac{2{,}63 - 2{,}01}{0{,}72/\sqrt{5}} = 1{,}96$

S-a presupus că distribuția populației generale este aproximativ normală.

• Nivelul de încredere: 1-α = 0,95, pragul de semnificație 0,05.

$t_{\alpha,n-1} = t_{0,05;4} = 2{,}132$

• Regiunea de respingere: $t_{calc} > t_{t,n-1}$.

Când $t_{calc} < t_{t,n-1}$ (1,96 < 2,132), înseamnă că nu avem motive să respingem ipoteza nulă şi acceptăm ipoteza conform căreia prețul produsului va fi anul viitor semnificativ mai mare.

5.5.4. *Verificarea normalității unei distribuții cu testul χ^2*

Verificarea normalității unei distribuții se poate face prin procedee grafice: curba frecvențelor, histograma sau prin procedee numerice: testul χ^2.

Verificarea normalității prin procedee grafice constă în construirea graficului pentru distribuția observată şi compararea acestuia cu modelul teoretic al clopotului Gauss-Laplace.

Testul χ^2 este testul cel mai folosit pentru verificarea normalității unei distribuții, atât pe variabile discrete, cât şi pentru cele continue. Testul face compararea frecvențelor absolute n_i, asociate valorilor x_i ale variabilei observate X, cu valorile teoretice p_i.

Ipoteza nulă H_0 admite normalitatea unei distribuții, presupune că nu există diferențe semnificative între valorile comparate n_i şi p_i.

Testul χ^2 este definit de statistica χ^2:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(n_i - np_i)^2}{np_i} \tag{5.36}$$

unde: n_i = frecvența absolută a intervalului i, $n = \sum_i n_i, i = \overline{1,k}$;

p_i = probabilitatea ca valorile variabilei X să se încadreze în intervalulul i şi este definită de $p_i = F(x_i) - F(x_{i-1})$, respectiv $p_i = \Phi(z_i) - \Phi(z_{i-1})$, unde F(x) este funcția de repartiție, iar Φ(z) funcția Laplace.

Valoarea χ^2, determinată pe baza datelor din serie, se compară cu valoarea tabelară $\chi^2_{\alpha,v}$.

Variația χ^2 are $v = k - (l+1)$ grade de libertate în care:

l = numărul parametrilor estimați;

k = numărul de intervale de grupe;

α = riscul asumat pentru rezultate.

Dacă $\chi^2_{calc} \leq \chi^2_{\alpha,v}$, atunci se acceptă ipoteza H_0, adică ipoteza de normalitate.

Dacă $\chi^2_{calc} > \chi^2_{\alpha,v}$, atunci se respinge ipoteza de normalitate (vezi figura 5.2).

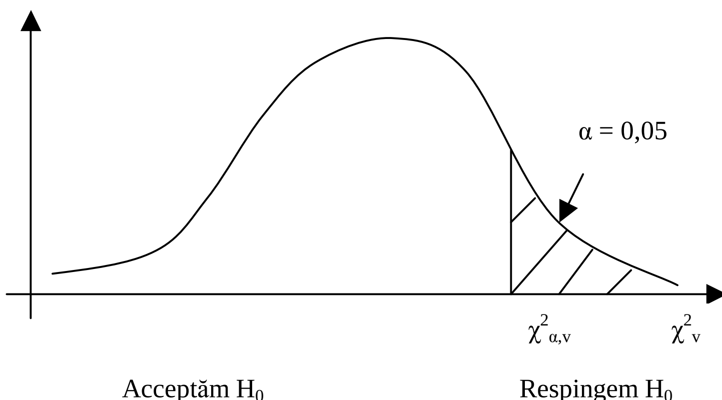


Figura 5.2. *Curba densității* χ^2

Testul χ^2 neparametric

Testul univariat χ^2 (hi pătrat)

Testul compară o repartiție observată (reală) cu o repartiție teoretică cunoscută şi stabileşte dacă există diferențe între ele.

Notăm: Q_i = frecvențele observate; T_i = frecvențele teoretice.

Ipoteze: $H_0 : Q_i = T_i$ şi $H_1 : Q_i \neq T_i$.

REMARCĂ! Testul χ^2 este întotdeauna bilateral. Repartiția teoretică $T_i = n/k$, unde: n = volumul eşantionului; k = numărul de clase ale repartiției. Atunci $\chi_c^2 = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Q_i - T_i)^2}{T_i}$ se compară cu $\chi^2_{t,\alpha,k-1}$, k = numărul de grade de libertate.

Criterii de decizie

$\chi_c^2 > \chi_t^2$ → respingem ipoteza nulă (H_0);

$\chi_c^2 \leq \chi_t^2$ → acceptăm ipoteza nulă (H_0).

Testul χ^2 bivariat

Ipotezele de cercetare: $H_0 : Q_{ij} = T_{ij}$ şi $H_1 : Q_{ij} \# T_{ij}$

Frecvențele teoretice: $T_{ij} = \frac{\sum_j Q_{ij} \sum_i Q_{ij}}{\sum_i \sum_j Q_{ij}}$

Remarcă! Ipoteza nulă va fi respinsă dacă frecvențele teoretice T_{ij} diferă semnificativ de frecvențele observate (reale) Q_{ij}.

Valoarea calculată a lui χ_c^2 va fi: $\chi_c^2 = \sum_i \sum_j \frac{(Q_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}}$

Valoarea tabelară a lui χ_t^2 va fi: $\chi^2_{t,\alpha,(L-1)(c-1)}$

unde: L = numărul de linii; c = numărul de coloane ale tabelului de contingență format.

Regula de decizie: $\begin{cases} \chi_c^2 > \chi_t^2 & \text{respingem ipoteza nulă} \\ \chi_c^2 < \chi_t^2 & \text{acceptăm ipoteza nulă.} \end{cases}$

Testul χ^2 poate fi folosit ca un test χ^2 univariat, care ne ajută să răspundem la o întrebare a utilizatorului. Testul compară o repartiție reală (observată) cu o repartiție teoretică cunoscută şi stabileşte dacă între cele două repartiții există diferențe semnificative.

Ipotezele de cercetare ale testului χ^2 vor fi:

$H_0 : Q_i = T_i$

$H_1 : Q_i \neq T_i$

unde, Q_i = frecvențele observate;

T_i = frecvențele teoretice;

Testul χ^2 este întotdeauna bilateral.

Dacă repartiția teoretică este o echirepartiție (adică o repartiție egală a frecvențelor între clase), atunci frecvențele teoretice:

$$T_i = \frac{n}{k}$$

unde: n = volumul eşantionului;
k = numărul de clase ale repartiției.

Astfel, valoarea lui χ^2 se calculează:

$$\chi^2_{calc} = \sum_{i=1}^{k} \frac{(Q_i - T_i)^2}{T_i}$$

Această valoare se compară cu cea din tabelele distribuției χ^2 pentru nivelul de încredere ales şi (k – 1) grade de libertate. Criteriile de decizie sunt următoarele:

$\chi^2_{calc} > \chi^2_t$ respingem ipoteza nulă;

$\chi^2_{calc} \leq \chi^2_t$ acceptăm ipoteza nulă.

χ^2_t = hi pătrat, valoarea teoretică.

EXEMPLUL 1: Studiem un sondaj vizând piața detergentului, pe un eşantion 200 persoane privind marca preferată:

Tabelul 5.11

Marca	Tide	Omo	Ariel verde	Dero	Ariel albastru	Total
Nr. de cumpărători	22	30	70	28	50	200

Studiul de marketing se face pentru a testa dacă acest sondaj arată preferințele reale ale consumatorilor de pe piață. Frecvențele teoretice T_i ne arată cum va arăta sondajul dacă nu ar exista o preferință deosebită pentru un anumit produs:

Tabelul 5.12

Marca	Tide	Omo	Ariel verde	Dero	Ariel albastru	Total
Nr. de cumpărători	40	40	40	40	40	200

$$T_i = \frac{n}{k} = \frac{200}{5} = 40$$

Utilizând testul χ^2 pentru a determina dacă există o diferență semnificativă între frecvențele teoretice T_i şi frecvențele observate Q_i.

Ipotezele: $H_0 : Q_i = T_i$

$H_1 : Q_i \neq T_i$

$$\chi^2_{calc} = \sum_{i=1}^{5} \frac{(Q_i - T_i)^2}{T_i} = \frac{(22-40)^2}{40} + \frac{(30-40)^2}{40} + \frac{(70-40)^2}{40} +$$

$$+ \frac{(28-40)^2}{40} + \frac{(50-40)^2}{40} = 39{,}2$$

$$\chi^2_{t,0,05,(5-1)} = 9{,}488$$

Pentru $\chi^2_{calc} > \chi^2_t \left(39{,}2 > 9{,}488\right)$ vom respinge ipoteza nulă şi concluzionăm că rezultatele sondajului arată preferințele reale ale consumatorilor de pe piață.

Dacă şi altă societate de cercetare a pieței realizează acelaşi fel de studiu asupra pieței detergentului, în care preferințele cumpărătorilor indică următorul clasament:

– Tide preferat de 15% din cumpărători
– Omo preferat de 18% din cumpărători
– Ariel verde preferat de 38% din cumpărători
– Dero preferat de 9% din cumpărători
– Ariel albastru preferat de 20% din cumpărători

Atunci repartiția teoretică devine:

Tabelul 5.13

Marca	**Tide**	**Omo**	**Ariel verde**	**Dero**	**Ariel albastru**	**Total**
Nr. de cumpărători	30(200×0,15)	(200×0,4)36	76	18	40	200

$$\chi^2_{t,0,05,(5-1)} = 9{,}488$$

$$\chi^2_{calc} = \frac{(22-30)^2}{30} + \frac{(30-36)^2}{36} + \frac{(70-76)^2}{76} + \frac{(28-18)^2}{18} + \frac{(50-40)^2}{40} = 11{,}66$$

$\chi^2_{calc} > \chi^2_t \left(11{,}66 > 9{,}488\right)$ vom respinge ipoteza nulă, iar rezultatele sondajului rămân în continuare să reflecte preferințele reale ale consumatorilor.

OBSERVAȚIE! Între cele două studii nu există diferențe semnificative.

EXEMPLUL 2: Testul χ^2 neparametric se poate utiliza ca un test bivariat, care poate arăta relația de interdependență între două variabile nominale. Dacă până acum am studiat preferința consumatorilor pentru o anumită marcă de detergent, acum asociem o a doua variabilă nominală – vârsta cumpărătorilor.

Sondajul cu cele două variabile va fi:

Tabelul 5.14

Grupa de vârstă	**Detergent**					
	Tide	**Omo**	**Ariel verde**	**Dero**	**Ariel albastru**	**Total**
sub 35 ani	10	5	30	7	23	75
peste 35 ani	17	20	40	23	25	125
TOTAL	27	25	70	30	48	200

Ipoteza nulă afirmă că nu e nicio diferență legată de vârstă în ce privește preferința pentru o anumită marcă de detergent. Acestei ipoteze îi corespund frecvențele teoretice T_{ij}, ce se calculează cu formula:

$$T_{ij} = \frac{\sum_j Q_{ij} \times \sum_i Q_{ij}}{\sum_i \sum_j Q_{ij}}$$

unde: $i = \overline{1,2}$, reprezintă variabila vârstă;

$j = \overline{1,5}$, reprezintă marca de detergent.

Ipoteza nulă va fi respinsă dacă aceste frecvențe teoretice diferă semnificativ de frecvențele observate Q_{ij}. Ipotezele de cercetare în cazul testului χ^2 (hi pătrat) bivariat vor fi:

$H_0 : Q_{ij} = T_{ij}$

$H_1 : Q_{ij} \neq T_{ij}$

Frecvențele teoretice T_{ij} se vor calcula astfel:

$$T_{ij} = \frac{\sum_j Q_{1j} \times \sum_i Q_{i1}}{\sum_i \sum_j Q_{ij}} = \frac{27 \times 75}{200} = 10{,}125;\ T_{12} = \frac{25 \times 75}{200} = 9{,}375 \text{ ş.a.m.d.}$$

Tabelul 5.15. *Frecvențele teoretice*

Grupa de vârstă	Detergent					
	Tide	**Omo**	**Ariel verde**	**Dero**	**Ariel albastru**	**Total**
sub 35 ani	10,125	9,375	26,25	11,25	18	75
peste 35 ani	16,875	15, 625	43,75	18,75	30	125
Total	27	25	70	30	48	200

Valoarea testului χ^2 calculat se stabileşte astfel:

$$\chi^2_{calc} = \sum_i \sum_j \frac{(Q_{ij} - T_{ij})^2}{T_{ij}}$$

Testul χ^2_{calc} se compară cu valoarea teoretică (existentă în anexa 5: valorile funcției de probabilitate χ^2_α în funcție de probabilitatea $\alpha = P(\chi^2_\alpha)$ şi numărul gradelor de libertate f) – notată cu χ^2_t pentru un nivel de încredere ales şi (l – 1)(c – 1) grade de libertate unde:

l = numărul de linii;

c = numărul de coloane ale tabelului.

Regula de decizie este aceeaşi.

$\chi^2_{calc} > \chi^2_t$ respingem ipoteza nulă; $\chi^2_{calc} \le \chi^2_t$ acceptăm ipoteza nulă.

Astfel, valoarea teoretică a lui χ^2_t pentru un α = 0,05 şi (2 – 1)(5 – 1) grade de libertate va fi: $\chi^2_{t,0,05,(2-1)(5-1)} = 9{,}488$.

Valoarea testului va fi:

$$\chi^2_{calc} = \frac{(10-10{,}125)^2}{10{,}125} + \frac{(5-9{,}375)^2}{9{,}375} + \frac{(30-26{,}25)^2}{26{,}25} + \frac{(7-11{,}25)^2}{11{,}25} + \frac{(23-18)^2}{18} + \frac{(17-16{,}875)^2}{16{,}875} + \frac{(20-15{,}625)^2}{15{,}625} + \frac{(40-43{,}75)^2}{43{,}75} + \frac{(23-18{,}75)^2}{18{,}75} + \frac{(25-30)^2}{30}$$

$$\chi^2_{calc} = 8{,}92$$

Deoarece se verifică inegalitatea: $\chi^2_{calc} < \chi^2_t$ (pentru că 8,92 < 9,488) vom accepta ipoteza nulă. Astfel, putem observa pentru un nivel de încredere de 95% că frecvențele teoretice nu diferă semnificativ de cele observate – de unde rezultă că nu există diferențe semnificative între preferințele consumatorilor de o anumită vârstă pentru marca de detergent utilizată.

EXEMPLUL 3: Dacă am vrea să studiem lansarea unui nou tip de detergent Ariel, care scoate mult mai bine petele de pe lucrurile colorate, trebuie să studiem prețul la care îl putem lansa, cât şi vârsta cumpărătorilor care ar intenționa să-l cumpere.

Aceasta ar da posibilitatea unei firme să cunoască anticipat nivelul maxim al prețurilor ce pot fi practicate fără să afecteze nivelul vânzărilor.

Prin urmare, firma este nevoită să mărească prețul produsului din cauza inflației. Astfel, se poate testa reacția cumpărătorilor fără a aştepta cunoaşterea vânzărilor de la sfârşitul perioadei.

Rezultatele cercetării pe un eşantion de 1.000 persoane au fost:

Tabelul 5.16

INTENȚIA	PREȚ 9		TOTAL	PREȚ 10		TOTAL
	sub 35 ani	peste 35 ani		sub 35 ani	peste 35 ani	
Cumpără	600	175	775	550	150	700
Nu cumpără	150	75	225	200	100	300
TOTAL	750	250	1.000	750	250	1.000

Se studiază mai întâi dacă la prețul de 9 lei apar diferențe semnificative legate de vârsta cumpărătorilor. Astfel, pe baza datelor din tabelul 5.16, referitoare la prețul de 9 lei, se vor calcula frecvențele teoretice pe grupe de vârstă (tabelul 5.17):

Tabelul 5.17. *Frecvențele observate Tij*

INTENȚIA	PREȚ 9		TOTAL
	sub 35 ani	peste 35 ani	
cumpără	581,25	193,75	775
nu cumpără	168,75	56,25	225
TOTAL	750	250	1000

Unde: $\chi^2_{t,0,05,(2-1)(2-1)} = 3{,}841.$

Valoarea calculată a lui χ^2 va fi:

$$\chi^2_{calc} = \sum_i \sum_j \frac{(Q_{ij} - T_{ij})}{T_{ij}} = \frac{(600 - 581{,}25)^2}{581{,}25} + \frac{(175 - 193{,}75)^2}{737{,}5} + \frac{(225 - 262{,}5)^2}{193{,}75}$$

$$+ \frac{(150 - 168{,}75)^2}{168{,}75} + \frac{(75 - 56{,}25)^2}{56{,}25} = 10{,}75$$

Rezultă: $\chi^2_{calc} > \chi^2_t \; (10{,}75 > 3{,}841)$, ceea ce înseamnă că vom respinge ipoteza nulă. Se poate afirma că există diferențe semnificative în atitudinea cumpărătorilor în funcție de vârstă. Analizând sondajul pe baza tabelului 5.16, dar pentru prețul de 10 lei, vom avea următoarea repartiție a frecvențelor teoretice (tabelul 5.18):

Tabelul 5.18. *Frecvențele observate Tij*

INTENȚIA	PREȚ 10		TOTAL
	sub 38 ani	peste 38 ani	
cumpără	525	175	700
nu cumpără	225	75	300
TOTAL	750	250	1.000

Valoarea calculată a lui χ^2 va fi:

$$\chi^2_{calc} = \frac{(550 - 525)^2}{525} + \frac{(200 - 225)^2}{225} + \frac{(150 - 175)^2}{175} + \frac{(75 - 56{,}25)^2}{56{,}25} = 15{,}87$$

Se va compara cu : χ^2_t , pentru un nivel de semnificație 0,05 şi (2 – 1)(2 – 1) grade de libertate:

$$\chi^2_{t,0,05,(2-1)(5-1)} = 3{,}841$$

Deoarece $\chi^2_{calc} > \chi^2_t \; (15{,}87 > 13{,}41)$, aici apar diferențe semnificative în atitudinea cumpărătorilor față de acest produs, în funcție de vârstă.

Se poate analiza şi efectul inflației asupra vânzărilor prin studiul diferențelor ce se vor crea în intențiile de cumpărare a celor testați în funcție de nivelurile de preț. Studiu de opinie pe un eşantion de 2000 de persoane.

Tabelul 5.19. *Frecvențele observate Qij*

INTENȚIA	PREȚ 9	PREȚ 10	TOTAL
Cumpără	775	700	1.475
Nu cumpără	225	300	525
TOTAL	1.000	1.000	2.000

Tabelul 5.20. *Frecvențele teoretice Tij*

INTENȚIA	PREȚ 9	PREȚ 10	TOTAL
Cumpără	737,5	737,5	1.475
Nu cumpără	262,5	262,5	525
TOTAL	1.000	1.000	2.000

Valoarea calculată a lui χ^2_{calc} va fi:

$$\chi^2_{calc} = \frac{(775-737{,}5)^2}{737{,}5} + \frac{(700-737{,}5)^2}{737{,}5} + \frac{(225-262{,}5)^2}{262{,}5} + \frac{(300-262{,}5)^2}{262{,}5} = \\ = 14{,}54$$

$$\chi^2_{t,0,05,(2-1)(2-1)} = 3{,}841$$

Dacă $\chi^2_{calc} > \chi^2_t$ se respinge ipoteza nulă, iar rezultatele vânzărilor acestui produs vor fi influențate semnificativ de modificarea prețurilor, ceea ce va determina o scădere a vânzărilor.

În analiza statistică trebuie să se țină seama şi de ceilalți factori economici care influențează volumul vânzărilor, doar la nivelul firmei, testul χ^2 ne poate oferi informațiile necesare în anticiparea unei noi aprovizionări, cât şi în lansarea deciziilor necesare continuității activității firmei.

CONCEPTE-CHEIE: *sondaj; eroare medie; eroare limită; volumul eşantion; interval de încredere; sondaj tipic; selecție tipică optimă; selecție tipică proporțională; ipoteză; test; test unilateral; test bilateral; test parametric; test neparametric; ipoteză nulă; ipoteză alternativă; eroare de grad I; eroare de grad II.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. De ce este preferat sondajul statistic în locul unei observări totale?
2. Prin ce se deosebeşte sondajul statistic de celelalte cercetări parțiale?
3. Care sunt modalitățile de prelevare a unităților din populația generală pentru a construi un nou eşantion?

4. Ce condiții trebuie respectate pentru a asigura reprezentativitatea eşantionului?
5. De câte feluri sunt erorile de reprezentativitate?
6. Ce procedee de selecție cunoaşteți?
7. Cum se realizează selecția aleatoare?
8. Care sunt explicațiile pentru diferențele de eroare între prelevarea repetată şi cea nerepetată a unităților dintr-o populație pentru constituirea eşantionului?
9. Ce ştiți despre modalitățile de prelevare a unităților pentru alcătuirea eşantionului:
   - despre procedeul „Loteriei"?
   - despre procedeul tabelului cu numere aleatoare?
   - despre procedeul mecanic?
10. Ce indicatori ai sondajului aleator simplu cunoaşteți?
11. Intervalul de încredere pentru media colectivității în cazul sondajului nerepetat este mai mare sau mai mic ca cel al sondajului repetat?
12. Când se utilizează sondajul aleator simplu?
13. Când se utilizează sondajul stratificat?
14. Ce tipuri de sondaj stratificat cunoaşteți?
15. Care sunt procedeele de repartizare a eşantionului pe subeşantioane?
16. Cum se formează eşantionul în cazul sondajului tipic proporțional? Dar în cazul sondajului tipic optim?
17. Mulțimea unităților statistice extrase aleatoriu dintr-o colectivitate statistică este denumită şi:
    a) probă;
    b) eşantionare;
    c) schemă probabilistică;
    d) pas de numărare;
    e) bază de sondaj.
18. Cum se calculează erorile în cazul sondajului tipic?
19. Cum este dimensiunea eşantionului în cazul sondajului aleator simplu față de cazul sondajului stratificat, dacă se doreşte aceeaşi precizie a rezultatelor?
20. Când se utilizează sondajul de serii?
21. Cum se calculează erorile în cazul sondajului de serii?
22. Ce este o *ipoteză statistică*?
23. Care sunt problemele ce apar la testarea unei ipoteze statistice?
24. Ce teste se folosesc în verificarea ipotezelor statistice?
25. Când şi cum se folosesc testele pentru media caracteristicilor?
26. Ce test folosiți pentru verificarea normalității unei distribuții statistice?
27. Ce teste se folosesc atunci când nu sunt cunoscute formele de distribuție a populațiilor comparate?
28. Ce teste parametrice cunoaşteți? Cum le puteți descrie?

6. **ANALIZA DE REGRESIE ŞI CORELAȚIE**

6.1. **Tipuri de legături între fenomenele social-economice. Noțiuni şi clasificarea legăturilor statistice**

Metoda corelației este tot mai frecvent utilizată în practică datorită necesității crescânde a reflectării într-o formă numerică adecvată a interdependenței obiective dintre fenomenele social-economice.

Statistica studiază fenomenele de masă în interdependență unele cu altele. Astfel, datele sunt sintetizate sub formă de serii de repartiție multidimensionale.

Fenomenele social-economice sunt rezultatul conjugării influenței multor fenomene cauză, iar în sistemul acesta de legături nu toate raporturile de dependență sunt la fel de importante, acțiunea unora dintre ele compensându-se reciproc.

Astfel, în analiza statistică a raporturilor de dependență dintre fenomene, se pune problema măsurării relației care există între două sau mai multe caracteristici, cuprinse în programul unei cercetări concrete. În cadrul acesteia se studiază dependența dintre o variabilă (caracteristică) X – denumită caracteristică factorială, independentă sau cauză – şi o variabilă (caracteristică) Y – caracteristică rezultativă, dependentă sau efect.

Dacă această dependență există, trebuie să se exprime printr-un indicator simplu sau sintetic de corelație, care ar arăta influența variabilei X asupra variabilei rezultative Y sub aspectul naturii, direcției, formei de legătură între ele.

O cerință a legii numerelor mari presupune ca datele să se refere la un număr mare de cazuri individuale concrete, diferite ca formă de manifestare, în care distribuția abaterilor este aproximativ normală. Dacă această condiție este nesatisfăcută, câmpul de acțiune al legii numerelor mari este limitat şi concluziile desprinse pot da interpretări eronate.

De asemenea, trebuie să se folosească metoda abstractizării succesive a factorilor, prin care să se poată studia atât legăturile simple, imediate dintre două fenomene legate printr-o relație de cauzalitate, cât şi legăturile parțiale şi multiple.

Sarcina statisticii este de a adopta modelele de calcul statistic la trăsăturile distincte ale fenomenelor cercetate, la baza de informații folosite în calcul şi cu particularitățile domeniului de cercetare. Formele de manifestare ale relațiilor de interdependență sunt extrem de variate şi adesea greu de sesizat.

Însă, în cea mai mare parte, legăturile dintre fenomene sunt legături de cauzalitate, bazate pe relația cauză-efect. Astfel, putem avea:

- *legătură nulă*, când nu există nicio influență între variabilele considerate, sunt independente;
- *legătură funcțională*, când modificarea unei variabile cauză produce variația altei variabile efect într-o măsură ce rămâne constantă, indiferent de timpul şi locul de referință. Această legătură se mai numeşte şi legătură de tip determinist. Relația matematică dintre variabila cauză şi variabila efect pentru legăturile de tip funcțional este: $y = f(x)$. Acest tip de legături se întâlnesc în natură, în tehnică, mai rar în domeniul social-economic;
- *legătură statistică* sau *stochastică*, când modificarea unei variabile efect este rezultatul combinării mai multor cauze, care pot acționa în acelaşi sens sau în sensuri opuse, generând forme diferite de manifestare individuală. Astfel, pentru fiecare valoare a variabilei efect vom avea o distribuție de valori a variabilei cauză.

Legătura statistică se poate prezenta matematic prin ecuația:

$$y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$$

unde: $x_1, x_2, ..., x_n$ sunt valorile fenomenului cauză;
y este valoarea fenomenului efect.

În domeniul social-economic, legăturile statistice sunt cele mai frecvente, iar sarcina ce revine oricărei cercetări este de a depista şi stabili factorii cauză şi de a măsura statistic gradul de dependență a factorului efect de factorii determinanți, cât şi de a măsura intensitatea acestei dependențe.

Multitudinea legăturile statistice necesită o clasificare a lor după mai multe criterii.

Clasificarea legăturilor statistice:

- *După numărul caracteristicilor independente luate în studiu*:
  - **Legături simple** – când se studiază dependența dintre o caracteristică rezultativă (y) numai în funcție de o singură caracteristică independentă (x), considerată principală şi variabilă.

    Relația matematică este: y = f (x).

    EXEMPLU: Legătura dintre suprafața comercială utilă (x) şi valoarea vânzătorilor (y).
  - **Legături multiple** – când se studiază dependența dintre o caracteristică rezultativă (y) şi două sau mai multe caracteristici independente (x) pentru care se impune ierarhizarea lor în ordinea influenței asupra caracteristicii rezultative. Relația matematică este $y = f(x_1, x_2, ..., x_n)$.

    EXEMPLU: Legătura dintre capacitatea de cazare (x_1), numărul de înnoptări (x_2) şi valoarea încasărilor (y).
- *După direcția legăturilor*:
  - **Legături directe** – când caracteristica dependentă se modifică în acelaşi sens cu caracteristica independentă: dacă x creşte şi y creşte, dacă x scade şi y scade.

    EXEMPLU: Creşterea cumpărărilor de maşini de spălat de către populație determină creşterea vânzării de detergenți.
  - **Legături inverse** – când caracteristica dependentă (y) se modifică în sens invers modificării caracteristicii independente (x). Dacă x creşte, y scade, iar dacă x scade, y creşte.

    EXEMPLU: Creşterea gradului de calificare al muncitorilor, determină scăderea rebuturilor din producție.
- *După exprimarea analitică* a legăturilor:
  - **Legături liniare,** acele dependențe care pot fi exprimate cu ajutorul funcției liniare.
  - **Legături neliniare (curbilinii)** – acele dependențe care pot fi exprimate cu ajutorul funcțiilor neliniare (parabolă, hiperbolă, funcție exponențiali etc.). Identificarea formei de realizare a legăturii se face cu ajutorul unor metode simple (metoda grafică) şi a unor metode analitice (analiza dispersională).

- *După timpul în care se realizează*:
  - **Legături sincrone** (concomitente) – se realizează în acelaşi timp, se pot urmări în dinamică pentru aceeaşi perioadă.

    EXEMPLU: Corelaţia dintre dinamica productivităţii muncii şi a salariilor, astfel pe măsura creşterii productivităţii muncii creşte şi mărimea salariilor încasate de muncitorii aceleaşi colectivităţi statistice.
  - **Legăturile asincrone** (cu decalaj) – apar atunci când caracteristicile factoriale (x) încep să acţioneze asupra variaţiei caracteristicii rezultative (y) după scurgerea unei perioade de timp.

    EXEMPLU: Între dezvoltarea unei ramuri noi de producţie şi mărimea exportului există un decalaj corespunzător asigurării competitivităţii produselor pe plan internaţional.

Noţiunile folosite în analiza de corelaţie sunt:

- **Regresia**[1] este o metodă de cercetare a unei relaţii predeterminate, exprimând legătura dintre variabila rezultativă (y) şi una sau mai multe variabile independente (x).
- **Corelaţia**[2] este o reflectare a legăturilor cu caracter complex, existente între fenomenele de masă, iar în sens mai restrâns, este măsura gradului de legătură între variabilele cantitative.
- **Covarianţa** exprimă variaţia simultană a două variabile între care există o dependenţă.
- **Analiza de regresie** este o metodă statistică care, pe baza unui eşantion, încearcă să estimeze relaţia matematică dintre două sau mai multe variabile, adică să estimeze valorile unei variabile în funcţie de valorile altei variabile.
- **Analiza de corelaţie** este o metodă statistică prin care se măsoară intensitatea legăturilor dintre variabile.

Pentru aplicarea metodelor de analiză a legăturilor dintre fenomene este necesară rezolvarea următoarelor probleme:

- identificarea şi ierarhizarea factorilor de influenţă a caracteristicilor rezultative;
- identificarea existenţei legăturii prin analiza logică a posibilităţii de existenţă a legăturii între variabilele studiate;

---

[1] Trebici V. (coord.), *Mică enciclopedie de statistică*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985.

[2] *Ibidem*.

– stabilirea sensului şi formei legăturii în vederea aplicării metodei specifice a analizei de regresie;
– determinarea gradului de intensitate a legăturii cu ajutorul analizei de corelație;
– testarea semnificației indicatorilor prin care am măsurat legătura statistică.

6.2. **Metode elementare de caracterizare a legăturilor dintre variabile**

Metodele simple se folosesc pentru sistematizarea datelor, verificarea existenței legăturilor, stabilirea direcției legăturilor precum şi aprecierea funcției analitice care exprimă legăturile studiate.

Principalele metode simple sunt:

1. **Metoda seriilor paralele independente**

Deşi este un procedeu simplu, prezintă o serie de avantaje şi dă posibilitatea aplicării în continuare a unor procedee analitice de calcul statistic. Un avantaj al acestui procedeu este posibilitatea folosirii datelor din diferite publicații, constituite sub formă de serii statistice.

Pentru utilizarea acestei metode se porneşte de la un set de observații ale caracteristicilor studiate (x, y), urmărind raportul de dependență dintre ele. Se ordonează crescător sau descrescător mai întâi valorile variabilei independente, cauză (x), apoi în funcție de ele valorile variabilei rezultative, efect (y). Prin acest procedeu se compară vizual cele două variabile, observându-se legătura dintre ele şi direcția ei.

Atunci când caracteristica independentă x este ordonată crescător, există mai multe situații:

- caracteristica y se ordonează aproximativ crescător – rezultă că putem aprecia că între cele două variabile există o legătură directă;
- caracteristica y se ordonează aproximativ descrescător – rezultă că putem aprecia că între cele două variabile există o legătură inversă;
- caracteristica y nu înregistrează o tendință de ordonare – rezultă că putem aprecia că, între cele două variabile nu există legătură.

2. **Metoda grupărilor**

Reprezintă un model de analiză calitativ, capabil să surprindă aspectele esențiale dintre variabilele economice şi sociale. Pentru analiza legăturilor dintre fenomene, metoda grupării trebuie să se aplice cu mult discernământ, astfel încât să se obțină grupe suficiente pentru a se desprinde corect forma de interdependență dintre caracteristicile luate în studiu.

Pentru fenomenele social-economice se recomandă ca, în general, să se folosească intervale de grupare egale pentru fiecare din caracteristicile implicate în studiu.

Această metodă constă în repartizarea unităților în grupe omogene în funcție de caracteristica independentă. Pentru fiecare grupă astfel constituită se centralizează datele numerice referitoare la caracteristica rezultativă şi se calculează medii pe fiecare grupă şi mărimi relative. Prin comparația variației caracteristicii independente cu indicatorii calculați pentru caracteristica rezultată se poate aprecia existența şi forma legăturilor dintre cele două variabile.

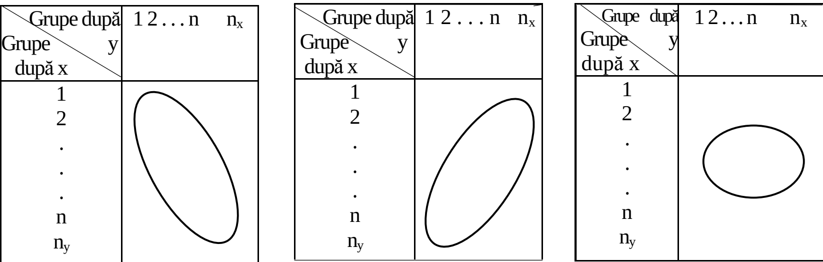
3. **Metoda tabelului de corelație**

Tabelul de corelație este un tabel ca dublă intrare şi prezintă o grupare a unităților unei colectivități în funcție de două caracteristici: una dependentă (y) şi una independentă (x). Se foloseşte, în general, în cadrul unui număr mare de observații. În funcție de modul de distribuție a frecvențelor în tabel se apreciază existența legăturii. În unele cazuri, direcția legăturii este dată de poziția diagonală în jurul căreia se grupează frecvențele.

Concentrarea intensă a frecvențelor în jurul diagonalei indică existența unei legături strânse între caracteristici.

Dacă frecvențele se împrăştie în rețeaua tabelului fără nicio regularitate, atunci nu există legături sau este foarte slabă.

Dacă grupele atât pentru caracteristica x, cât şi pentru y sunt prezentate în ordine crescătoare, aprecierea legăturii se face aşa cum se prezintă în figura 6.1.



a) legătură directă b) legătură inversă c) lipsa legăturii între cele două variabile

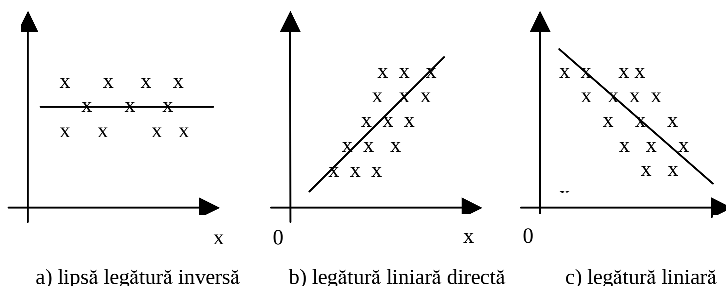
Figura 6.1. *Tipuri de legături dintre variabilele statistice într-un tabel de corelație*

4. **Metoda grafică**

Este o metodă elementară cu largă aplicabilitate în statistică datorită sugestivității ei. Pentru a obține graficul de corelație – denumit *corelogramă* – valorile caracteristicii factoriale (x) se trec pe abscisă, iar pe ordonată se trec valorile caracteristicii rezultative (y). Fiecare unitate observată purtătoare a celor două caracteristici corelate se reprezintă pe grafic printr-un punct. Reprezentarea grafică în câmpul de corelație are aspectul unui nor de puncte de unde se numeşte şi *diagrama norului de puncte*. Această metodă se foloseşte pentru alegerea funcției analitice care se va studia.

Dacă punctele sunt dispersate la întâmplare (figura 6.2a)) rezultă că între cele două variabile nu există o legătură semnificativă. În acest caz, putem considera că punctele se concentrează în jurul unei drepte paralele cu OX.

Dacă punctele se concentrează în jurul unei anumite linii care nu este paralelă cu axa OX, rezultă că între cele două variabile există o anumită legătură (directă sau inversă) (figura 6.2 b) şi c)).



a) lipsă legătură inversă b) legătură liniară directă c) legătură liniară

Figura 6.2. *Diverse tipuri de legături*

6.3. **Metode analitice (parametrice) de analiză a legăturilor statistice**

Posibilitatea de aplicare a metodelor analitice depinde:

– de natura specifică a fenomenelor cercetate;

– de volumul datelor de care se dispune;

– de numărul caracteristicilor luate în studiu din colectivitatea generală sau dintr-un eşantion reprezentativ.

În continuare, vom analiza prin mai multe metode parametrice legătura dintre două variabile, în scopul de a o exprima cu ajutorul unei funcții liniare.

6.3.1. *Regresia liniară simplă*

Metoda regresiei este o metodă de cercetare a legăturilor statistice cu ajutorul unor funcții, denumite funcții de regresie. Această metodă este o generalizare a analizei dispersionale. Alegerea funcției de regresie se poate face cu ajutorul corelogramei printr-o examinare atentă şi care va fi confirmată de testul F de analiză dispersională.

Funcția de regresie exprimă modificarea cantitativă a caracteristicii rezultativă (y) ca urmare a influenței exercitate de caracteristica factorială (x), ceilalți factori fiind considerați neesențiali şi cu acțiune constantă asupra tuturor unităților.

Legătura dintre variabile se manifestă sub formă de tendință – deci funcția de modelare este o ecuație medie de tendință identificată prin grafic şi confirmată prin testul F.

Regresia ne arată cum o variabilă este dependentă de o alta.

În cazul regresiei simple liniare vom considera o funcție liniară pentru exprimarea legăturii dintre cele două variabile:

$$y = a + bx \quad (6.1)$$

Ecuația de regresie y are caracter de medie, pentru că mărimea sa exprimă tendința de realizare a corelației dintre cele două variabile x şi y.

Astfel, cei doi parametrii au şi ei conținut de valori medii şi trebuie să fie reprezentativi pentru cele mai multe unități observate.

Parametrul „a” arată la ce nivel ar fi ajuns variabila y dacă toți factorii de influență, exceptând variabila x inclusă în modelul de corelație, ar fi influențat în mod constant asupra formării ei.

În sens geometric, parametrul „a”, exprimă valoarea lui y când x = 0, deci este intersecția dreptei cu axa OY – de aceea se mai numeşte „ordonata la origine”.

Interpretarea economică a lui „a” se realizează în legătură cu problema analizată.

Parametrul „b” este panta dreptei, numit şi „coeficient unghiular de regresie” şi are mare importanță în analiza de regresie.

Dacă b = 0 → cele două variabile sunt independente, iar variația lui y depinde de alți factori care inițial au fost considerați constanți.

Dacă $b \neq 0$, cele două variabile sunt dependente astfel:

– dacă b > 0, legătura este directă, pozitivă;

– dacă b < 0, legătura este inversă, negativă.

Mărimea coeficientului „b”, panta dreptei în sens geometric, arată cu cât se modifică y când variabila x se modifică cu o unitate.

În practică, estimarea parametrilor a şi b se realizează în mod obişnuit cu ajutorul *metodei celor mai mici pătrate* (MCMMP) pe baza valorilor (x,y) observate într-un eşantion de volum n.

MCMMP presupune îndeplinirea următoarelor ipoteze:

– valorile x şi y s-au obținut fără erori de observare sau măsurare;

– variabilele x sunt independente între ele.

Pentru a determina valorile ecuației de regresie, trebuie să se calculeze parametrii a şi b din sistemul de ecuații normale, obținut prin metoda celor mai mici pătrate.

Dacă y depinde de x, atunci trebuie să se îndeplinească şi condiția ca suma pătratelor abaterilor valorilor empirice de la valorile ecuației de regresie să fie minimă:

$$S = \sum \left[y_i - y_{xi}\right]^2 = \text{minim} \qquad (6.2)$$

Pentru tendința liniară această ecuație este:

$$\sum \left[y_i - (a + bx)\right]^2 = \text{minim} \qquad (6.3)$$

Se îndeplineşte condiția de minim când derivatele parțiale în raport cu a şi b sunt nule:

$$\begin{cases} \dfrac{\delta S}{\delta a} = 2\sum (y_i - a - bx_i)(-1) = 0 \\ \dfrac{\delta S}{\delta b} = 2\sum (y_i - a - bx_i)(-x_i) = 0 \end{cases} \qquad (6.4)$$

Sistemul se simplifică cu 2 şi separând cunoscutele de necunoscute se un obține sistem de ecuații normale sub forma:

$$\begin{cases} na + b\sum x_i = \sum y_i \\ a\sum x_i + b\sum x_i^2 = \sum x_i y_i \end{cases} \qquad (6.5)$$

Astfel, cu ajutorul determinanților aflăm valorile parametrilor a şi b:

$$a = \frac{\Delta a}{\Delta p} = \frac{\begin{vmatrix} \sum y_i & \sum x_i \\ \sum x_i y_i & \sum x_i^2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{vmatrix}} = \frac{\sum y_i \sum x_i^2 - \sum x_i \sum x_i y_i}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad (6.6)$$

$$b = \frac{\Delta b}{\Delta p} = \frac{\begin{vmatrix} n & \sum y_i \\ \sum x_i & \sum x_i y_i \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} n & \sum x_i \\ \sum x_i & \sum x_i^2 \end{vmatrix}} = \frac{n \sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{n \sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2} \qquad (6.7)$$

Cu ajutorul coeficienților a şi b se calculează valorile ecuației de regresie pentru fiecare mărime a lui x. Aceste valori ale ecuației de regresie se mai numesc şi *valori teoretice ale caracteristicii y în funcție de x*, iar operația de înlocuire a termenilor reali y cu valorile ecuației de regresie se numeşte *ajustare*.

Ecuația funcției de regresie devine: $\hat{y} = a + bx_i$.

OBSERVAȚII!

- Funcția de regresie este numai o ipoteză statistică, care exprimă regularitatea, tendința medie de manifestare a legăturii dintre cele două variabile, considerând ca variabil numai factorul înregistrat.
- Valorile ecuațiilor de regresie permit o apreciere a modului de realizare a legăturilor dintre cele două variabile prin interpretarea mărimii abaterilor lor față de valorile empirice, însă ele nu reprezintă decât un prim pas pentru măsurarea corelației dintre fenomene.

6.3.2. *Corelația liniară simplă*

Corelația ne arată *gradul* în care o variabilă este dependentă de altă variabilă.

Analiza de corelație ne arată gradul de concentrare sau de împrăştiere a valorilor empirice (y_i) în jurul liniei de regresie teoretică date de valorile lui $\hat{y}$. Astfel, intensitatea legăturilor se poate măsura cu ajutorul:

- coeficientului de corelație;
- raportului de corelație;

- metodelor neparametrice – care dau o apreciere aproximativă a legăturii dintre variabile.

➢ **Raportul de corelație (R)** măsoară gradul de intensitate dintre caracteristica factorială (x) şi cea rezultativă (y) după aplicarea metodei regresiei. Calculul său porneşte de la descompunerea dispersiei totale σ_y^2 pe factori de influență:

- dispersia valorilor empirice față de valorile teoretice: $\sigma_{y/\hat{y}}^2 = (y_i - \hat{y}_x)^2$;
- dispersia valorilor teoretice față de medie: $\sigma_{\hat{y}/\bar{y}}^2 = (\hat{y}_x - \bar{y})^2$.

Relația dintre dispersii va fi:

$$\sigma_y^2 = \sigma_{y/\hat{y}}^2 + \sigma_{\hat{y}/\bar{y}}^2, \tag{6.8}$$

sau
$$\frac{\sum (y-\bar{y})^2}{n} = \frac{\Sigma (y-\hat{y}_x)^2}{n} + \frac{\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2}{n} \tag{6.9}$$

unde:

$-\sigma_y^2$ = dispersia totală, arată influența variației tuturor factorilor asupra variabilei rezultative (y);

– $\sigma_{y/\hat{y}}^2$ = dispersia reziduală, arată influența factorilor ce au fost considerați constanți;

– $\sigma_{\hat{y}/\bar{y}}^2$ = dispersia sistematică, arată influența factorului (x) asupra variabilei rezultative y. Cu cât această dispersie are o pondere mai mare în dispersia totală, cu atât legătura dintre variabile este mai puternică.

Gradul de intensitate al corelației dintre fenomene se obține stabilind greutatea specifică a dispersiei formată pe baza factorului înregistrat față de dispersia totală. Indicatorii care se formează sunt:

➢ **Coeficientul de determinație ($R_{\hat{y}/\bar{y}}^2$)** se obține cu relația:

$$R_{\hat{y}/\bar{y}}^2 = \frac{\sigma_{\hat{y}/\bar{y}}^2}{\sigma_y^2} = \frac{\sum (\hat{y}_x - \bar{y})^2}{\sum (y-\bar{y})^2} = 1 - \frac{\sum (y-\hat{y}_x)^2}{\sum (y-\bar{y})^2} \tag{6.10}$$

➢ **Coeficientul de nedeterminație ($K^2_{y/\hat{y}}$)** se obține cu relația:

$$K^2_{y/\hat{y}} = \frac{\sigma^2_{y/\hat{y}}}{\sigma^2_y} = \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2} \quad (6.11)$$

Suma celor doi coeficienți este 1, ei fiind considerați ca mărimi relative de structură.

$$R^2_{\hat{y}/\bar{y}} + K^2_{y/\hat{y}} = 1 \quad (6.12)$$

Coeficientul de determinație se mai poate calcula:

$$R^2_{\hat{y}/\bar{y}} = 1 - K^2_{y/\hat{y}} = 1 - \frac{\sigma^2_{y/\hat{y}}}{\sigma^2_y} \quad (6.13)$$

Dacă extragem rădăcina pătrată din coeficientul de determinație pentru a se aduce la acelaşi grad valorile empirice şi cele teoretice, se obține raportul de corelație.

➢ **Raportul de corelație (R)** care se obține cu formula:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum (y - \hat{y}_x)^2}{\sum (y - \bar{y})^2}} \quad (6.14)$$

OBSERVAȚII!

- $R \in [0,1]$, semnul lui R este dat de semnul coeficientului b din funcția de regresie;
- Cu cât R se apropie mai mult de +1 sau -1, cu atât legătura este mai puternică.

➢ **Coeficientul de corelație (r_{xy})**. Este un indicator sintetic care măsoară intensitatea legăturii dintre două variabile x_i şi y_i. Se calculează ca o medie a produselor abaterilor normale normate. Notând abaterile normale normate z_x şi z_y, obținem:

$z_x = \frac{x_i - \bar{x}}{\sigma_x}$; $z_y = \frac{y_i - \bar{y}}{\sigma_y}$, relația de calcul a coeficientului de corelație fiind:

$$r_{xy} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{n\sigma_x \sigma_y} \quad (6.15)$$

În practică este mai folosită relația:

$$r_{xy} = \frac{n\sum x_i y_i - \sum x_i \sum y_i}{\sqrt{\left[n\sum x_i^2 - \left(\sum x_i\right)^2\right]\left[n\sum y_i^2 - \left(\sum y_i\right)^2\right]}} \quad (6.16)$$

Altă relație pentru calculul coeficientului de corelație este cea care utilizează covarianța cov(x,y). Covarianța este o metodă ajutătoare pentru măsurarea legăturilor statistice şi se obține ca o medie aritmetică a produselor abaterilor variabilelor față de media lor:

$$\mathrm{cov}(x, y) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x - \bar{x})(y - \bar{y}) \quad (6.17)$$

OBSERVAȚII!

- Covarianță nulă: lipseşte legătura de corelație, variabilele sunt independente.
- Semnul covarianței arată direcția legăturii:
  - plus pentru legătură directă;
  - minus pentru legătură inversă.
- Pe măsură ce intensitatea creşte, creşte şi covarianța.

Folosind covarianța, coeficientul de corelație are expresia:

$$r_{xy} = \frac{\mathrm{cov}(x_i, y_i)}{\sigma_{x_i}\sigma_{y_i}} \quad (6.18)$$

Proprietățile coeficientului de corelație:

- ia valori în intervalul [-1,1] şi indică sensul şi intensitatea legăturii;
- dacă $r_{xy} \in [0,1]$ legătura este directă;
- dacă $r_{xy} \in [-1,0]$ legătura este indirectă, inversă;
- dacă $r_{xy} \to 0$ variabilele sunt independente sau necorelate;
- dacă $r_{xy} \to \pm 1$ corelația este puternică, iar valorile y_i se grupează în jurul dreptei de regresie;

- dacă legătura este liniară $r_{xy} = R$ şi se va calcula numai r_{xy} pentru exprimarea intensității legăturii;
- dacă $r_{xy} \# R$, atunci legătura este neliniară şi se va calcula numai R;
- dacă ne interesează doar intensitatea într-o legătură liniară se poate calcula doar r_{xy}, fără a mai calcula funcția de regresie.

6.4. **Inferență statistică în cadrul modelului liniar**

Parametrii modelului, şi deci modelul în ansamblu, sunt obținuți pe baza datelor dintr-un eşantion de observații. De aceea este necesară verificarea rezultatelor obținute prin teste statistice.

6.4.1. *Validarea modelului de regresie cu testul F*

Pentru a verifica, din punct de vedere statistic, modalitatea în care modelul specificat reuşeşte să conducă la reconstituirea valorilor empirice y_i prin valorile teoretice $\hat{y}_i$ se foloseşte **testul F**[3].

Construirea testului se bazează pe descompunerea abaterii $\left(y_i - \hat{y}\right)$.

Rezultatele sunt sintetizate în tabelul 6.1.

Tabelul 6.1

Variația	Suma pătratelor	Grade de libertate	Dispersia
Explicată prin model	$\sum\left(\hat{y}_x - \overline{y}\right)^2$	k-1	$S_y^2 = \dfrac{\sum\left(\hat{y}_x - \overline{y}\right)^2}{k-1}$
Neexplicată	$\sum\left(y - \hat{y}_x\right)^2$	n-k	$S_r^2 = \dfrac{\sum\left(y - \hat{y}_x\right)^2}{n-k}$
Total	$\sum\left(y_i - \overline{y}\right)^2$	n-1	-

[3] Isaic-Maniu A., Korka M., Voineagu V., Mitruț C., *Statistică*, Editura Independența Economică, Brăila, 1998.

Testul F pentru regresia liniară:
K = numărul parametrilor modelului;
n = numărul de valori perechi.

Variabila F se defineşte ca raport de dispersii: $F_{calc} = \frac{S_y^2}{S_r^2}$ (6.19)

şi urmează o distribuție F cu (k-1) şi (n-k) grade de libertate.

Pentru un anumit nivel de semnificație, corespunzător gradelor de libertate se determină, din tabelul funcției F, valoarea teoretică $F_{\alpha;k-1;n-k}$ (în tabel va fi F_{α}, f_1,f_2).

Dacă:

– $F_{calc} > F_{\alpha;k-1;n-k}$ modelul este validat;
– $F_{calc} < F_{\alpha;k-1;n-k}$ modelul este invalidat.

6.4.2. *Verificarea semnificației coeficientului corelației simple cu testul* t

Verificarea coeficientului de corelație simplă, care s-a utilizat pentru aflarea intensității legăturii, se face cel mai frecvent prin utilizarea testului *t:*

$$t_{calc} = \frac{r_{xy}}{\sqrt{1 - r_{xy}^2}} \sqrt{n - 2} \quad (6.20)$$

unde: n = volumul eşantionului;
r_{xy} = coeficientul de corelație liniară simplă.

Valoarea calculată se compară cu cea tabelară stabilită probabilistic pentru un nivel de semnificație α şi cu n-2 grade de libertate. Dacă:

– $t_{calc} > t_{tabelar}$ se verifică ipoteza semnificației relației de corelație;
– $t_{calc} < t_{tabelar}$ legătura este nesemnificativă şi trebuie căutat un alt factor esențial cu care să se studieze corelația.

6.5. **Regresia şi corelația curbilinie simplă**

În acest caz, legătura dintre o variabilă dependentă (y) şi una independentă (x) se exprimă printr-o funcție neliniară:

- **Parabolă de gradul II**: $y_x = a + bx + cx^2$ (6.21)

Pentru determinarea parametrilor funcției de regresie se utilizează metoda celor mai mici pătrate:

$\sum(y_i - (a + bx + cx^2))^2 = \text{minim}$

care conduce la sistemul de ecuații normale:

$$\begin{cases} na + b\sum x + c\sum x^2 = \sum y \\ a\sum x + b\sum x^2 + c\sum x^3 = \sum xy \\ a\sum x^2 + b\sum x^3 + c\sum x^4 = \sum x^2 y \end{cases} \quad (6.22)$$

Se rezolvă sistemul de ecuații normale prin metoda determinanților şi se calculează valoarea celor trei parametrii, iar în funcție de valoarea individuală a lui x se ajustează valorile caracteristicii rezultative.

➢ **Hiperbola:** $y_x = a + \frac{1}{x} \cdot b$ (6.23)

Prin aplicarea metodei celor mai mici pătrate se ajunge la sistemul de ecuații necesar aflării parametrilor funcției:

$$\begin{cases} na + b\sum 1/x = \sum y \\ a\sum 1/x + b\sum 1/x^2 = \sum \frac{1}{x} \cdot y \end{cases} \quad (6.24)$$

➢ **Funcția exponențială:** $y_x = a \cdot b^x$ (6.25)

În acest caz, mai întâi se logaritmează funcția:

$\log y = \log a + x \cdot \log b$

Astfel, s-a ajuns la o ecuație de estimare de forma unei linii drepte, calculată pe baza logaritmilor lor.

Utilizând metoda celor mai mici pătrate, se obține sistemul:

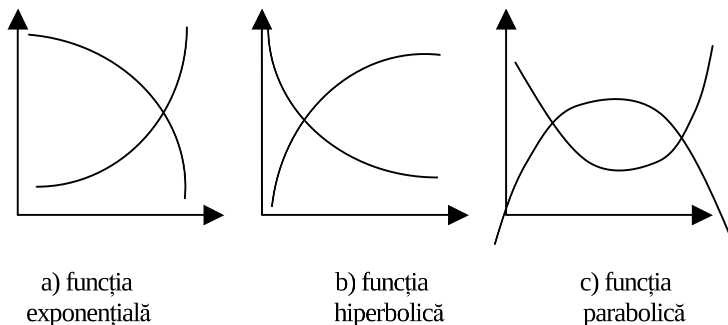
$$\begin{cases} n \log a + \log b\sum x = \sum \log y \\ \log a\sum x + \log b\sum x^2 = \sum (x \log y) \end{cases} \quad (6.26)$$

Prin rezolvarea sistemului se obține log a şi log b, iar prin antilogaritmare, cei doi parametrii a şi b.

Intensitatea legăturii pentru corelația neliniară se calculează cu ajutorul raportului de corelație:

$$R = \sqrt{1 - \frac{\sum\left(y - \hat{y}_x\right)^2}{\sum\left(y - \overline{y}\right)^2}}$$

Reprezentarea grafică a acestor funcții neliniare se face în figura 6.4.



a) funcția exponențială

b) funcția hiperbolică

c) funcția parabolică

Figura 6.3. *Modelul matematic al funcțiilor de regresie neliniare*

6.6. **Regresia şi corelația multiplă**

Regresia multiplă poate fi exprimată printr-o funcție liniară sau o funcție curbilinie. În cazul regresiei liniare multiple se porneşte de la ipoteza dependenței variabilei y de variabilele factoriale x_1, x_2,…, x_n şi independența reciprocă a acestora din urmă. Stabilirea ecuației de regresie multiplă se face pe baza analizei existenței şi a formei de legătură dintre variabilele incluse în modelul de corelație luate două câte două folosind corelograma. Funcția de regresie are forma generală:

$$\hat{y}_{x_1 \ldots x_n} = a_0 + a_1 x_1 + \ldots + a_n x_n \qquad (6.27)$$

Semnificația parametrilor:

a_0 = termenul liber cu caracter de medie, exprimă influența factorilor neînregistrați considerați cu acțiune constantă cu excepția caracteristicilor factoriale x_1, x_2,…, x_n, incluse în modelul de regresie.

$a_1, a_2, ..., a_n$ = sunt denumiți coeficienți de regresie; arată cu cât se modifică variabila y, când variabila factorială respectivă x_1, x_2,…, x_n se modifică cu o unitate.

Parametri se determină cu sistemul:

$$\begin{cases} na_0 + a_1\sum x_1 + ... + a_n\sum x_n = \sum y \\ a_0\sum x_1 + a_1\sum x_1^2 + ... + a_n\sum x_1 x_n = \sum x_1 y \\ a_0\sum x_n + a_1\sum x_1 x_n + ... + a_n\sum x_n^2 = \sum x_n y \end{cases} \quad (6.28)$$

Intensitatea legăturii se calculează cu ajutorul raportului (coeficientului) de corelație multiplă.

Coeficientul de corelație multiplă se determină cu ajutorul coeficienților de corelație simplă dintre variabilele perechi. Astfel, în cazul corelației dintre o variabilă rezultativă y şi două variabile independente x_1 şi x_2, coeficientul de corelație multiplă, notat cu $r_{yx_1x_2}$, se poate calcula la nivelul unui eşantion după relația:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2 - 2r_{yx_1}r_{yx_2} \cdot r_{x_1x_2}}{1 - r_{x_1x_2}^2}} \quad (6.28.a)$$

unde: $$r_{yx_1} = \frac{n\sum x_1 y - \sum x_1 \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}$$

$$r_{yx_2} = \frac{n\sum x_2 y - \sum x_2 \sum y}{\sqrt{\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right]\left[n\sum y^2 - \left(\sum y\right)^2\right]}}$$

$$r_{x_1x_2} = \frac{n\sum x_1 x_2 - \sum x_1 \sum x_2}{\sqrt{\left[n\sum x_1^2 - \left(\sum x_1\right)^2\right]\left[n\sum x_2^2 - \left(\sum x_2\right)^2\right]}} \quad (6.28.b)$$

Dacă, $r_{yx_1x_2} = 0$ atunci $R_{yx_1x_2} = \sqrt{r_{yx_1}^2 + r_{yx_2}^2}$.

Raportul de corelație multiplă se poate calcula cu relația:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{1 - \frac{\sum\left(y_i - y_{x_1}y_{x_2}\right)^2}{\sum\left(y_i - \overline{y}\right)^2}} \qquad (6.28.c)$$

Raportul de corelație multiplă se poate calcula pe baza estimațiilor parametrilor ecuației de regresie multiplă, formula stabilindu-se după modelul regresiei multiple aplicat.

Pentru o corelație multiplă liniară dintre y şi x_1 x_2:

$$y_{x_1x_2} = a + a_1x_1 + a_2x_2$$

raportul de corelație devine:

$$R_{yx_1x_2} = \sqrt{\frac{a_n\sum y + a_{1n}\sum x_1y + a_{2n}\sum x_2y - \frac{1}{n}\left(\sum y\right)^2}{\sum y^2 - \frac{1}{n}\left(\sum y\right)^2}} \qquad (6.28.d)$$

6.7. **Metode neparametrice de măsurare a intensității legăturilor dintre fenomene**

Dacă distribuțiile caracteristicilor corelate nu sunt de tip normal sau dacă caracteristicile nu se exprimă numeric, pentru măsurarea intensității corelației se folosesc metode neparametrice.

Metodele neparametrice se folosesc:

– dacă variabilele se exprimă prin cuvinte, sau o variabilă este calitativă şi alta cantitativă, sau ambele sunt cantitative, dar nu există suficiente date pentru a se cunoaşte forma de distribuție;

– sunt asimetrice;

– nu au o distribuție normală sau asimptotic normală.

6.7.1. *Coeficientul de asociere*

Această metodă se utilizează, în special, când unitățile purtătoare ale caracteristicilor sunt separate în două grupe sau sunt de forma unor caracteristici alternative (de tipul da-nu).

Coeficientul se asociere se calculează pe baza **tabelului de asociere,** care permite analiza nu numai a caracteristicilor exprimate numeric, dar şi a celor calitative.

Tabelul de asociere este format din 2 rânduri şi 2 coloane. În capetele rândurilor şi coloanelor se trec variantele celor două caracteristici care se supun asociației, iar în interiorul tabelului se trec frecvențele corespunzătoare (tabelul 6.2).

Tabelul 6.2

$x \backslash y$	y_1	y_2	Total
x_1	a	b	a+b
x_2	c	d	c+d
Total	a+c	b+d	a+b+c+d

Produsul ad arată gradul de realizare a legăturii directe dintre x şi y.

Produsul bc arată gradul de legătură inversă între aceste două caracteristici cercetate.

Coeficientul de asociere se calculează cu formula lui Yulle:

$$Q = \frac{ad - bc}{ad + bc}, \qquad \in [-1,1] \qquad (6.29)$$

OBSERVAȚII[4]!

- Când ad-bc = 0, înseamnă independență de asociere.
- Asocierea completă poate apărea astfel:

1) asociere completă absolută (Q=1)

a	0
0	d

2) asociere completă cu sens pozitiv (Q=1)

a	b
0	d

3) asociere completă absolută (Q= -1)

a	b
c	0

4. asociere completă cu sens negativ (Q = -1)

0	b
c	d

[4] Interpretări ale coeficientului de asociere fundamentate din lucrarea *Statistică*, Biji E., Wagner P., Lilea E., Vătui M., Petcu N., Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1999.

- Interpretarea coeficientului Q, ce aparține intervalului $[-1,1]$, este la fel ca la coeficientul de corelație r_{xy}.
- Avantajul coeficientului Q este că se poate calcula cu rapiditate, chiar şi când datele provin din unități statistice cu forme diferite de distribuție în interiorul lor.

6.7.2. *Coeficienții de corelație ai rangurilor*

Aceşti coeficienți nu se calculează pe baza valorilor individuale ale variabilelor, ci pe baza numărului lor de ordine, numit *rang*. Rangurile se obțin după ce s-au ordonat datele individuale (crescător, descrescător), astfel încât va trebui să vedem în ce măsură există, la nivelul fiecărei unități, concordanță între rangurile caracteristicii factoriale de la 1 la n cu rangurile caracteristicii rezultative tot de la l la n.

Pentru calculul coeficientului de corelație a rangurilor se pot folosi formulele lui Spearman şi Kendall.

➢ **Coeficientul lui Spearman** se determină cu relația:

$$r_s = 1 - \frac{6\sum d_i^2}{n(n^2-1)} \in [-1,1] \qquad (6.30)$$

unde: d_i = este diferența de rang între variabilele corelate pentru aceeaşi unitate de observare;

n = numărul perechilor de valori corelate.

Pentru calculul lui se parcurg două etape:

– se stabilesc rangurile pentru cele două caracteristici R_x şi R_y

– se calculează diferențele de rang: $d_i = R_x - R_y$.

Interpretarea coeficientului lui Spearman ce aparține intervalului $[-1,1]$ este la fel cu a coeficientului de corelație r_{xy}.

➢ **Coeficientul de corelație Kendall** se calculează în felul următor:

– se ordonează perechile de valori (crescător, descrescător) după caracteristica independentă (x);

– se stabilesc ranguri pentru cele două caracteristici: R_x şi R_y

– pentru fiecare R_y se calculează 2 indicatori:

- P_i numărul de ranguri superioare lui R_y
- Q_i numărul de ranguri inferioare lui R_y
- se calculează scorul $S_i = P_i - Q_i$ şi $S = \sum S_i$.

Coeficientul de corelație Kendall se calculează cu relația:

$$r_k = \frac{2S}{n(n-1)} \in [-1,1] \quad (6.31)$$

OBSERVAȚIE!

- Interpretarea intervalului de variație al coeficientului Kendall $\in [-1,1]$ este la fel ca a coeficientului de corelație r_{xy};
- Coeficientul lui Kendall este de obicei mai mic decât cel calculat după formula lui Sperman.

CONCEPTE-CHEIE: *regresia; corelația; corelogramă; coeficient de corelație (r_{xy}); raport de corelație (R_{xy}); coeficient de asociere (Q); coeficienții rangurilor Spearman şi Kendall.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Care sunt tipurile de legături statistice dintre variabilele ce descriu fenomene economico-sociale?
2. Prin ce se caracterizează legăturile statistice?
3. Ce legături statistice avem după numărul de caracteristici independente luate în calcul? Descrieți aceste legături.
4. Ce legături statistice cunoaşteți în funcție de direcția legăturilor? Exemple.
5. Cum definiți legăturile statistice după exprimarea lor analitică? Definiți şi exemplificați aceste legături.
6. Ce noțiuni de bază folosite în analiza de corelație cunoaşteți? Definiți aceste noțiuni.
7. Descrieți metodele simple utilizate pentru verificarea existenței legăturii. Exemple.
8. Cum se reprezintă grafic legătura dintre două variabile statistice? Ce se poate analiza cu ajutorul graficului?
9. Când utilizăm *metoda regresiei*?
10. Care este semnificația (statistică, geometrică) a *parametrilor modelului de regresie*?
11. Cum se măsoară intensitatea legăturii:
    - cazul legăturii liniare;
    - cazul legăturii neliniare.

12. Între ce limite ia valori coeficientul de corelație? Ce semnificație are intervalul de variație r_{xy}?
13. Ce semnificație are *raportul de corelație*?
14. Cum se poate verifica ipoteza liniarității legăturii?
15. Când se utilizează metodele parametrice pentru analiza legăturilor dintre variabilele statistice?
16. Cum verificăm validitatea modelului de regresie folosit?
17. Cu ce verificăm semnificația coeficientului corelației simple?
18. Când se utilizează metode neparametrice pentru analiza legăturilor dintre variabilele statistice?
19. Care sunt cele mai folosite metode neparametrice?
20. Când se utilizează coeficientul de asociere propus de Yulle?
21. Ce înțelegeți prin *ranguri* şi care sunt cei mai folosiți indicatori ai rangurilor?
22. Ce înțelegeți prin *elasticitate*? Dar prin *coeficientul de elasticitate*?
23. Comentați situațiile rezultate din valorile limită ale coeficienților de elasticitate.
24. Coeficientul de corelație liniară se află în relație de directă proporționalitate cu:
    a) covarianța;
    b) abaterea standard calculată pentru variabila factorială;
    c) abaterea standard calculată pentru variabila rezultativă;
    d) volumul datelor studiate ;
    e) este un indicator independent.
25. Atunci când coeficientul de corelație ia valoarea 1:
    a) legătura este de tip funcțional;
    b) variabilele sunt independente;
    c) corelația este puternică;
    d) legătura este liniară.
26. Coeficientul de corelație, calculat pentru o legătură liniară, poate lua valori în mulțimea:
    a) (-1,0);
    b) (0,1);
    c) mulțimea numerelor întregi pozitive;
    d) mulțimea numerelor reale pozitive.

27. Coeficientul şi raportul de corelație au valori egale atunci când:
    a) legătura dintre variabile este directă;
    b) legătura dintre variabile este inversă;
    c) colectivitatea este omogenă.
28. Pentru analiza dependențelor statistice dintre variabile, metoda grafică permite:
    a) interpretarea intensității legăturii dintre variabile;
    b) constatarea existenței legăturii statistice;
    c) identificarea existenței, direcției şi formei legăturii dintre două variabile;
    d) estimarea parametrilor funcției de regresie;
    e) estimarea raportului de corelație.
29. Tendința legăturii dintre două variabile se exprimă prin funcția: $y = a + bx + cx^2$. Intensitatea legăturii dintre cele două variabile se caracterizează prin:
    a) coeficientul de corelație liniară;
    b) coeficientul lui Spearman;
    c) raportul de corelație;
    d) coeficientul lui Bowley.
30. Coeficientul de elasticitate se calculează astfel:
    a) ritmul de modificare a variabilei factoriale raportat la ritmul de modificare a variabilei rezultative;
    b) ritmul de modificare a variabilei rezultative raportat la ritmul de modificare a variabilei factoriale;
    c) ritmul de modificare a variabilei rezultative înmulțit cu ritmul de modificare a variabilei factoriale;
    d) modificarea absolută a variabilei rezultative raportată la modificarea absolută a variabilei factoriale.

7. **ANALIZA STATISTICĂ A SERIILOR CRONOLOGICE**

Analiza seriilor cronologice presupune studiul dinamicii unei variabile statistice în scopul descrierii, modelării şi extrapolării variației în timp pe componente definitorii. Metoda pleacă de la analiza trecutului şi vizează extrapolarea tendințelor manifestate în perioada studiată, bazându-se pe următoarele ipoteze:

- tendințele manifestate în trecut se vor menține în viitor;
- fluctuațiile unei variabile se reproduc la intervale regulate.

7.1. **Noțiuni. Particularități**

Seria cronologică este formată din două şiruri de date paralele în care primul şir arată variația caracteristicii de timp, iar cel de-al doilea şir, variația caracteristicii cercetate, de la o unitate de timp la alta. Seriile cronologice se mai numesc *serii de timp* sau *serii ale dinamicii*.

Exemple de serii cronologice pot fi:

- evoluția lunară a exporturilor sau a importurilor realizate de o firmă;
- evoluția cifrei de afaceri;
- evoluția lunară a stocurilor de mărfuri dintr-un depozit etc.

Definiția seriei cronologice (SCR) impune câteva observații:

- Curgerea timpului se măsoară în succesiune cu ajutorul unei scale de interval. Unitățile de timp frecvent utilizate sunt: anul, trimestrul, luna, săptămâna, ziua.
- Seria cronologică poate fi privită ca o variabilă aleatoare, pentru că valorile individuale se formează ca urmare a acțiunii unui ansamblu diferit de factori comuni sau specifici, esențiali sau neesențiali etc.

- Caracterizarea evoluției în timp a unui fenomen, cu ajutorul SCR specifice, presupune ca timpul să fie variabil, iar spațiul şi structura organizatorică să fie constante.

Într-o SCR, variabila y este legată funcțional de variabila timp. Astfel, SCR poate fi scrisă: y = f(t) unde:

– t este variabila timp;

– variabila y ia valorile individuale y_i.

La analiza SCR trebuie avute în vedere o serie de proprietăți ale acestora:

- **Variabilitatea termenilor unei SCR** provine din faptul că fiecare termen este format prin centralizarea unor date individuale. Astfel, pot apărea diferențe între termenii seriei, fie ca urmare a influenței factorilor aleatori, fie a acțiunii legilor ce se manifestă ca tendință generală, imprimând fenomenelor studiate forme diferite.
- **Omogenitatea termenilor** este asigurată dacă datele vin din aceeaşi sursă, au acelaşi grad de cuprindere a unităților, aceleaşi metode de culegere şi prelucrare, ceea ce le asigură şi compatibilitatea. Datele sunt omogene dacă sunt de acelaşi gen şi sunt efecte ale aceluiaşi tip de cauză.
- **Periodicitatea** se referă la alegerea unității de timp la care se referă termenii unei serii cronologice.
- **Interdependența** termenilor se explică prin aceea că termenii seriei sunt valori succesive ale aceluiaşi fenomen ca urmare a respectării principiului unității de timp, spațiu şi a structurii organizatorice. Datorită relațiilor de cauzalitate, valoarea fiecărui termen depinde de valoarea termenului anterior. În funcție de natura caracteristicilor (de stoc sau de flux), observarea statistică se face continuu în decursul unui interval, sau la momente de timp distincte. Astfel, în practică există **SCR de momente** sau **mărimi de stoc** şi **SCR de intervale** sau **mărimi de flux**.

Deosebirea dintre cele două serii este esențială şi are implicații asupra metodologiei statistice de analiză, astfel:

- Termenii unei SCR de momente nu sunt însumabili, ei conțin acele elemente ale stocului care coexistă, în mod repetat, în momente diferite de timp. Exemplu: stocul de produse finite din depozitele unei firme la momente diferite de timp.

- Termenii unei serii de intervale sunt mărimi de flux. Ei sunt însumabili pentru că se formează prin cumulare continuă, pe măsura curgerii timpului. Un flux este un eveniment produs într-o perioadă de timp. Exemplu: modificarea numărului populației între două recensăminte.

În funcție de numărul termenilor, seriile cronologice au lungime mică, medie sau mare. Seriile de lungime mică au mai mult caracter de informare, de popularizare. Analiza statistică lucrează cu SCR de lungime medie sau mare. Pe baza acestor tipuri de SCR, legea numerelor mari, având câmp de acțiune, poate desprinde legitățile de evoluție, poate elabora variante de prognoză.

- **Grafice statistice ale SCR**

Evoluția unui fenomen prezentat într-o SCR poate fi vizualizat şi analizat pe baza graficelor trasate acestor serii de timp. SCR poate fi reprezentată grafic prin:

- cronograme;
- diagrame semilogaritmice;
- diagrame polare radiale.

Aceste tipuri de grafice au fost prezentate mai pe larg în subcapitolul 2.3.3. *Grafice statistice.*

7.2. **Sistemul de indicatori statistici ai seriilor cronologice**

Caracterizarea evoluției unui fenomen de masă, în complexitatea sa, cu ajutorul termenilor unei SCR se face cu un sistem de indicatori statistici, analitici şi sintetici. În funcție de modul de exprimare şi de calcul, indicatorii sunt structurați în: indicatori absoluți, indicatori relativi, indicatori medii.

Analiza statistică a termenilor unei SCR impune alegerea unei baze de comparare (y_0) sau nivel de referință, care să fie tipică procesului analizat. În cazul variabilelor economice se impune folosirea:

- *unei baze fixe* – un nivel de referință neschimbat pentru întreaga perioadă analizată;
- *unei baze în lanț* – un nivel de referință mobil, ce glisează în timp simultan cu perioada la care se referă indicatorul. De regulă, se foloseşte perioada imediat anterioară (y_t se compară cu y_{t-1}).

1. ***Indicatori exprimați prin mărimi absolute***

Indicatorii absoluți exprimă starea fenomenului investigat într-o perioadă de timp sau modificările apărute succesiv în timp. În mărimi absolute ce se exprimă în unități de timp concrete (lei, metri, kilograme etc.) ale caracteristicilor studiate se calculează indicatori statistici ce redau nivelul, volumul agregat, modificările față de diferite perioade de timp.

- **Indicatorii de nivel** reprezintă valorile individuale ale caracteristicii corespunzătoare condițiilor specifice de producere a fenomenului urmărit. Acest indicator de nivel îl vom nota cu yt.
- **Volumul agregat sau suma termenilor SCR de intervale ($\sum_{t=1}^{T} y_t$)** este un indicator ce se calculează cu precauție pentru că nu toate caracteristicile au variantele însumabile.
- **Modificarea absolută** (sporul sau scăderea absolută) exprimă cu câte unități de măsură s-a modificat valoarea individuală dintr-o perioadă față de o perioadă bază de comparație (fixă sau mobilă). Astfel, calculăm:
  - Modificarea absolută cu bază fixă:

$$\Delta_{t/0}^{y} = y_t - y_0, \text{unde } t = \overline{1,T} \quad (7.1)$$

  - Modificarea absolută cu bază mobilă:

$$\Delta_{t/t-1}^{y} = y_t - y_{t-1}, \text{unde } t = \overline{1,T} \quad (7.2)$$

OBSERVAȚII!

- Baza fixă de comparație poate fi oricare termen al seriei. Alegerea bazei fixe de comparație nu trebuie să afecteze comparabilitatea termenilor.
- Relații între sporuri:

– suma sporurilor cu bază în lanț este egală cu modificarea cu bază fixă a perioadei de analiză:

$$\sum \Delta_{t/t-1}^{y} = (y_2 - y_1) + (y_3 - y_2) + ...(y_T - y_{t-1}) = \mathrm{y_T} - y_1 = \Delta_{T/1} \quad (7.3)$$

– diferența dintre două modificări absolute cu bază fixă succesive este egală cu modificarea absolută cu bază în lanț a perioadei curente, după relația:

$$\Delta_{t/1} - \Delta_{t-1/1} = (y_t - y_1) - (y_{t-1} - y_1) = \Delta_{t/t-1} \quad (7.4)$$

2. ***Indicatori exprimați prin mărimi relative***

Indicatorii relativi se pot utiliza în analiza comparativă, prezentând două aspecte:

– arată de câte ori nivelul unei variabile este mai mare sau mai mic decât cel ales bază de comparație;
– arată procentual modificarea valorii caracteristicii din perioada raportată față de cea din baza de raportare.

- **Indicele de dinamică.** Se calculează ca o mărime relativă a dinamicii, care arată de câte ori (de cât la sută) s-a modificat valoarea caracteristicii față de perioada bază de comparație (fixă sau mobilă). Relațiile sale de calcul sunt:

$$I^y_{t/t'} = \frac{y_t}{y_{t'}} \cdot 100; \quad t, t' = \overline{1,T}$$

- Indicele de dinamică cu bază fixă:

$$I^y_{t/0} = \frac{y_t}{y_0} \cdot 100; \quad t = \overline{1,T} \quad (7.5)$$

- Indicele de dinamică cu bază mobilă:

$$I^y_{t/t-1} = \frac{y_t}{y_{t-1}} \cdot 100; \quad t = \overline{1,T} \quad (7.6)$$

OBSERVAȚIE! Aceşti indici de dinamică, dacă sunt supraunitari sau subunitari desemnează creşteri sau descreşteri.

***Proprietăți*:**

- Produsul indicilor cu bază în lanț este egal cu indicele cu bază fixă al perioadei analizate:

$$\prod I^y_{t/t-1} = I^y_{T/1} \quad (7.7)$$

$$\prod I^y_{t/t-1} = \frac{y_2}{y_1} \cdot \frac{y_3}{y_2} \cdot \ldots \cdot \frac{y_T}{y_{t-1}} = I^y_{T/1}$$

- Dacă se raportează indicii dinamicii cu bază fixă din două perioade succesive t şi t-1, se obține indicele cu bază în lanț al perioadei curente:

$$I_{t/1}^{y} : I_{t-1/1}^{y} = \frac{y_t}{y_1} : \frac{y_{t-1}}{y_1} = I_{t/t-1}^{y} \tag{7.8}$$

- **Ritmul modificărilor relative** sau **ritmul (rata) sporului** este un alt indicator relativ. El exprimă cu cât la sută s-a modificat nivelul fenomenului analizat, într-o anumită perioadă față de nivelul din perioada de bază. Ritmul modificării relative se calculează:

$$R_{t/t'}^{y} = \frac{\Delta_{t/t'}^{y}}{y_{t'}} \cdot 100 = \frac{y_t - y_{t'}}{y_{t'}} \cdot 100 = I_{t/t'}^{y} \cdot 100 - 100 \tag{7.9}$$

– ritmul cu bază fixă:

$$R_{t/0}^{y} = \frac{\Delta_{t/0}^{y}}{y_0} \cdot 100 = I_{t/0}^{y} \cdot 100 - 100 \tag{7.10}$$

– ritmul cu bază mobilă:

$$R_{t/t-1}^{y} = \frac{\Delta_{t/t-1}^{y}}{y_{t-1}} \cdot 100 = I_{t/t-1}^{y} \cdot 100 - 100 \tag{7.11}$$

- **Valoarea absolută a unui procent de creştere (scădere)** arată câte unități fizice sau valorice revin la 1% de creştere sau de scădere din ritmul sporului şi se determină comparând modificările absolute cu ritmul modificărilor relative.

$$A_{t/t'}^{y} = \frac{\Delta_{t/t'}^{y}}{R_{t/t'}^{y} \cdot 100} = \frac{\Delta_{t/t'}^{y}}{\frac{\Delta_{t/t'}^{y}}{y_{t'}}} \cdot 100 = \frac{y_{t'}}{100} \tag{7.12}$$

– valoarea absolută cu bază fixă:

$$A_{t/0}^{y} = \frac{\Delta_{t/0}^{y}}{R_{t/0}^{y} \cdot 100} = \frac{y_0}{100} \tag{7.13}$$

– valoarea absolută cu bază mobilă:

$$A_{t/t-1}^{y} = \frac{\Delta_{t/t-1}^{y}}{R_{t/t-1}^{y} \cdot 100} = \frac{y_{t-1}}{100} \qquad (7.14)$$

OBSERVAȚIE!

• Raționamentul determinării valorii absolute a unui procent de creştere are la bază repartizarea uniformă a modificării absolute pe procentele ritmului de modificare relativă. Din această cauză, el exprimă câte unități de măsură revin unei creşteri de un procent.

• O problemă importantă pentru calculul indicatorilor absoluți şi relativi, reprezintă alegerea bazei de comparație. Cu cât baza de comparație este mai bine aleasă, cu atât se sesizează mai bine regularitatea mişcării în timp a fenomenului analizat.

3. ***Indicatorii medii ai SCR***

Indicatorii medii ai SCR se referă la aceleaşi aspecte ca şi indicatorii descrişi anterior (nivel, spor, proporție), dar exprimarea sub formă de medie, presupune luarea în considerare a întregului interval la care se referă SCR.

- **Nivelul mediu al termenilor dintr-o SCR.** Calculul acestui indicator se justifică numai dacă termenii SCR sunt omogeni în orizontul de timp analizat.

Nivelul mediu se calculează diferențiat pentru SCR de intervale (flux) şi pentru SCR de momente (de stoc):

- **Pentru SCR de intervale** (termenii fiind însumabili) nivelul mediu se calculează cu ajutorul mediei aritmetice simple:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{T}, \quad \text{unde } t = \overline{1,T} \qquad (7.15)$$

- **Pentru SCR de momente** (de stoc) nivelul mediu se calculează diferit în funcție de felul momentelor:
  1. Media cronologică simplă (dacă momentele sunt echidistante):

$$\bar{y}_{CR} = \frac{\frac{y_1}{2} + y_2 \cdot + \ldots + y_{t-1} + \frac{y_T}{2}}{T-1} \qquad (7.16)$$

2. Media cronologică ponderată (dacă momentele sunt inegal distanțate):

$$\overline{y}_{CR} = \frac{y_1 \cdot \frac{t_1}{2} + y_2 \cdot \frac{t_1 + t_2}{2} + ... + y_n \cdot \frac{t_{n-1}}{2}}{\frac{t_1}{2} + \frac{t_1 + t_2}{2} + ... + \frac{t_{n-1}}{2}} \qquad (7.17)$$

unde: n = numărul termenilor analizați.

EXEMPLUL 1: Calculul mediei cronologice simple, când momentele sunt echidistante. Presupunând că stocul de marfă existent în semestrul I/2003 la o firmă se prezintă astfel:

Tabelul 7.1

Data	1 I	1 II	1 III	1 IV	1 V	1 VI	1 VII
Stocul	500	450	520	490	470	540	600

$$\overline{y}_{CR} = \frac{\frac{500}{2} + 450 + 520 + 490 + 470 + 540 + \frac{600}{2}}{7-1} = 503{,}3 \text{ lei/an}$$

EXEMPLUL 2: Calculul mediei cronologice ponderate când momentele sunt inegal distanțate va fi:

Tabelul 7.2

Data	1.01.03	28.02.03	15.04.03	01.06.03	01.07.03
Stocul	500	520	480	540	600

Timpii vor fi: $t_1 = 58$; $t_2 = 46$; $t_3 = 47$; $t_4 = 30$.

$$\overline{y}_{CR} = \frac{500\frac{58}{2} + 520\frac{58+46}{2} + 480\frac{46+47}{2} + 540\frac{47+30}{2} + 600\frac{30}{2}}{\frac{58}{2} + \frac{58+46}{2} + \frac{46+47}{2} + \frac{47+30}{2} + \frac{30}{2}} = 517{,}4 \text{ lei/an}$$

- **Modificarea medie absolută ($\overline{\Delta}$)** este media aritmetică a modificărilor absolute de la o perioadă la alta în succesiunea lor de-a lungul intervalului de timp analizat şi se numeşte **spor mediu** sau scădere medie.

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum \Delta^{y}_{t/t-1}}{T-1} = \frac{\Delta^{y}_{T/1}}{T-1} \tag{7.18}$$

unde: T-1 este numărul modificărilor absolute cu bază mobilă.

OBSERVAȚIE! Reprezentativitatea modificării medii absolute este asigurată numai dacă modificările absolute au bază mobilă, sunt omogene (aproximativ egale). Condiția variației minime a modificărilor absolute cu bază mobilă trebuie cu atât mai mult respectată cu cât modificarea medie absolută se calculează şi pe baza relației dintre primul şi ultimul termen SCR, fără să se ia în considerație termenii intermediari.

• **Indicele mediu de dinamică (** $\overline{I}$ **)** de creştere (scădere) arată de câte ori s-ar modifica în medie fenomenul analizat pe toată perioada, dacă ar fi influențat numai de cauze sistematice. Se calculează ca o medie geometrică a indicilor de dinamică cu bază în lanț:

$$\overline{I} = \sqrt[T-1]{\prod_{t=2}^{T} I^{y}_{t/t-1}} = \sqrt[T-1]{\frac{y_T}{y_1}} = \sqrt[T-1]{I^{y}_{T/1}} \tag{7.19}$$

unde: T-1 este numărul de indici de dinamică cu bază mobilă.

OBSERVAȚIE! Nivelul indicelui mediu de dinamică calculat este reprezentativ pentru evoluția fenomenului prezentat în cadrul SCR, numai dacă indicii de dinamică cu bază mobilă sunt aproximativ egali.

Această cerință este importantă pentru că indicele mediu de dinamică se poate calcula şi în funcție de termenii extremi ai SCR, fără să ia în considerare termenii intermediari.

• **Ritmul mediu al dinamicii (** $\overline{R}$ **)** sau rata medie de creştere sau descreştere – exprimă cu câte procente fenomenul analizat s-a modificat, în medie, de la un interval de timp la altul. El se calculează pe baza indicelui mediu al dinamicii, după relația:

$$\overline{R} = \overline{I} \cdot 100 - 100 \tag{7.20}$$

OBSERVAȚIE! Sistemul de indicatori ai SCR oferă informații sintetice şi analitice despre evoluția unui fenomen de masă într-un orizont de timp.

Cu toate acestea ei nu permit evaluarea componentelor determinate de influența factorilor specifici şi generali care acționează în sub-perioadele orizontului de timp al SCR.

EXEMPLU: Producția de antibiotice a unei firme în perioada 1998-2002 se prezintă astfel:

Tabelul 7.3

Anii	Indicatori absoluți			Indicatori relativi				
	Producția	Modificarea absolută		Indicele de dinamică		Ritmul sporului		Valoarea absolută a unui% de creştere
	y_t	$\Delta^y_{t/}$	$\Delta^y_{t/t-1}$	$I^y_{t/1}$	$I^y_{t/t-1}$	$R^y_{t/1}$	$R^y_{t/t-1}$	$A_{t/t-1}$
1998	500	-	-	100	-	-	-	-
1999	480	-20	-20	96	96	-4	-4	5
2000	510	10	30	102	106,25	2	6,25	4,8
2001	540	40	30	108	105,88	8	5,88	5,1
2002	580	80	40	106	107,4	16	7,44	5,4
Total	2610 $\sum y_t$		80 $\sum \Delta^y_{t/t-1}$					

Pentru valoarea absolută a unui% de creştere cu bază fixă se calculează indicatorul: $A_{t/1} = \frac{y_1}{100} = \frac{500}{100} = 5$

Indicatorii medii:

1.Valoarea medie a producției în perioada 1998-2002 – nivelul mediu:

$$\bar{y} = \frac{\sum y_t}{T} = \frac{2610}{5} = 522 \text{ lei /an}$$

2. Modificarea medie absolută:

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum \Delta^{y}_{t/t-1}}{T-1} = \frac{\Delta^{y}_{T/1}}{T-1} = \frac{y_T - y_1}{T-1} = \frac{580-500}{5-1} = \frac{80}{4} = 20 \text{ lei/an}$$

3. Indicele mediu de dinamică:

$$\overline{I} = \sqrt[T-1]{\prod_{t=2}^{T} I^{y}_{t/t-1}} = \sqrt[T-1]{I^{y}_{T/1}} = \sqrt[T-1]{\frac{y_T}{y_1}} = \sqrt[4]{\frac{580}{500}} = 1{,}0378 \text{ sau } 103{,}78\%,$$

rezultă că producția de antibiotice a crescut în medie de 1,0378 ori în perioada 1998-2002.

OBSERVAȚIE!

Dacă: – $\overline{I}$ < 100% indicele semnalizează scăderea sau reducerea fenomenului analizat;

– $\overline{I}$ = 100% indicele arată că fenomenul cercetat nu prezintă evoluție, ci staționează;

– $\overline{I}$ > 100% indicele arată creşterea fenomenului; cu cât este mai mare față de pragul de 100%, cu atât creşterea este mai apreciabilă.

4. Ritmul sporului (scăderii):

$$\overline{R} = \overline{I} \cdot 100 - 100 = 103{,}78 - 100 = 3{,}78\%$$

Ritmul mediu ne arată că producția de antibiotice a crescut cu 3,78% pe an.

7.3. **Analiza statistică a componentelor SCR**

Studiul fenomenelor de masă, realizat cu ajutorul statisticii, ne arată că într-o SCR de lungime suficient de mare pot fi identificate mai multe tipuri de componente. Astfel, W. M. Pearson (1919) descompune SCR în patru componente: tendențială, ciclică, sezonieră şi accidentală (ca în figura 7.1).

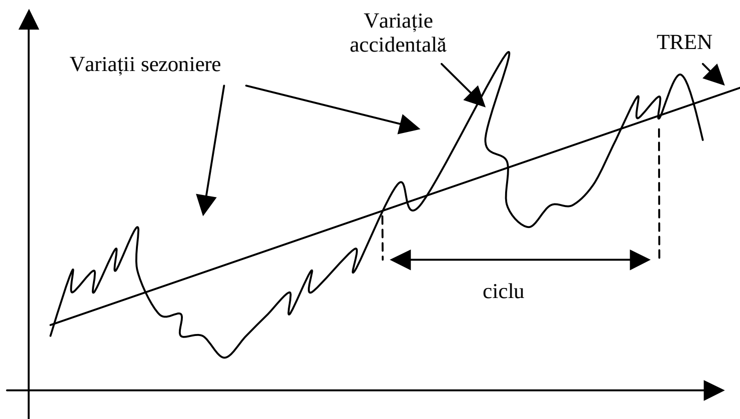


Figura 7.1. *Componentele unei serii cronologice*
Sursa: Jaba E., *Statistică*, Editura Economică, Bucureşti, 2000.

7.3.1. *Componentele unei serii cronologice*

1. **Componenta Trend (tendențială) –** sintetizează variațiile sistematice, lente (10-15 ani), şi semnifică tendința generală manifestată de fenomenul analizat pe întreg orizontul SCR. Mărimea componentei trend este determinată de influența factorilor esențiali, care acționează în întreaga perioadă, sintetizând aspectul variației medii al fenomenului cercetat.

Estimarea tendinței centrale sau ajustarea trendului se efectuează prin diferite metode, corespunzătoare formei manifestate de acesta: liniar, parabolic, exponențial, hiperbolic etc.

2. **Oscilații sau variații periodice sistematic repetabile**. În funcție de natura factorilor de influență care determină aceste oscilații, de mărimea perioadelor la care se manifestă repetabilitatea acestora, putem identifica variații (oscilații) ciclice sau sezoniere.

Oscilațiile ciclice sunt fluctuații în jurul trendului (de tip sinusoidal) ce au un caracter regulat, desfăşurându-se pe perioade lungi de timp.

Un ciclu cuprinde patru faze: expansiune, criză, recesiune, relansare.

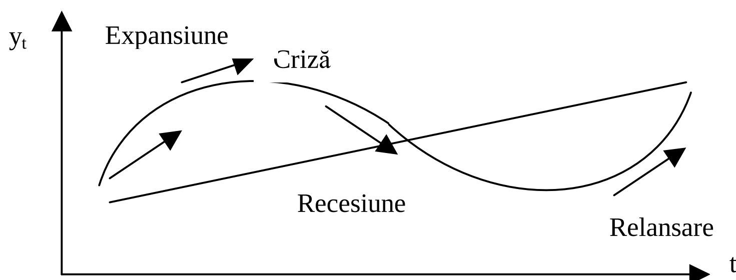


Figura 7.2. *Fazele unui ciclu*

Sursa: Jaba E., *Statistică*, Editura Economică, Bucureşti, 2000.

Ciclicitatea este determinată de factori de natură diversă care acționează asupra fenomenului analizat. Oscilațiile ciclice se pot datora unor cauze naturale, ca de exemplu oscilațiile producției agricole determinate de ciclurile meteorologice.

Tot din această categorie fac parte şi ciclurile economice (conjuncturale), provocate de periodicitatea succesiunii diferitelor procese economice (înnoirea aparatului de producție, revoluțiile sociale, războaie etc.). Aceşti factori generează, alături de ciclurile economice conjuncturale, cicluri lungi, numite macrocicluri ale dezvoltării economico-sociale.

Oscilațiile sezoniere se repetă ritmic în termene scurte, fie în jurul componentei ciclice, fie în jurul trendului. Ele sunt sesizabile numai dacă termenii SCR se referă la unități de timp mai scurte decât anul (luna, trimestrul etc.). Aceste oscilații se pot produce:

- sub influența unor factori natural-climaterici (producția agricolă, producția de construcții etc.);
- sub influența unor factori cu caracter social (concedii, sărbători, tradiții etc.);

şi afectează volumul şi structura circulației mărfurilor, activitatea de turism etc.

Astfel, dacă datele sunt:

- trimestriale: $S_t = S_{t+4}$ (7.21)
- lunare: $S_t = S_{t+12}$ (7.22)

În general, pentru o periodicitate „p" avem:

$S_t = S_{t+p} = S_{t+2p} = ...$

OBSERVAȚIE! Cunoaşterea componentei sezoniere prezintă importanță pentru planificare, pentru fundamentarea deciziilor.

3. **Variații reziduale,** accidentele față de trend. Ele sunt determinate de factori întâmplători, neprevăzuți (crize internaționale, greve, revoluții, cutremure, inundații etc.). Variațiile accidentale se manifestă sub forma unor abateri mari, imprevizibile, de la ceea ce este sistematic în evoluția fenomenului analizat.

OBSERVAȚII!

- În cadrul aceleaşi SCR de lungime mare, componentele prezentate sunt combinate aditiv, multiplicativ sau mixt.
- Pentru că influența tuturor factorilor se manifestă simultan, în formarea termenilor SCR separarea componentelor se face pe baza unor ipoteze simplificatoare, a unor abstractizări. Nu există o metodă de separare ideală a componentelor unei SCR.

7.3.2. *Metode de determinare a trendului*

Analiza SCR începe cu determinarea trendului, estimarea tendinței generale în evoluția unui fenomen $\left(\hat{y}_t,\ t=\overline{1,T}\right)$. Pentru ca trendul să reflecte dezvoltarea medie a unui fenomen trebuie eliminate oscilațiile sezoniere, ciclice, accidentale şi înlocuiți termenii reali $\left(y_t,\ t=\overline{1,T}\right)$ cu termenii teoretici $\left(\hat{y}_t,\ t=\overline{1,T}\right)$ care exprimă trendul. Estimarea tendinței generale, aflarea termenilor $\hat{y}_t$ se realizează prin operații de ajustare a SCR. Ajustarea se efectuează prin metode mecanice şi prin metode analitice.

7.3.3. *Metode mecanice de ajustare a SCR*

1. ***Metoda mediilor mobile (MMM)***, ca metodă de ajustare, se foloseşte pentru SCR ce au un aspect de regularitate ciclică. Aceasta presupune înlocuirea termenilor reali ai SCR cu mediile lor mobile (glisante sau alunecătoare), ceea ce înlătură influența factorilor care provoacă oscilații periodice (are loc compensarea abaterilor față de medie) şi determină obținerea unei noi serii SCR care evidențiază mişcarea largă, continuă din evoluția fenomenului analizat.

Mediile mobile (MM) sunt medii aritmetice parțiale calculate dintr-un număr prestabilit de termeni succesivi ai SCR.

Numărul termenilor din care se calculează MM este stabilit în funcție de periodicitatea oscilațiilor din SCR.

Cu cât este mai mare numărul de termeni din care se calculează MM, cu atât ajustarea este mai pronunțată, cu atât este mai lin graficul obținut prin unirea mediilor mobile succesive.

- **Cazul când MM se calculează dintr-un număr impar de termeni** (exemplu p=3)

Procedura de aflare a termenilor care estimează trendul este următoarea:

– se calculează prima medie mobilă din primii 3 termeni (y_1, y_2, y_3) care va înlocui termenul y_2;

– se calculează a 2-a medie mobilă din (y_2, y_3, y_4) care va înlocui termenul y_3 ş.a.m.d. (vezi tabelul 7.4).

Tabelul 7.4

t_i	y_i	Medii mobile (MM)	Valori ajustate
1	y_1	-	
2	y_2	$\overline{y_1} = (y_1 + y_2 + y_3)/3$	$= \hat{y}_1$
3	y_3	$\overline{y_2} = (y_2 + y_3 + y_4)/3$	$= \hat{y}_2$
4	y_4	$\overline{y_3} = (y_3 + y_4 + y_5)/3$	$= \hat{y}_3$
5	y_5	$\overline{y_4} = (y_4 + y_5 + y_6)/3$	$= \hat{y}_4$
6	y_6		

OBSERVAȚII!

- Pentru acest caz, numărul mediilor mobile calculate este T – (p-1); în exemplul dat 6–(3-1)=4; astfel, fiecare medie mobilă se va plasa în dreptul termenului ce corespunde cu poziția termenului centrat.
- Valorile ajustate coincid cu numărul mediilor mobile calculate.
- Trendul obținut, reprezentat prin noul şir de valori $\hat{y}_t$, prezintă o evoluție lină, puțin afectată de şocuri accidentale.

• **Cazul când MM se calculează dintr-un număr par de termeni (p=4)**

Procedura de determinare a trendului este următoarea:

– se calculează MM provizorii ($\overline{y_t}$), care se plasează între termenii reali ai seriei;

– se calculează MM finale sau centrate ($\overline{\overline{y_t}}$), care se plasează în dreptul termenilor reali ai seriei, pe care îi vor înlocui şi cu care se face ajustarea termenilor seriei iniţiale (vezi tabelul 7.5).

Tabelul 7.5

t_i	y_i	Medii mobile (MM)	Valori ajustate
1	y_1	-	
2	y_2	$\overline{y_1} = (y_1 + y_2 + y_3 + y_4)/4$	
3	y_3	$\overline{y_2} = (y_2 + y_3 + y_4 + y_5)/4$	$\overline{\overline{y}}_1 = \left(\overline{y_1} + \overline{y_2}\right) = \hat{y}_1$
4	y_4	$\overline{y_3} = (y_3 + y_4 + y_5 + y_6)/4$	$\overline{\overline{y}}_2 = \left(\overline{y_2} + \overline{y_3}\right) = \hat{y}_2$
5	y_5		
6	y_6		

OBSERVAŢII!

• În această ajustare se obţin un număr de T – (p – 1) termeni (*EXEMPLU*: T – (p – 1) = 6 – (4 – 1) = 3) medii mobile provizorii şi T – p (*EXEMPLU*: T – p = 6 – 4 = 2) medii mobile finale; dar se pierd un număr de p = 4 termeni de la începutul şi sfârşitul seriei, ceea ce ar fi un dezavantaj.

• prezintă însă avantajul simplităţii calculelor, precum şi cel al posibilităţii de separare operativă a tendinţei de fluctuaţiile sezoniere sau de abaterile accidentale de mică amploare.

EXEMPLU: Despre vânzarea de mărfuri de către o firmă în perioada 2000-2002 se cunosc următoarele date:

Tabelul 7.6

Anul	Trim.	Valoarea vânzărilor y_t	MM provizorii p = 4 $\overline{y_i}$	MM finale $\overline{\overline{y_t}} = \hat{y}_t$
2000	I	25	-	-
	II	30	29,75	-
	III	29	31	30,375
	IV	35	31,25	31,125
2001	I	30	31,75	31,5
	II	31	32	31,875
	III	31	31,75	31,875
	IV	36	33,5	32,625
2003	I	29	35,75	34,625
	II	38	39	37,375
	III	40	-	-
	IV	49	-	-

Calculul MM provizorii:

$$\overline{y_1} = \frac{25+30+29+35}{4} = 29,75$$

$$\overline{y_2} = \frac{30+29+35+30}{4} = 31$$

$$\overline{y_3} = \frac{29+35+30+31}{4} = 31,25 \text{ ş.a.m.d.}$$

Calculul MM finale:

$$\overline{\overline{y_1}} = \frac{\overline{y_1}+\overline{y_2}}{2} = \frac{29,75+31}{2} = 30,75 = \hat{y}_1$$

$$\overline{\overline{y_2}} = \frac{\overline{y_2}+\overline{y_3}}{2} = \frac{31+31,25}{2} = 31,125 = \hat{y}_2 \text{ ş.a.m.d.}$$

Tabelul final va arăta astfel:

Tabelul 7.7

Anul/Trim.	I	II	III	IV
2000	-	-	30,375	31,125
2001	31,5	31,875	31,875	32,625
2002	34,625	37,375	-	-

2. ***Metoda grafică de ajustare a trendului***

Metoda grafică presupune reprezentarea grafică a seriei de date empirice, urmată de trasarea vizuală a dreptei sau curbei, astfel încât să aibă abateri minime faţă de poziţia valorilor reale în grafic.

Această ajustare vizuală se bazează pe ipoteza că acţiunea tuturor cauzelor ar fi fost constantă pe toată perioada, imprimând tuturor termenilor aceeaşi formă de creştere absolută sau relativă şi care poate fi interpretată pe baza liniei (curbei) valorilor reale luate în funcţie de timp.

Graficul folosit pentru reprezentarea unei SCR este cronograma, care se bazează pe sistemul de axe rectangulare, în care timpul este reprezentat pe Ox, iar y_t pe Oy (grafic prezentat în paragraful 2.3.3. *Grafice statistice*).

Metoda grafică este o metodă independentă de ajustare, cât şi un instrument de identificare a funcţiei analitice care estimează tendinţa generală din evoluţia fenomenului.

3. ***Metoda modificării absolute medii (metoda sporului mediu – MSM)***

MSM este recomandată atunci când modificările absolute cu bază mobilă sunt aproximativ egale sau când şirul termenilor SCR se aseamănă cu o progresie aritmetică (cu raţia egală, cu modificarea absolută medie).

Dacă se consideră timpul dintre cei doi termeni extremi ca o variabilă statistică (t_1, t_2,…t_n) şi notăm termenii ajustaţi $\hat{y}_t$, relaţia care stă la baza ajustării prin procedeul modificării medii absolute va fi:

$$\hat{y}_t = y_0 + t\overline{\Delta}, \text{ unde } t = \overline{1,T} \qquad (7.23)$$

- y_0 reprezintă termenul de luat ca bază de comparaţie;
- t reprezintă variabila de timp (poziţie pe care o are termenul respectiv faţă de cel ales bază de comparaţie).

OBSERVAȚII!

- Primul ($\hat{y}_1$) şi ultimul ($\hat{y}_T$) termen ajustat este identic cu primul (y_1) şi ultimul (y_T) termen real al seriei.
- Baza de ajustare este, de regulă, primul termen al seriei (t=1). După natura, lungimea SCR, baza de ajustare poate fi oricare termen din cadrul seriei, cu condiția ca el să fie cel mai apropiat de linia care uneşte punctele extreme ale SCR.

EXEMPLU: Despre un fenomen y_T se cunosc următoarele date (tabelul 7.8):

Tabelul 7.8

Anii	y_t	Variabila timp t	MSM	MIM
			$\hat{y}_t = y_0 + t\overline{\Delta}$	$\hat{y}_t = y_0 \cdot \overline{I}^t$
1994	40	0	40+0*2,5=40	$40*(1,052)^0=40$
1995	42	1	40+1*2,5=42,5	$40*(1,052)^1=42,08$
1996	44	2	40+2*2,5=45	$40*(1,052)^2=44,268$
1997	46	3	40+3*2,5=47,5	$40*(1,052)^3=46,568$
1998	47	4	40+4*2,5=50	$40*(1,052)^4=48,988$
1999	50	5	40+5*2,5=52,5	$40*(1,052)^5=51,536$
2000	52	6	40+6*2,5=55	$40*(1,052)^6=54,204$
2001	57	7	40+7*2,5=57,5	$40*(1,052)^7=57,036$
2002	60	8	40+8*2,5=60	$40*(1,052)^8=60$
Total	438			

Sursa: date convenționale

Calculăm sporul mediu absolut:

$$\overline{\Delta} = \frac{\sum \Delta_{t/t-1}}{T-1} = \frac{\Delta_{T/1}}{T-1} = \frac{y_T - y_1}{T-1} = \frac{60-40}{80} = 2,5$$

Bază de ajustare este ales primul termen $y_0 = 40$.

4. ***Metoda indicelui mediu de dinamică (MIM)***

MIM este recomandat pentru estimarea tendinței centrale din evoluția fenomenului studiat dacă indicii de dinamică cu bază mobilă sunt aproximativ egali, sau dacă şirul termenilor SCR au tendința de creştere de forma unei progresii geometrice (cu rația egală cu indicele mediu de dinamică).

Funcția de ajustare se bazează pe relația dintre primul termen, ultimul termen şi indicii dinamici cu baza în lanț. În virtutea proprietății determinante a mediei, fiecare indice cu baza în lanț se înlocuieşte cu indicele mediu şi rezultă:

$$\hat{y}_t = y_0 \cdot \bar{I}^t \tag{7.24}$$

OBSERVAȚII!

- Primul ($\hat{y}_1$) şi ultimul ($\hat{y}_T$) termen ajustați sunt egali cu primul (y_1) şi ultimul (y_T) termen real al SCR.
- Observația cu privire la baza de ajustare făcută MSM este valabilă şi pentru MIM.
- Dacă pe grafic se trasează linia care uneşte punctele extreme, prin punctele care reprezintă valorile ajustate se obține tendința generală de evoluție sub forma unei curbe exponențiale.

EXEMPLU: Pe baza datelor din tabelul 7.8, calculăm indicele mediu de dinamică ($\bar{I}$):

$$\bar{I} = \sqrt[T-1]{\prod_{t=2}^{T} I^{y}_{t/t-1}} = \sqrt[T-1]{\frac{y_T}{y_1}} = \sqrt[4]{\frac{60}{40}} = 1{,}052$$

unde: termenul bază de ajustare este y_0=40.

OBSERVAȚIE! În afară de metoda mediilor mobile, celelalte metode, metoda indicelui mediu de dinamică şi metoda sporului mediu, se bazează în determinarea trendului ajustat numai pe primul şi ultimul termen al SCR. Din această cauză, ele au un caracter „mecanic”, dar pot oferi informații utile despre tendința de evoluție a unui fenomen în măsura în care condiția de omogenitate a termenilor SCR este satisfăcută.

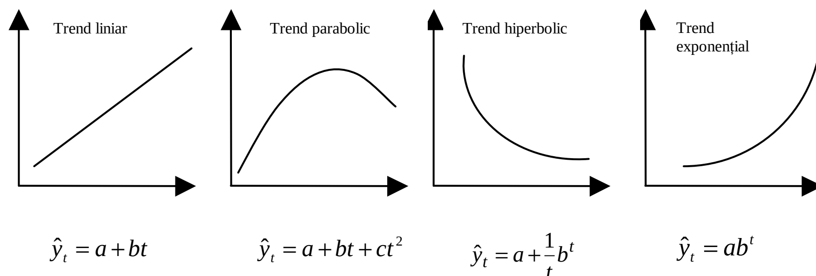
7.3.4. *Metode analitice de determinare a trendului*

Metodele analitice sunt considerate, în general, de mare performanță în comparație cu cele mecanice, pentru că determinarea tendinței generale se bazează pe toți termenii seriei SCR.

Metodele analitice se bazează pe funcții matematice $\hat{y}_t = f(t)$, numite şi *funcții de ajustare a trendului, de estimare a tendinței centrale*, unde *t* reprezintă *variabila de timp*, iar *y variația în timp*.

Evoluția unei SCR depinde de influența ansamblului de factori generali şi specifici ce acționează pe o scară de timp. **În metodele analitice, variabila timp este luată în considerare nu ca factor de influență, ci este utilizată numai pentru ordonarea termenilor SCR.**

Tendința de evoluție a fenomenelor social-economice se aproximează pe baza reprezentărilor grafice ale SCR (cronograma) şi a altor criterii, printr-o funcție de ajustare, exprimată de funcții matematice uzuale (parabolă de gradul I sau II, hiperbola, exponențială, liniară etc.) (vezi figura 7.3).



$\hat{y}_t = a + bt$ $\quad \hat{y}_t = a + bt + ct^2$ $\quad \hat{y}_t = a + \frac{1}{t}b^t$ $\quad \hat{y}_t = ab^t$

Figura 7.3. *Funcții de ajustare a termenilor unei SCR*

OBSERVAȚII!

- Funcția liniară $\hat{y}_t = a + bt$ îşi găseşte o largă aplicabilitate în economie, datorită calculelor mai simple pe care le presupune, dar şi pentru faptul că în intervale scurte sau medii, evoluția multor fenomene poate fi aproximată printr-o dreaptă.
- În domeniul comerțului exterior, al turismului, însă evoluțiile pot fi de tip exponențial $\hat{y}_t = ab^t$.
- În comerțul interior, procesul de saturare a pieței poate face ca vânzările pentru unele produse să înregistreze creşteri din ce în ce mai mici, ceea ce sugerează alegerea funcției semilogaritmice

$\hat{y}_t = a + b \cdot \log t$ sau a parabolei $\hat{y}_t = a + bt + ct^2$ în vederea descrierii tendinței.

După alegerea funcției de ajustare, în baza criteriilor prezentate, este necesară estimarea parametrilor. Estimarea parametrilor funcției de regresie se poate efectua prin mai multe metode, dar cea mai folosită este metoda celor mai mici pătrate (MCMMP). Această metoda are ca funcție obiectiv minimizarea sumei pătratelor abaterilor valorilor ajustate (de trend) de la termenii reali:

$$\min \sum_{t} \left(y_t - \hat{y}_t \right)^2 \text{ unde: } t = \overline{1, T}$$

Trendul liniar

În cazul funcției liniare, această condiție devine:

$$\sum \left[y_t - (a + bt) \right]^2 = \min$$

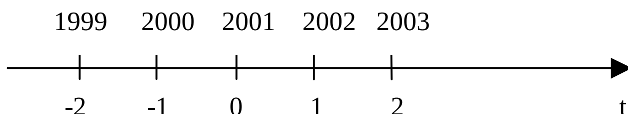
În scopul determinării celor doi parametrii *a* şi *b*, scriem sistemul de ecuații normale, care măsoară legătura liniară dintre variabila independentă *a* şi variabila dependentă *y* (lucru prezentat în capitolul 6. *Analiza de regresie şi corelație*). Înlocuind pe *x* cu *t*, obținem:

$$\begin{cases} Ta + b\sum t = \sum y \\ a\sum t + b\sum t^2 = \sum ty \end{cases} \qquad (7.25)$$

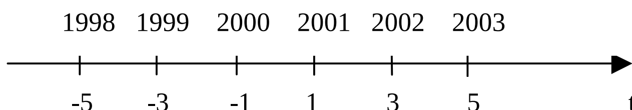
Deoarece timpul este o variabilă care se măsoară cu ajutorul scalei de interval, punctul de origine (t=0) al scalei şi unitatea de măsură a variabilei timp t se aleg în mod convenabil. Pentru rezolvarea sistemului de ecuații dedus prin MCMMP se poate apela la o simplificare importantă: se stabilesc valorile variabilei t, astfel încât $\sum t = 0$ (care anihilează influența timpului). Această simplificare poate fi efectuată în felul următor:

– dacă SCR este formată dintr-un număr impar de termeni, ca origine (t = 0) se ia termenul median, restul termenilor sunt plasați simetric față de origine:

1999 2000 2001 2002 2003



– dacă SCR este formată dintr-un număr par de termeni, originea (t = 0), se ia între termenii centrați (-1, 1), iar apoi restul termenilor sunt plasați simetric față de origine la distanțe egale (la distanță de 2 unități pentru valori întregi).



Pentru $\sum t = 0$, sistemul de ecuații normale prezentat devine:

$$\begin{cases} Ta = \sum y \\ b\sum t^2 = \sum ty \end{cases} \quad \text{de unde:} \quad \begin{cases} a = (\sum y)/T \\ b = (\sum ty)/\sum t^2 \end{cases}$$

unde: a = media variabilei y_t, fiind chiar media aritmetică a termenilor $\bar{y}$;

b = panta dreptei, care arată cu cât se modifică în medie fenomenul studiat, la modificarea cu o unitate de timp (an, trimestru etc.)

EXEMPLU: Reluăm exemplul prezentat în tabelul 7.8:

Anii	y_t	t	t^2	t · y	$\hat{y}_t = a + bt$
1994	40	-4	16	-160	48,67+2,42 · (-4) =38,99
1995	42	-3	9	-126	48,67+2,42 · (-3) =41,41
1996	44	-2	4	-88	48,67+2,42 · (-2) =43,83
1997	46	-1	1	-46	48,67+2,42 · (-1) =46,25
1998	47	0	0	0	48,67+2,42 · (0) =48,67
1999	50	1	1	50	48,67+2,42 · (1) =51,09
2000	52	2	4	104	48,67+2,42 · (2) =53,51
2001	57	3	9	171	48,67+2,42 · (3) =55,93
2002	60	4	16	240	48,67+2,42 · (4) =58,35
Total	438		60	145	

Calcularea parametrilor:

$$\begin{cases} Ta = \sum y \\ b\sum t^2 = \sum ty \end{cases}$$

de unde: $a = \frac{\sum y}{T} = \frac{438}{9} = 48{,}67$, $b = \frac{\sum t \cdot y}{\sum t^2} = \frac{145}{60} = 2{,}42$.

Am arătat aplicarea acestei metode; interpretarea metodelor mecanice MSM şi MIM, cât şi a metodei analitice le vom face în paragraful 7.3.5. *Analiza calității estimării tendinței generale de evoluție a unui fenomen* (tabelul 7.9).

Atunci, când modificările cu bază în lanț alcătuiesc aproximativ o linie dreaptă şi accelerația evoluției (diferențele absolute de ordinul 2) sunt aproximativ constante, se recomandă ca model de ajustare parabola de gradul 2: $\hat{y}_t = a + bt + ct^2$.

Astfel **trendul parabolic** va fi prezentat în următorul sistem de ecuații:

$$\begin{cases} Ta + b\sum t + c\sum t^2 = \sum y_t \\ a\sum t + b\sum t^2 + c\sum t^3 = \sum t \cdot y_t \\ a\sum t^2 + b\sum t^3 + c\sum t^4 = \sum t^2 \cdot y_t, \text{ în care } \sum t \text{ şi } \sum t^3 = 0 \end{cases}$$

Sistemul devine:

$$\begin{cases} Ta + ct^2 = \sum y_t \\ b\sum t^2 = \sum t \cdot y_t \\ a\sum t^2 + c\sum t^4 = \sum t^2 \cdot y_t \end{cases} \rightarrow a, b, c$$

Dacă se poate admite că termenii seriei cresc în progresie geometrică, adică prezintă creşteri relative aproximativ constante, atunci ca model de ajustare se utilizează curba exponențială: $\hat{y}_t = ab^t$, în care b este aproximativ egal cu indicele mediu ($\bar{I}$).

Trendul exponențial se transformă într-o funcție liniară de logaritmi: $\lg y_t = \lg a + t \cdot \lg b$

Sistemul de ecuații va fi:

$$\begin{cases} T \cdot \lg a + \sum t \cdot \lg b = \sum \lg y_t \\ \sum t \cdot \lg a + \sum t^2 \cdot \lg b = \sum t \cdot \lg y_t \end{cases}$$

dacă considerăm $\sum t = 0$ sistemul devine:

$$\begin{cases} T \cdot \lg a = \sum \lg y_t \\ \sum t^2 \cdot \lg b = \sum t \cdot \lg y_t \end{cases} \rightarrow \lg a \text{ şi } \lg b$$

Curba logistică

Prima formă a acestei curbe a fost propusă de matematicianul P.F. Verhult (1845) pentru utilizarea în domeniul biologiei, demografiei şi, mai târziu, în economie.

După autor, acest model este specific fenomenelor cu evoluții neuniforme ce au în prima fază un ritm accelerat, apoi ritmul se încetinește, în final tinzând spre zero. Forma clasică propusă de el este dată de relația[1]:

$$\hat{y}_t = \frac{k_0}{1+e^{a-bt}} \qquad (7.26)$$

În practica economică se folosește o formulă simplificată dată de relația[2]:

$$\frac{1}{\hat{y}_t} = a + bc^t \qquad (7.26.a)$$

Dacă termenii seriei prezintă în prima perioadă de timp o creștere lentă, creștere ce se accelerează apoi până la un punct de inflexiune (punct până la care creșterea este exponențială), de la care ritmul se încetinește tinzând spre o limită (nivel de saturație) care nu mai este depășită în continuare, se utilizează ca model de ajustare curba logistică (funcția logistică) folosită frecvent în studiile de piață.

Astfel, de exemplu, pentru studiul vânzărilor de produse de uz îndelungat această curbă urmează, în timp, o evoluție asemănătoare literei S, care pe etape decurge astfel:

- vânzările cresc lent în perioada imediat următoare lansării produsului pe piață;
- produsul, odată acceptat, face ca vânzările să crească vertiginos;
- după un interval mai mult sau mai puțin îndelungat, pe măsură ce apare fenomenul de saturare a pieței, vânzările înregistrează creșteri tot mai lente;
- această stare poate fi vremelnică, pentru că în continuare putem asista fie la un *declin*, fie la o *evoluție imprevizibilă*, fie la o *fază de relansare*, o evoluție datorată apariției unor elemente noi (ridicarea calității produsului, promovarea vânzărilor) care determină „**escaladarea logisticii**” (figura 7.4).

OBSERVAȚIE! Funcția logistică face posibilă nu numai obținerea tendinței și extrapolarea acesteia, în plus oferă informații cu privire la:

---

[1] Jaba E., *Statistică*, Editura Economică, București, 2000.

[2] Baron T., Bădiță M., Korka M., *Statistica pentru afaceri*, Editura Eficient, București, 1998.

- nivelul limită, exprimat de valoarea parametrului (a) la care are loc sau va avea loc plafonarea evoluției variabilei dacă nu vor interveni noi elemente de relansare a creşterii;
- perioada de timp la care a fost atins, sau va fi atins, punctul de inflexiune al evoluției în condiții normale de desfăşurare.

Estimarea parametrilor funcției logistice poate fi efectuată prin metoda celor mai mici pătrate. Calculele sunt mult mai laborioase decât în cazul funcției liniare, ceea ce face utilă programarea lor pentru prelucrarea electronică.

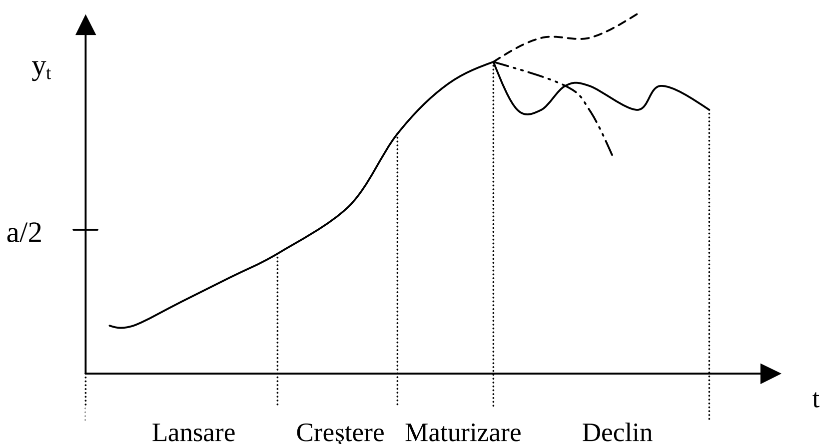


Figura 7.4. *Curba de creştere logistică*

Sursa: Biji E. (coord.), Baron T., *Statistică teoretică şi economică*, Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1991.

7.3.5. *Analiza calității estimării tendinței generale de evoluție a unui fenomen*

Aprecierea calității ajustării prin anumite metode este o problemă de decizie statistică, care presupune utilizarea unor tehnici obiective. Prezentăm câteva din cele mai uzuale tehnici folosite.

1. Se reprezintă în acelaşi grafic seria empirică, cât şi valorile ajustate prin diferite metode, mecanice şi analitice, apoi se alege vizual curba ajustată care se apropie cel mai mult de curba valorilor reale ale

seriei. Reluăm exemplu de la tabelul 7.8 şi pentru cele 3 metode prezentate (MSM, MIM, şi metoda analitică) vom construi graficul (vezi figura 7.5.).

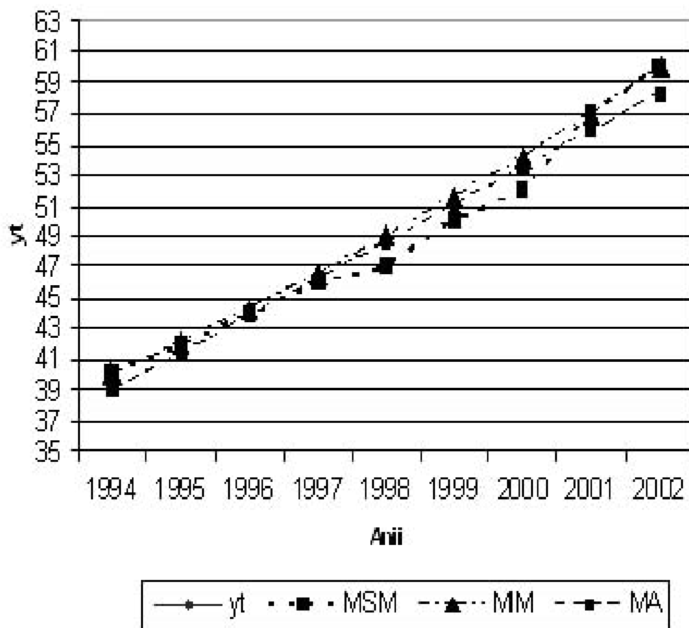


Figura 7.5. *Cronograma comparării grafice a metodelor de estimare a trendului*

Din analiza graficului, putem observa că, dintre metodele mecanice, cea mai corespunzătoare este MIM, iar metoda liniară este o metodă cu termeni ajustaţi foarte apropiaţi de cei reali.

2. Calitatea ajustării se poate aprecia comparând suma valorilor empirice ($\sum y_t$) cu suma valorilor ajustate ($\sum \hat{y}_t$) şi se va alege acea metodă de estimare a tendinţei centrale, care duce la cea mai mare apropiere a sumei valorilor ajustate de suma valorilor empirice. Raţionamentul utilizării acestui criteriu are la bază faptul că suma abaterilor termenilor ajustaţi faţă de termenii reali trebuie să fie nulă.

EXEMPLU: Din exemplul tabelului 7.8 vom avea:

– pentru MSM: $\sum \hat{y}_t = 450$;

– pentru MIM: $\sum \hat{y}_t = 444{,}68$;

– pentru metoda analitică: $\sum \hat{y}_t$ = 438,03;

– suma valorilor empirice: $\sum y_t$= 438.

Concluzia ce rezultă din această comparare este că MIM, ca metodă mecanică, este cea mai potrivită, dar cea mai bună metodă de estimare a trendului este metoda analitică.

3. Se poate folosi MCMMP cu respectarea principiului conform căruia suma pătratelor abaterilor valorilor empirice (y_t) de la cele teoretice ($\hat{y}_t$) este minimă: $\min \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2$.

Reluăm exemplu nostru din tabelul 7.8:

Tabelul 7.9. *Analiza calității estimării trendului prin MSM, MIM şi MA*

Anii	y_t	MSM		MIM		Metoda analitică	
		$\hat{y}_t$	$(y_t - \hat{y}_t)^2$	$\hat{y}_t$	$(y_t - \hat{y}_t)^2$	$\hat{y}_t$	$(y_t - \hat{y}_t)^2$
1994	40	40	0	40	0	38,99	1,02
1995	42	42,5	0,25	42,08	0,0064	41,41	0,35
1996	44	45	1	44,268	0,0718	43,83	0,03
1997	46	47,5	2,25	46,568	0,3226	46,25	0,0625
1998	47	50	9	48,988	3,9521	48,67	2,789
1999	50	52,5	6,25	51,536	2,3592	51,09	1,188
2000	52	55	9	54,204	4,8576	53,51	2,28
2001	57	57,5	0,25	57,036	0,0013	55,93	1,145
2002	60	60	0	60	0	58,35	2,722
Total	438 $\sum y_t$	450 $\sum \hat{y}_t$	28 $\sum (y_t - \hat{y}_t)^2$	444,68 $\sum \hat{y}_t$	11,571 $\sum (y_t - \hat{y}_t)^2$	438,03 $\sum \hat{y}_t$	11,5665 $\sum (y_t - \hat{y}_t)^2$

Concluzia este, la fel ca la punctul 2, că cea mai bună metodă mecanică este MIM (min = 11,571), iar metoda analitică rămâne o metodă foarte bună (min = 11,5665).

4. Criteriul comparării coeficienților de variație (V) calculați pe baza abaterii medii pătratice ($\sigma^2_{y_t/\hat{y}_t}$) față de medie ($\bar{y}$). Cea mai bună metodă de trend este aceea pentru care V = minim.

- abaterea medie pătratică: $\sigma^2_{y_t/\hat{y}_t} = \sqrt{\frac{\sum(y_t - \hat{y}_t)^2}{T}}$
- media: $\bar{y} = \frac{\sum y_t}{T} = \frac{438}{9} = 48{,}67$
- MSM: $\sigma^2_{y_t/\hat{y}_t} = \sqrt{\frac{28}{9}} = 1{,}76 \rightarrow V = \frac{1{,}76}{48{,}67} \cdot 100 = 3{,}62\%$
- MIM: $\sigma^2_{y_t/\hat{y}_t} = \sqrt{\frac{11{,}571}{9}} = 1{,}134 \rightarrow V = \frac{1{,}134}{48{,}67} \cdot 100 = 2{,}329\%$
- Metoda analitică:

$$\sigma^2_{y_t/\hat{y}_t} = \sqrt{\frac{11{,}5665}{9}} = 1{,}135 \rightarrow V = \frac{1{,}135}{48{,}67} \cdot 100 = 2{,}33\%$$

Concluzia: V_{min} = 2,329% pentru MIM
V_{min} = 2,33% pentru metoda analitică.

7.4. **Previzionarea indicatorilor economici prin extrapolare**

SCR stau la baza cunoaşterii fenomenelor social-economice pe diferite perioade de timp, dar sunt utilizate şi în calculele de prognoză. Noțiunea de **prognoză** este similară cu cea de **extrapolare.**

Extrapolarea (previzionarea) pe baza datelor SCR implică operația de stabilire a unor termeni viitori, situați în afara orizontului de analiză. Astfel, extrapolarea presupune stabilirea unui model de analiză y_t = f(t) şi introducerea în model a valorii convenționale a variabilei timp, corespunzătoare momentului pentru care se efectuează extrapolarea.

O asemenea extrapolare se numeşte **tendențială** şi presupune următoarele:

1) condițiile de manifestare ale evoluției fenomenului analizat în orizontul SCR să se mențină neschimbate şi în orizontul de prognoză adoptat $t' = T+1, T+k$, unde k = orizont de prognoză; k >1; k $\in$ N;

2) lungimea SCR trebuie să fie suficient de mare, pentru a se sesiza regularitatea mişcării în timp a fenomenului analizat. Astfel, teoreticienii recomandă, pentru elaborarea unor variante de prognoză prin extrapolare, ca lungimea SCR analizată să fie mai mare de 10 ani;

3) **„ciclicitatea”** variantei de prognoză elaborată prin extrapolare depinde nu numai de orizontul SCR, ci şi de orizontul de prognoză adoptat. Pentru a respecta condiția de la punctul 1), varianta de prognoză nu trebuie să fie prea mare. Practicienii recomandă să se utilizeze un orizont de prognoză care să nu depăşească o treime din lungimea orizontului pentru care s-a determinat tendința generală. În funcție de modelul adoptat şi de lungimea orizontului de prognoză, extrapolarea este însoțită de o eroare de estimație. Astfel, spunem că prin extrapolare se efectuează o **estimație punctuală.**

Elaborarea variantelor de prognoză prin metoda extrapolării presupune prelungirea variabilei timp „t” cuprinsă în modelul de ajustare.

- **Extrapolarea prin metode mecanice.** În acest caz, se porneşte de la ipoteza că se păstrează aceeaşi bază de calcul, fenomenul va evolua în aceleaşi condiții ca şi în perioada expirată, păstrând aceeaşi tendință de apropiere către modificările absolute cu bază în lanț, metoda modificării medie absolute ($\overline{\Delta}$) (pentru fenomene care au o creştere în progresie aritmetică) şi de apropiere către indicii cu bază în lanț, metoda indicelui mediu al dinamicii ($\overline{\mathrm{I}}$) (când tendința de creştere este în progresie geometrică).
  - Pentru extrapolarea pe baza modificării medie absolute ($\overline{\Delta}$):

$$\hat{y}'_t = y_0 + t'\overline{\Delta} \qquad (7.27)$$

pentru $t' = T+1, T+k$ (orizontul de prognoză)

  - Pentru extrapolarea pe baza indicelui mediu ($\overline{I}$):

$$\hat{y}'_t = y_0 \cdot \overline{\mathrm{I}}^{t'} \qquad (7.28)$$

pentru $t' = T+1, T+k$ şi $\hat{y}'$ = valorile extrapolate (teoretice)

OBSERVAȚIE! Valorile de prognoză sunt valori probabile, ele se apropie de valorile reale dacă se îndeplinesc condițiile de extrapolare.

- **Extrapolarea prin metode analitice.** Variația timpului se extinde în ambele sensuri în raport cu originea ($\sum t_i = 0$) care nu se modifică. În cazul metodelor analitice de prognoză, extrapolarea este o continuare a ajustării.

Funcțiile de extrapolare vor fi:

- Pentru funcția liniară: $\hat{y}'_t = a + b \cdot t'$ (7.29)
- Pentru funcția exponențială: $\hat{y}'_t = ab^{t'}$ (7.30)
- Pentru funcția parabolică: $\hat{y}'_t = a + b \cdot t' + c \cdot t'^2$ (7.31)
- Pentru funcția logistică: $\hat{y}'_t = \dfrac{a}{1 + e^{b - c \cdot t'}}$ (7.32)

- **Extrapolarea sezonieră.** Dacă datele statistice se referă la semestre, trimestre, luni, atunci valoarea extrapolată pentru al k-lea an şi al j-lea sezon (după natura aditivă sau multiplicativă a nivelului de evoluție) se determină astfel:

$$y'_{kj} = \hat{y}_{kj} + S'_j \text{ sau } y'_{kj} = \hat{y}_{kj} + S^*_j \quad (7.33)$$

OBSERVAȚIE! Gradul de complexitate al evoluției fenomenului prezentat în SCR necesită, pentru prognoză, elaborarea mai multor variante de calcul fundamentate pe o riguroasă analiză economică.

CONCEPTE-CHEIE: *serie cronologică (SCR); SCR de intervale; SCR de momente; cronogramă; indicatori absoluți, relativi, medii; trendul; MSM – metoda sporului mediu; MIM – metoda indicelui mediu; MA – metoda analitică; extrapolarea.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Ce se înțelege prin *serie cronologică*? Care sunt particularitățile unei SCR?
2. Care sunt implicațiile nerespectării principiului omogenității şi imposibilitatea construirii unei SCR?
3. Evoluția în timp a unui fenomen nu este ilustrată de o serie statistică:
   a) cronologică;
   b) de timp;
   c) dinamică;
   d) de distribuție.

4. **Nu** este o proprietate a termenilor unei SCR:
   a) variabilitatea;
   b) omogenitatea;
   c) periodicitatea;
   d) independența;
   e) interdependența.
5. Care este diferența dintre indicatorii de stoc şi indicatorii de flux?
6. Ce grafice se recomandă pentru reprezentarea unei SCR?
7. Care este sistemul de indicatori folosiți în caracterizarea unei SCR? Cum se calculează aceşti indicatori?
8. Problemele care trebuie rezolvate la analiza unei SCR sunt:
   a) calcularea indicatorilor absoluți, relativi şi medii;
   b) determinarea trendului;
   c) analiza sezonalității;
   d) extrapolarea.

Alegeți varianta corectă: A (a,b,c,d); B (a,b,c); C (a,b).

9. Nu este posibilă însumarea termenilor SCR:
   a) de momente;
   b) de intervale;
   c) de fluxuri;
   d) exprimate în unități fizice.
10. Care sunt componentele termenilor unei SCR?
11. Ce înțelegeți prin *trend*?
12. Ce reprezintă *oscilațiile sezoniere*? Dar *variațiile reziduale*?
13. Ce metode cunoaşteți pentru determinarea trendului?
14. Descrieți metodele mecanice cunoscute.
15. Ce metode analitice cunoaşteți? Descrieți aceste metode.
16. Ce înțelegeți prin ajustarea termenilor unei SCR?
17. Ce criterii se pot utiliza pentru alegerea metodei analitice de ajustare?
18. Ce semnificație au parametrii trendului liniar?
19. Recesiunea economică este o fluctuație:
   a) sezonieră;
   b) pe termen lung;
   c) întâmplătoare;
   d) ciclică.

20. Componenta ciclică apare ca urmare a acțiunii:
    a) factorilor sezonieri;
    b) factorilor ce determină fazele de contracție şi relaxare a fenomenelor;
    c) factorilor aleatori;
    d) tendinței;
    e) nu există această componentă.
21. Trendul unei SCR se determină prin MSM, atunci când:
    a) indicii cu bază în lanț sunt apropiați;
    b) graficul are un punct de minim;
    c) modificările absolute cu bază în lanț sunt aproximativ egale;
    d) graficul are un punct de maxim.
22. Cum analizați calitatea estimației trendului?
23. Ce reprezintă *sezonalitatea*?
24. Ce metode de determinare a sezonalității cunoaşteți? Descrieți-le.
25. Ce exprimă *un indice de sezonalitate*?
26. Componenta sezonieră a unei serii de timp apare ca rezultat al acțiunii:
    a) fluctuațiilor legate de anotimp, sau similar, în cursul unei zile, săptămâni, luni, trimestru;
    b) fluctuațiilor ciclice;
    c) factorilor aleatori;
    d) tendinței;
    e) componenta sezonieră nu există.
27. Valorile ajustate ale unei SCR pot fi, față de cele înregistrate:
    a) <;
    b) >;
    c) =;
    d) <,=,>;
    e) nu se pot compara.
28. Ce înțelegeți prin *extrapolarea termenilor unei SCR*?
29. Ce presupune *o extrapolare tendențială*?

8. METODA INDICILOR ÎN ANALIZELE ECONOMICE

„…indicele este degetul arătător al economiei, indicatorul progresului şi al insuccesului … el este caracteristic pentru întreaga situație”.

Helmut Swoboda

8.1. Noțiunea de *indice*. Conținutul şi funcțiile indicilor

Metoda indicilor face parte din metodele de analiză factorială, prin care se măsoară variația în timp şi în spațiu a unui fenomen complex în funcție de modificarea factorilor de influență.

Indicele statistic îndeplineşte o serie de funcții cognitive:

1) reflectă nivelul realizării fenomenului în perioada anterioară, luată ca bază de comparație;
2) caracterizează gradul în care s-a realizat fenomenul în perioada curentă;
3) măsoară variația fenomenului în timp şi spațiu;
4) permite descompunerea fenomenelor complexe pe factori de influență.

Indicele *sintetizează, într-o expresie numerică, nivelul relativ al caracteristicii unui ansamblu de elemente* care formează fenomenul cercetat.

De exemplu, un manager poate fi interesat să ştie cât din modificarea volumului activității într-o anumită perioadă s-a realizat pe seama productivității muncii şi cât pe seama modificării timpului de muncă consumat; cât din modificarea fondului de salarii s-a datorat modificării numărul salariaților şi cât modificării salariului nominal etc.

Indicii se calculează sub formă de raport, *deci sunt mărimi relative adimensionale, ca urmare a faptului că atât la numărător, cât şi la numitor figurează două valori ale aceluiaşi indicator*.

Specific metodei indicilor este faptul că variația fenomenului complex se descompune integral pe factorii înregistrați, ceea ce înseamnă că între nivelul ansamblului şi variația factorilor de influență trebuie să existe o relația de produs. Astfel, folosim un model multiplicativ:

$$Y = x \times f \qquad (8.1)$$

EXEMPLU: Valoarea vânzărilor unei firme (V) poate fi exprimată în funcție de cantitatea vândută (q) şi prețul folosit (p): $v = p \times q$.

Fondul de salarii (Fs) poate fi exprimat în funcție de salariul nominal (Sn) şi numărul de salariați (T): $Fs = Sn \times T$.

În formula 8.1, unul din factori este **factor calitativ (X)** – prețul, salariul nominal, iar celălalt **factor cantitativ (f)** – cantitatea de produse, numărul de muncitori.

OBSERVAȚII!

- În funcție de natura şi conținutul său, *factorul cantitativ (f) poate fi însumabil direct* – dacă, de exemplu, o firmă desface un produs prin mai multe magazine proprii, prin însumarea cantităților vândute în fiecare magazin obținem cantitatea totală vândută.
- *Factorul cantitativ poate fi neînsumabil* – cazul în care o unitate desface mai multe produse, cantitățile vândute fiind neînsumabile.
- *Factorul calitativ* nu este însumabil direct, pentru că nu are sens însumarea directă a prețurilor unitare ale diferitelor produse.

Nivelul totalizator al acestor indicatori se obține ca medie a nivelurilor individuale din care se calculează.

Indicii pot fi calculați:

- la nivelul unor elemente individuale ale colectivității studiate – formând **indicii individuali,** notați cu **i**;
- la nivelul unor grupe sau a întregii colectivități, sintetizând astfel variația medie a fenomenului analizat. Aceştia sunt **indicii sintetici (de grup),** notați cu **I**.

Pentru o analiză economică complexă trebuie utilizați indicii sintetici, calculați ca:

- indici agregați;

- medie a indicilor individuali;
- raport a două medii.

8.2. **Indicii individuali**

Indicele individual se calculează la nivelul unei unități a colectivității studiate.

Indicele individual al indicatorului complex (Y = x × f) exprimă modificarea acestuia la nivelul unei unități a colectivității studiate:

$$i_{1/0}^{y} = \frac{y_1}{y_0} = \frac{x_1 f_1}{x_0 f_0} \quad (8.2)$$

Pentru cei doi factori în funcție de care se exprimă y, indicii individuali vor fi:

- Indicele individual al factorului cantitativ (f): $i_{1/0}^{f} = \frac{f_1}{f_0}$ (8.2.a)
- Indicele individual al factorului calitativ (x): $i_{1/0}^{x} = \frac{x_1}{x_0}$ (8.2.b)

Relația existentă între indicii individuali:

$$i_{1/0}^{y} = i_{1/0}^{f} \cdot i_{1/0}^{x} \quad (8.2.c)$$

8.3. **Indicii sintetici**

Indicii sintetici se calculează la nivelul unor grupe sau al întregii colectivități analizate, sintetizând deci variația medie a fenomenului studiat.

Elaborarea indicilor de grup presupune:
- – alegerea bazei de raportare şi a formulei de calcul;
- – stabilirea sistemului de ponderare;
- – cuprinderea fiecărui indice în sisteme coerente de informații statistice, care trebuie să arate corect variația caracteristicilor cuprinse în analiză.

Se consideră rezolvate corect aceste probleme dacă indicii sintetici satisfac o serie de teste (reguli) de verificare:

1. ***Testul de reversibilitate în timp*** constă în aceea că indicele calculat ca raport între nivelul perioadei curente şi cel al perioadei de bază, trebuie să fie o mărime inversă a indicelui obținut prin raportarea nivelului din perioada de bază la cel din perioada curentă.

2. ***Testul de reversibilitate al factorilor*** constă în aceea că produsul indicilor trebuie să conducă la indicele variabilei complexe.

3. ***Testul de tranzitivitate*** presupune obținerea indicelui cu bază fixă prin înmulțirea unui şir complet de indici cu bază mobilă pentru perioada analizată.

4. ***Testul de circularitate*** verifică indicii cu bază mobilă prin prisma posibilității de trecere dintr-o bază de calcul în alta.

Baza de raportare este stabilită astfel încât indicele să reflecte variația reală a fenomenului studiat. Această cerință este îndeplinită dacă mărimea luată în considerare este un nivel obişnuit al caracteristicii, adică nu reprezintă o situație de excepție pentru colectivitatea cercetată.

Formula de calcul se alege în funcție de datele disponibile şi de natura elementelor din colectivitatea care alcătuieşte fenomenul analizat.

8.3.1. *Sisteme de ponderare folosite la construirea indicilor sintetici*

De-a lungul timpului au fost concepute câteva sute de posibilități de ponderare a indicilor, dintre acestea, teoria şi practica statistică a reținut câteva propuneri.

➢**Ponderea constantă (fixă),** propusă de E. Laspeyres în 1864, avea în vedere calculul unui indice de grup al prețurilor. În relațiile de calcul propuse de el, variația fiecărui factor era ponderată cu nivelurile de bază (f_o) şi (x_o) ale consumatorului. Factorul constant este numit *pondere* şi are rol de comăsurător general.

- Pentru factorul intensiv:

$$I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0} \quad (8.3)$$

- Pentru factorul extensiv:

$$I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0} \quad (8.4)$$

➢**Ponderea variabilă (curentă),** propusă de H. Paasche în 1874 tot pentru calculul unui indice de grup al prețurilor (de fapt cotații de bursă),

are în vedere nivelurile curente ale comăsurătorului. În acest caz, variația factorilor fiind ponderată cu (f_1) şi (x_1) ale comăsurătorului.

- Pentru factorul intensiv:

$$I_{1/0}^{y(x)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad (8.5)$$

- Pentru factorul extensiv:

$$I_{1/0}^{y(f)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_1 f_0} \quad (8.6)$$

OBSERVAȚII!

- Formulele Laspeyres, cât şi formulele Paasche nu alcătuiesc un sistem compatibil de relații de calcul, deoarece produsul variației factorilor ($I_{1/0}^{y(x)}$ şi $I_{1/0}^{y(f)}$) nu conduc la obținerea nivelului relativ al variației complexe ($I_{1/0}^{y}$).
- În literatura de specialitate au fost elaborate o serie de formule de compromis cele mai cunoscute fiind variantele: Mathall-Edgeworth, Drobisch, Fisher. Dintre acestea, cea mai mare notorietate o au formulele lui Fisher, pentru că stau la baza metodologiei oficiale de estimare a indicilor în diferite ramuri de activitate dintr-o serie de țări ale lumii.

➢**Indicii Fisher** sunt medii geometrice ale variabilelor cu pondere fixă şi variabilă stabilite pentru fiecare factor.

- Pentru factorul intensiv:

$$I_{1/0}^{x(F)} = \sqrt{\frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0} \cdot \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1}} \quad (8.7)$$

- Pentru factorul extensiv:

$$I_{1/0}^{f(F)} = \sqrt{\frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0} \cdot \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_1 f_0}} \quad (8.8)$$

Aceste relații, (8.7) şi (8.8), sunt cunoscute ca **formule ideale** pentru că satisfac testele de verificare a indicilor sintetici.

OBSERVAȚII!

- În practică, indicii factorului calitativ se calculează ca indici Paasche (cel mai adesea) sau ca indici Laspeyres. Indicele factorului cantitativ se calculează numai ca indice Laspeyres.
- Ca **regulă generală de ponderare: variația factorului cantitativ** se ponderează întotdeauna cu nivelele de bază ale comăsurătorului, iar **modificarea factorului calitativ** se ponderează cu nivelele curente, ale comăsurătorului (cel mai adesea).

8.3.2. *Indicii agregați*

Indicele agregat se calculează ca raport între suma mărimilor absolute ale indicatorilor de la nivelul colectivității studiate din perioada curentă şi suma mărimilor absolute ale aceloraşi indicatori pentru perioada de bază:

- Pentru indicatorul complex y:

$$I_{1/0}^{\sum y} = \frac{\sum y_1}{\sum y_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_0} \qquad (8.9)$$

- Indicii factoriali derivați din acesta:

$$I_{1/0}^{\sum y(x)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \qquad (8.10)$$

$$I_{1/0}^{\sum y(f)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0} \qquad (8.11)$$

Utilizând indicii din aceste relații, modificările absolute vor fi:

- Modificarea absolută a lui ∑y:

$$\Delta_{1/0}^{\sum y} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_0 \qquad (8.12)$$

- Modificarea absolută a lui ∑y, datorată modificării factorului calitativ (x):

$$\Delta_{1/0}^{\sum y(x)} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1 \qquad (8.13)$$

- Modificarea absolută a lui ∑y, datorată modificării factorului cantitativ (f):

$$\Delta_{1/0}^{\sum y(f)} = \sum x_0 f_1 - \sum x_0 f_0 \qquad (8.14)$$

- Între cele trei modificări există relația:

$$\Delta_{1/0}^{\sum y} = \Delta_{1/0}^{\sum y(x)} + \Delta_{1/0}^{\sum y(f)} \qquad (8.15)$$

8.3.3. *Indicii calculați ca medie a indicilor individuali*

Calculul indicilor sintetici sub formă agregată necesită cunoaşterea agregatelor $\sum x_0 f_0, \sum x_1 f_1, \sum x_0 f_1, \sum x_1 f_0$.

Agregatele $\sum x_0 f_0 = \sum y_0$ și $\sum x_1 f_1 = \sum y_1$ pot fi obținute direct din evidențele agenților economici, exprimând nivelul indicatorului complex Y în cele două perioade.

Determinarea agregatelor $\sum x_0 f_1, \sum x_1 f_0$ necesită eforturi şi cheltuieli suplimentare şi obținerea separată a lui x şi y este imposibilă.

De aceea, indicii sintetici se vor calcula ca medie a indicilor individuali, egali cu indicii agregați pe care-i înlocuiesc.

Variante de calcul:

1) dacă se cunoaşte $\sum x_0 f_0 = \sum y_0$ și $i_{1/0}^{y} = \frac{y_1}{y_0}$, atunci:

$$I_{1/0}^{\sum y} = \frac{\sum y_1}{\sum y_0}$$

Se cunoaşte: $\begin{cases} i_{1/0}^{y} = \frac{y_1}{y_0} \rightarrow y_1 = i_{1/0}^{y} \cdot y_0 \\ \sum y_0 \end{cases}$

$$I_{1/0}^{\sum y} = \frac{\sum i_{1/0}^{y} \cdot y_0}{\sum y_0} = \frac{\sum i_{1/0}^{y} \cdot x_0 f_0}{\sum x_0 f_0} \qquad (8.16)$$

2) dacă se cunoaşte: $\begin{cases} \sum x_1 f_1 = \sum y_1 \\ i^y_{1/0} = \dfrac{y_1}{y_0} \quad \rightarrow \ y_0 = \dfrac{1}{i^y_{1/0}} \cdot y_1 \end{cases}$

$$I^{\sum y}_{1/0} = \frac{\sum y_1}{\sum y_0} = \frac{\sum y_1}{\sum \frac{1}{i^y_{1/0}} \cdot y_1} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum \frac{1}{i^y_{1/0}} \cdot x_1 f_1} \quad (8.17)$$

OBSERVAȚII!

- **Varianta 1** – indicele sintetic al factorului complex (y) sau al factorului cantitativ (f) este de tip Laspeyres şi se calculează ca o medie aritmetică ponderată ($x_0 f_0$) a indicilor individuali (i^y sau i^f).
- **Varianta 2** – indicele sintetic al factorului calitativ este de tip Paasche şi se calculează ca o medie armonică ponderată ($x_1 f_1$) a indicilor individuali (i^x).

8.3.4. *Indicii calculați ca raport a două medii*

În practică, analizăm deseori modificarea unor indicatori de natură calitativă, calculați la nivelul unei colectivități; la acest nivel, indicatorii având caracter de medie. De exemplu: productivitatea unei firme se poate exprima ca o medie a productivității la nivel de secții componente ale firmei; prețul de vânzare al unui produs vândut în mai multe magazine se poate exprima ca medie aritmetică a prețurilor obținute în fiecare magazin etc.

Astfel, la nivelul unei unități a colectivității studiate: y = xf vom avea:

$$x_i = \frac{y_i}{f_i} \quad (8.18)$$

La nivelul colectivității va deveni:

$$\overline{x_i} = \frac{\sum y_i}{\sum f_i} = \frac{\sum x_i f_i}{\sum f_i} = \sum x_i g^f_i \quad (8.19)$$

unde: $g^f_i = \dfrac{f_i}{\sum f_i}$ = structura factorului calitativ

x_i = factorul calitativ

OBSERVAȚIE! Nivelul mediu al factorului calitativ se poate calcula numai în cazul în care factorul cantitativ este însumabil. De exemplu:

- prețul mediu al unui produs ($\overline{p}$) vândut în mai multe magazine:

$$\overline{p} = \frac{\sum p_i q_i}{\sum q_i} = \sum p_i g_i^q ,$$

unde: p_i = prețul în magazin;
q_i = cantitatea vândută în magazinul i;

- productivitatea medie a muncii ($\overline{w}$):

$$\overline{w} = \frac{\sum w_i T_i}{\sum T_i} = \sum w_i g_i^T$$

unde: w_i = productivitatea individuală;
$g_i^T = \frac{T_i}{\sum T_i}$ = structura salariaților (timpul de lucru consumat).

Caracterizarea dinamicii indicatorului mediu ($\overline{x}$) se realizează cu un indice sintetic ca raport a 2 medii ($I_{1/0}^{\overline{x}}$) care, datorită faptului că surprinde şi modificarea structurii, se numeşte **indice cu structură variabilă**

$$I_{1/0}^{\overline{x}} = \frac{\overline{x}_1}{\overline{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_1 g_1^f}{\sum x_0 g_0^f} \tag{8.20}$$

Măsurarea influenței celor doi factori care determină modificarea lui ($\overline{x}$) se realizează cu ajutorul următorilor indici:

- **Indicele cu structură fixă** exprimă influența factorului calitativ x_i asupra lui $\overline{x}$, păstrând ponderea constantă în perioada curentă:

$$I_{1/0}^{\overline{x}(x)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{\sum x_1 g_1^f}{\sum x_0 g_1^f} \tag{8.21}$$

- **Indicele modificărilor structurale** exprimă influența factorului cantitativ (f) asupra lui $\overline{x}$, considerând factorul x constant, respectiv x_0.

$$I_{1/0}^{\overline{x}(g^f)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} : \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{\sum x_0 g_1^f}{\sum x_0 g_0^f} \tag{8.22}$$

OBSERVAȚIE! Între cele trei relații (8.20), (8.21) şi (8.22) există următoarea legătură:

$$I_{1/0}^{\overline{x}} = I_{1/0}^{\overline{x}(x)} = I_{1/0}^{\overline{x}(g^f)} \tag{8.23}$$

8.4. **Descompunerea pe factori a variației unui fenomen complex folosind metoda indicilor**

Pentru fundamentarea deciziilor economice este important să se cunoască nu numai dinamica, ci şi contribuția diferiților factori la modificarea în timp a unui fenomen complex.

În practica şi teoria statistică, descompunerea indicelui general în produsul indicilor factorilor se numeşte **descompunere geometrică,** iar separarea modificării absolute totale în suma modificărilor absolute datorate factorilor este denumită **descompunere analitică.**

Procedeele folosite cel mai frecvent în statistică în descompunerea variației unui fenomen complex pe factori de influență sunt:

- metoda substituirii în lanț;
- metoda influențelor izolate a factorilor, denumită şi metoda restului nedescompus.

La descompunerea variației pe factori de influență, fenomenul complex se prezintă sub forma unui agregat obținut ca produs al mai multor factori (y=xf).

➢**Metoda substituirii în lanț (MSL)** presupune anihilarea pe rând a influenței factorilor, menținându-se numai variația unui singur factor. În funcție de succesiunea substituirii factorilor, pot fi două variante de calcul. Indiferent de varianta aplicată, substituirea în lanț presupune aplicarea următoarelor reguli:

- indicele influenței primului factor, de regulă cantitativ, se construieşte folosind drept pondere cealaltă sau celelalte variabile la nivelul perioadei de bază;
- un factor, odată substituit, rămâne drept pondere la nivelul perioadei curente, pe tot parcursul descompunerii pentru ceilalți indici factoriali.

Indicii factoriali şi modificările absolute corespunzătoare celor 2 variabile se calculează pe baza relațiilor:

Varianta I:

$$I_{1/0}^{\sum y(f)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0} \quad \Delta_{1/0}^{\sum y(f)} = \sum x_0 f_1 - \sum x_0 f_0 = \sum x_0 \Delta^f \quad (8.24)$$

$$I_{1/0}^{\sum y(x)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} \quad \Delta_{1/0}^{\sum y(x)} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1 = \sum f_1 \Delta^x \quad (8.25)$$

Varianta II:

$$I_{1/0}^{\sum y(f)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_1 f_0} \quad \Delta_{1/0}^{\sum y(f)} = \sum x_1 f_1 - \sum x_1 f_0 = \sum x_1 \Delta^f \quad (8.26)$$

$$I_{1/0}^{\sum y(x)} = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0} \quad \Delta_{1/0}^{\sum y(x)} = \sum x_1 f_0 - \sum x_0 f_0 = \sum f_0 \Delta^x \quad (8.27)$$

OBSERVAȚIE! La construirea indicilor de grup, alegerea uneia sau alteia dintre cele 2 variante se realizează în funcție de concluziile desprinse din analiza succesiunii schimbărilor factorilor şi de datele disponibile. În condițiile în care se cunosc valorile variabilelor pentru cele 2 perioade, se optează, de regulă, pentru varianta I.

Deosebirea privind mărimea cu care influențează cei doi factori modificarea variabilei complexe, în cazul celor 2 variante, poate fi sesizată pe baza graficelor (8.1) şi (8.2) construite la nivelul unei unități de observare.

Varianta I: se modifică mai întâi factorul cantitativ:

a) $y_0 = x_0 \cdot f_0 \rightarrow y' = x_0 \cdot f_1$

b) $y' \rightarrow y_1 = x_1 \cdot f_1$

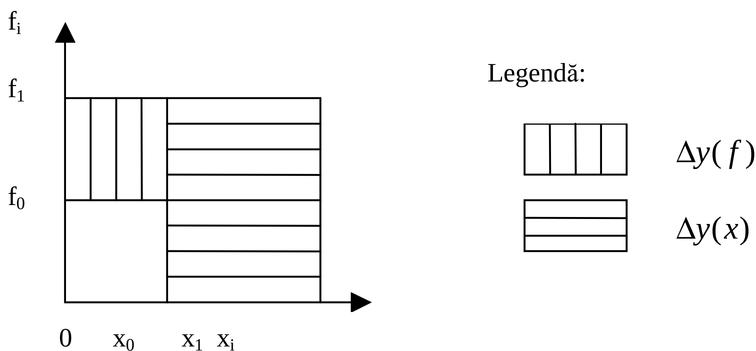


Figura 8.1

Varianta II: se modifică mai întâi factorul calitativ:

c) $y_0 = x_0 \cdot f_0 \rightarrow y' = x_1 \cdot f_0$

d) $y' \rightarrow y_1 = x_1 \cdot f_1$

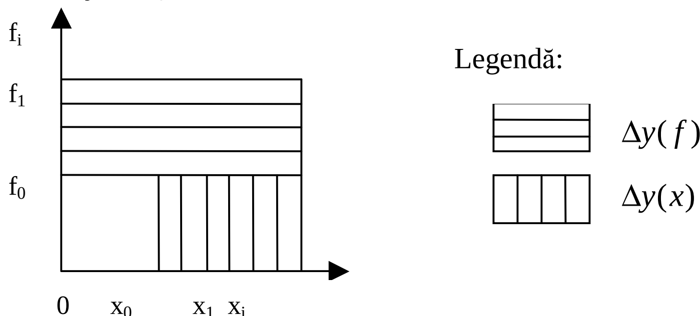


Figura 8.2

OBSERVAȚII!

- O parte din sporul total al variabilei y se atribuie unuia din factori în raport cu mărimea şi sensul modificării factorului luat ca pondere. De obicei, această parte se atribuie influenței factorului „x”.
- În practică, această metodă se foloseşte pentru comparațiile în timp pe perioade scurte.

➢Metoda influențelor izolate a factorilor (Metoda restului nedescompus)

Această metodă consideră că influența factorilor se face în mod uniform. Se porneşte de la ipoteza că ponderile folosite pentru a evidenția modificările factorilor „x” şi „f” sunt cele din perioada de bază. Această ipoteză presupune să se folosească pentru ambii factori acelaşi sistem de pondere, ceea ce face să apară, pe lângă influența explicită a factorilor, şi o componentă numită **„Rest nedescompus”.**

Dacă considerăm că $y = x \cdot f$ avem:

$$I_{1/0}^{\sum y(f)} = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum x_0 f_0} \text{ şi } \Delta_{1/0}^{\sum y(f)} = \sum x_0 f_1 - \sum x_0 f_0 \qquad (8.28)$$

$$I_{1/0}^{\sum y(x)} = \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0} \text{ şi } \Delta_{1/0}^{\sum y(x)} = \sum x_1 f_0 - \sum x_0 f_0 \,. \qquad (8.29)$$

Dacă facem verificările relațiilor de legătură observăm:

$$I_{1/0}^{\sum y} \neq I_{1/0}^{\sum y(f)} \cdot I_{1/0}^{\sum y(x)} \tag{8.30}$$

iar $$\Delta_{1/0}^{\sum y} \neq \Delta_{1/0}^{\sum y(f)} + \Delta_{1/0}^{\sum y(x)} \tag{8.31}$$

sunt diferite cu o mărime care am numit-o **rest nedescompus.** Aceasta apare ca urmare a faptului că indicii individuali se construiesc folosind un singur sistem de ponderare care nu reflectă influența variației ponderilor. Geometric, mărimea restului nedescompus poate fi prezentă grafic ca în figura 8.3, care vizualizează descompunerea pe factori a variației variabilei „y" la nivelul unei unități de observare.

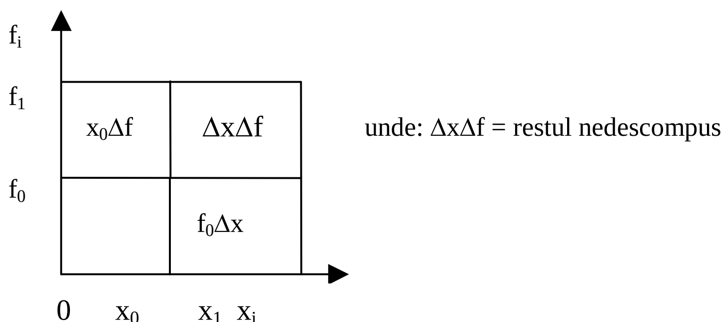


Figura 8.3

OBSERVAȚII!

- Restul nedescompus trebuie interpretat ca fiind rezultatul influenței concomitente a celor doi factori: $(x_1-x_0)\cdot(f_1-f_0) = \Delta x\cdot\Delta f$.
- În această metodă este necesară construirea unui indice care reflectă interacțiunea celor doi factori $I^{y(x\cap f)}$, cât și modificarea absolută aferentă: $\Delta^{y(x\cap f)}$. Indicele $I^{y(x\cap f)}$ care reflectă interacțiunea celor 2 factori se calculează ca raport între indicele factorului calitativ (Paasche) și indicele aceleași variabile (Laspeyres):

$$I_{1/0}^{y(x\cap f)} = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum x_0 f_1} : \frac{\sum x_1 f_0}{\sum x_0 f_0}\text{, iar} \tag{8.32}$$

$$\Delta_{1/0}^{y(x\cap f)} = \left(\sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_1\right) - \left(\sum x_1 f_0 - \sum x_0 f_0\right). \tag{8.33}$$

Existând 2 factori de influență, este obligatoriu ca restul nedescompus să se separe pe cei 2 factori.

În literatura de specialitate există mai multe propuneri pentru repartizarea restului nedescompus:

1) să se atribuie integral unuia dintre factori, situație care conduce la procedeul substituției în lanț;
2) să se repartizeze în mod egal pe factori;
3) să se repartizeze proporțional cu influențele independente ale factorilor, şi anume $\sum x_0 \cdot \Delta f$ şi $\sum f_0 \cdot \Delta x$.

În această ipostază, aplicarea procedeului influențelor izolate în descompunerea pe factori se realizează în două faze:

a) se calculează influența izolată a fiecărui factor, folosind indici factoriali cu ponderi din perioada de bază (indici Laspeyres) pentru ambii factori plus restul nedescompus;
b) se calculează cota-parte care revine fiecărui factor din restul nedescompus (k^x şi k^f) ca raport între influența independentă a fiecărui factor şi suma celor două influențe absolute independente.

$$k^x = \frac{\sum f_0 \Delta x}{\sum f_0 \Delta x + \sum x_0 \Delta f} \tag{8.34}$$

$$k^f = \frac{\sum x_0 \Delta f}{\sum x_0 \Delta f + \sum f_0 \Delta x} \tag{8.35}$$

Pornind de la modificarea absolută a variabilei y:

$$\Delta_{1/0}^{y} = \sum x_1 f_1 - \sum x_0 f_0$$

şi ştiind că : $x_1 = x_0 + \Delta x$ şi $f_1 = f_0 + \Delta f$

rezultă că:

$$\Delta_{1/0}^{y(x \cap f)} = \sum (x_0 + \Delta x)(f_0 + \Delta f) - \sum x_0 f_0 =$$
$$= \sum x_0 f_0 + \sum x_0 \Delta f + \sum f_0 \Delta x + \sum \Delta x \Delta f - \sum x_0 f_0 =$$
$$= \sum x_0 \Delta f + \sum f_0 \Delta x + \sum \Delta x \Delta f$$

$$\Delta^{y(x \cap f)} = \sum x_0 \Delta f + \sum f_0 \Delta x + \sum \Delta x \Delta f \tag{8.36}$$

Sporul total al variabilei y, care revine factorului x:

$$\Delta_{1/0}^{y(x)} = \sum f_0 \Delta x + \sum \Delta x \Delta f \cdot \frac{\sum f_0 \Delta x}{\sum f_0 \Delta x + \sum x_0 \Delta f} \tag{8.37}$$

Sporul total al variabilei y, care revine factorului f:

$$\Delta_{1/0}^{y(f)} = \sum x_0 \Delta f + \sum \Delta x \Delta f \cdot \frac{\sum x_0 \Delta f}{\sum x_0 \Delta f + \sum f_0 \Delta x} \qquad (8.38)$$

Pornind de la influența absolută a fiecărui factor asupra modificării variabilei complexe, se calculează ponderea factorilor la formarea sporului total:

$$\frac{\Delta^{y(f)}}{\Delta^{y(x,f)}} \cdot 100 \quad \text{respectiv} \quad \frac{\Delta^{y(x)}}{\Delta^{y(x,f)}} \cdot 100 \qquad (8.39)$$

OBSERVAȚII!

- Metoda restului nedescompus permite explicarea mai veridică a cauzelor care au condiționat variația variabilei complexe.
- Folosirea acestei metode întâmpină dificultăți în condițiile în care crește numărul factorilor de influență. Aceasta pentru că se amplifică numărul sporurilor care se datorează interacțiunii factorilor şi, odată cu aceasta, sporeşte caracterul convențional privind atribuirea restului nedescompus al factorilor de influență.

8.5. **Sisteme concrete de indici**

Indicii se folosesc sub formă de sistem pentru caracterizarea evoluției în timp şi spațiu a fenomenelor social-economice.

Printre cele mai uzuale sisteme de indici prezentăm:

– indicii valorii, volumului fizic şi prețurilor produselor sau mărfurilor;
– indicii productivității muncii;
– indicii salariului mediu etc.

8.5.1. *Indicii valorii, volumului fizic şi ai prețurilor*

Cunoaşterea modificării prețurilor, a cantităților (produse vândute sau consumate) şi a valorii constituie o cerință principală a analizelor privind modificarea producției, a consumului, caracterizarea nivelului inflației.

Analiza se bazează pe faptul că valoarea, ca indicator complex, poate fi exprimată în funcție de cantitatea de produse (q) şi de preț (p): $V = p \times q$, unde: p = prețul, factor calitativ; q = cantitatea, factor cantitativ.

Indicii individuali:

- Indicii valorii: $i_{1/0}^{v} = \frac{v_1}{v_0} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_0}$ (8.40)
- Indicii prețurilor: $i_{1/0}^{p} = \frac{p_1}{p_0}$ sau $i_{1/0}^{v(p)} = \frac{p_1 q_1}{p_0 q_1}$ (8.41)
- Indicii volumului fizic: $i_{1/0}^{q} = \frac{q_1}{q_0}$ sau $i_{1/0}^{v(q)} = \frac{p_0 q_1}{p_0 q_0}$ (8.42)

Relația dintre indicii individuali:

$$i_{1/0}^{v} = i_{1/0}^{v(p)} \cdot i_{1/0}^{v(q)} \quad (8.43)$$

La nivelul individual al unităților ce compun colectivitatea se pot calcula şi modificările absolute:

$$d_{1/0}^{v} = v_1 - v_0 = p_1 q_1 - p_0 q_0 \quad (8.44)$$

$$d_{1/0}^{v(p)} = p_1 q_1 - p_0 q_1 = q_1 \left(p_1 - p_0\right) \quad (8.45)$$

$$d_{1/0}^{v(q)} = p_0 q_1 - p_0 q_0 = p_0 \left(q_1 - q_0\right) \quad (8.46)$$

Relația dintre modificările absolute:

$$d_{1/0}^{v} = d_{1/0}^{v(p)} + d_{1/0}^{v(q)} \quad (8.47)$$

Pentru o analiză complexă la nivel sintetic, evoluția generală a valorii cantităților vândute, a prețurilor pentru produsele vândute se analizează cu ajutorul indicilor sintetici.

- **Indicele sintetic al valorii (** $I_{1/0}^{\sum v}$ **)** se poate calcula astfel:

$$I_{1/0}^{\sum v} = \frac{\sum v_1}{\sum v_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (8.48)$$

cu modificarea absolută aferentă: $\Delta_{1/0}^{\sum v} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$ (8.49)

Indicele sintetic al valorii se poate calcula şi ca medie aritmetică ponderată a indicilor individuali ai valorii (i^v), atunci când este cunoscută numai valoarea totală din perioada de bază:

$$I_{1/0}^{\sum v} = \frac{\sum i_{1/0}^{v} p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (8.50)$$

iar modificarea absolută aferentă: $\Delta_{1/0}^{\sum v} = \sum i_{1/0}^{v} p_0 q_0 - \sum p_0 q_0$ (8.51)

Prețurile și cantitățile sunt de obicei neînsumabile. Pentru sintetizarea modificării la nivelul întregii unități, atât a prețurilor, cât și a cantităților vândute, se vor utiliza indicii valorii, considerând constant un factor și variabil numai factorul a cărui modificare ne interesează. Astfel, obținem următorii indici sintetici:

- **Indicele sintetic al volumului fizic ($I_{1/0}^{\sum v(q)}$),** care exprimă modificarea medie a calității vândute. În practică, indicele volumului fizic se calculează numai ca indice de tip Laspeyres:

$$I_{1/0}^{\sum v(q)} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum p_0 q_0} \quad (8.52)$$

iar modificarea absolută aferentă: $\Delta_{1/0}^{\sum v(q)} = \sum p_0 q_1 - \sum p_0 q_0$ (8.53)

Indicele sintetic al volumului fizic se mai poate calcula ca o medie aritmetică ponderată a indicilor individuali ai volumului fizic (i^q):

$$I_{1/0}^{\sum v(q)} = \frac{\sum i_{1/0}^{q} p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (8.54)$$

iar modificarea absolută aferentă: $\Delta_{1/0}^{\sum v(q)} = \sum i_{1/0}^{q} p_0 q_0 - \sum p_0 q_0$ (8.55)

- **Indicele sintetic al prețurilor ($I_{1/0}^{\sum v(p)}$)**

Exprimă modificarea medie a prețurilor și se poate calcula ca indice de tip Laspeyres:

$$I_{1/0}^{\sum v(p)} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \quad (8.56)$$

cu modificarea absolută aferentă: $\Delta_{1/0}^{\sum v(p)} = \sum p_1 q_0 - \sum p_0 q_0$ (8.57)

OBSERVAȚIE! Acest indice este utilizat pentru calculul indicelui prețurilor de consum.

Indicele sintetic al prețurilor mai poate fi calculat ca un indice de tip Paasche:

$$I_{1/0}^{\sum v(p)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1} \tag{8.58}$$

cu modificarea absolută aferentă: $\Delta_{1/0}^{\sum v(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_1$ (8.59)

OBSERVAȚIE! Acest indice este utilizat pentru calculul prețurilor cu ridicata ale produselor industriale sau pentru prețurile produsului intern brut (PIB).

Indicele sintetic al prețurilor poate fi calculat ca o medie armonică ponderată a indicilor individuali ai prețurilor (i^p):

$$I_{1/0}^{\sum v(p)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i_{1/0}^{p}} p_1 q_1} \tag{8.60}$$

cu modificarea absolută: $\Delta_{1/0}^{\sum v(p)} = \sum p_1 q_1 - \sum \frac{1}{i_{1/0}^{p}} p_1 q_1$ (8.61)

Deoarece indicele valorii totale reprezintă rezultatul variației raportului de combinare a factorilor intensivi şi extensivi ce determină un ansamblu de manifestări, între cei trei indici există relația:

$$I_{1/0}^{\sum v} = I_{1/0}^{\sum v(p)} + I_{1/0}^{\sum v(q)} \tag{8.62}$$

Şi relația dintre modificările absolute:

$$\Delta_{1/0}^{\sum v} = \Delta_{1/0}^{\sum v(p)} + \Delta_{1/0}^{\sum v(q)} \tag{8.63}$$

- **Indicele prețului mediu**

Prețul mediu se stabileşte ca medie aritmetică ponderată a prețurilor individuale. Astfel, dacă prețul: $p_i = \frac{v_i}{q_i}$, rezultă că prețul mediu va fi:

$$\overline{p} = \frac{\sum v_i}{\sum q_i} = \frac{\sum p_i q_i}{\sum q_i} = \sum p_i g_i^q \tag{8.64}$$

OBSERVAȚIE! Nivelul şi dinamica prețului mediu sunt determinate de prețurile la nivel de unitate (p_i) şi structura valorii $g_i^q = \frac{q_i}{\sum q_i}$.

Dinamica prețului mediu:

- Indicele cu structură variabilă (caracterizează modificarea prețului mediu):

$$I_{1/0}^{\bar{p}} = \frac{\overline{p_1}}{\overline{p_0}} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_1 g_1^q}{\sum p_0 g_0^q} \quad (8.65)$$

iar modificarea absolută va fi:

$$\Delta_{1/0}^{\bar{p}} = \sum p_1 g_1^q - \sum p_0 g_0^q \quad (8.66)$$

- Indicele cu structură fixă (caracterizează influența prețului individual asupra prețului mediu):

$$I_{1/0}^{\bar{p}(p)} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} = \frac{\sum p_1 g_1^q}{\sum p_0 g_1^q} \quad (8.67)$$

şi modificarea absolută va fi:

$$\Delta_{1/0}^{\bar{p}(p)} = \sum p_1 g_1^q - \sum p_0 g_1^q \quad (8.68)$$

- Indicele modificărilor structurale (caracterizează influența structurii asupra prețului mediu):

$$I_{1/0}^{\bar{p}(g^q)} = \frac{\overline{p_1}}{\overline{p_0}} = \frac{\sum p_0 q_1}{\sum q_1} : \frac{\sum p_0 q_0}{\sum q_0} = \frac{\sum p_0 g_1^q}{\sum p_0 g_0^q} \quad (8.69)$$

iar modificarea absolută va fi:

$$\Delta_{1/0}^{\bar{p}(g^q)} = \sum p_0 g_1^q - \sum p_0 g_0^q \quad (8.70)$$

Relația dintre cei trei indici:

$$I_{1/0}^{\bar{p}} = I_{1/0}^{\bar{p}(p)} \cdot I_{1/0}^{\bar{p}(g^q)} \quad (8.71)$$

Relația dintre modificările absolute:

$$\Delta_{1/0}^{\bar{p}} = \Delta_{1/0}^{\bar{p}(p)} + \Delta_{1/0}^{\bar{p}(g^q)} \quad (8.72)$$

8.5.2. *Indicii productivității muncii*

Productivitatea muncii este o caracteristică derivată cu caracter de mărime medie, care se caracterizează cu ajutorul indicilor calculați ca raport a două medii. În domeniul comerțului şi turismului, productivitatea

muncii se poate calcula ca raport între valoarea desfacerilor sau cea a încasărilor din activitatea turistică şi numărul de salariaţi.

Vom nota cu: Q = valoarea vânzărilor cu amănuntul;
T = numărul mediu de muncitori;
W = productivitatea muncii;
$\overline{W}$ = productivitatea medie a muncii.

Productivitatea muncii se poate calcula cu relația:

$$W_i = \frac{Q_i}{T_i} = \frac{W_i T_i}{T_i} \quad (8.73)$$

unde: – factorul complex este $Q_i = W_i T_i$

– factorul calitativ este W_i

– factori cantitativi: Q_i, T_i

***Indicii individuali*:**

- Indicele numărului de salariați: $i_{1/0}^{T} = \frac{T_1}{T_0}$ (8.74)
- Indicele valorii desfacerii de mărfuri: $i_{1/0}^{Q} = \frac{Q_1}{Q_0}$ (8.75)
- Indicele productivității muncii: $i_{1/0}^{W} = \frac{W_1}{W_0}$ (8.76)

Relația existentă între cei trei indici: $i_{1/0}^{Q} = i_{1/0}^{W} \cdot i_{1/0}^{T}$ (8.77)

Modificările absolute aferente unei unități a colectivității:

- Modificarea absolută a valorii desfacerilor de mărfuri:

$$d_{1/0}^{Q} = Q_1 - Q_0 = W_1 T_1 - W_0 T_0 \quad (8.78)$$

- Modificarea absolută a productivității muncii:

$$d_{1/0}^{W} = (W_1 - W_0)T_1 = W_1 T_1 - W_0 T_1 \quad (8.79)$$

- Modificarea absolută a numărului de salariați:

$$d_{1/0}^{T} = (T_1 - T_0)W_0 = T_1 W_0 - T_0 W_0 \quad (8.80)$$

Relația existentă între modificările absolute:

$$d_{1/0}^{Q} = d_{1/0}^{W} + d_{1/0}^{T} \quad (8.81)$$

Indicii sintetici:

- Indicele sintetic al valorii desfacerilor de mărfuri:

$$I_{1/0}^{\sum Q} = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum W_0 T_0} \quad (8.82)$$

cu modificarea absolută:

$$\Delta_{1/0}^{\sum Q} = \sum W_1 T_1 - \sum W_0 T_0 \quad (8.83)$$

- Indicele sintetic al numărului de salariați:

$$I_{1/0}^{\sum T} = \frac{\sum T_1}{\sum T_0} \quad (8.84)$$

cu modificarea absolută:

$$\Delta_{1/0}^{\sum T} = \sum T_1 - \sum T_0 \quad (8.85)$$

- Productivitatea medie:

$$\overline{W} = \frac{\sum Q_i}{\sum T_i} = \frac{\sum W_i T_i}{\sum T_i} \quad (8.86)$$

- Indicele productivității medii:

$$I_{1/0}^{\overline{W}} = \frac{\overline{W}_1}{\overline{W}_0} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} \quad (8.87)$$

cu modificarea absolută:

$$\Delta_{1/0}^{\overline{W}} = \overline{W}_1 - \overline{W}_0 \quad (8.88)$$

➢***Dinamica productivității muncii*** cu descompunerea ei pe factori de influență:

- **Indicele cu structură fixă al factorului intensiv** exprimă variația pură a productivității muncii prin menținerea constantă a structurii salariaților:

$$I_{1/0}^{\overline{W}(w)} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\overline{W_1}}{\overline{W_0}^*} \quad (8.89)$$

cu modificarea absolută corespunzătoare:

$$\Delta_{1/0}^{\overline{W}(w)} = \overline{W_1} - \overline{W_0}^{*} \qquad (8.90)$$

Notăm cu $\overline{W_0}^{*} = \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1}$, reprezentând productivitatea muncii în perioada de bază cu păstrarea structurii în perioada curentă.

- **Indicele modificărilor structurale al factorului extensiv,** exprimă efectul modificării structurii salariaților, păstrând productivitatea constantă în bază.

$$I_{1/0}^{\overline{W}(g^T)} = \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{\overline{W_0}^{*}}{\overline{W_0}} \qquad (8.91)$$

cu modificarea absolută corespunzătoare: $\Delta_{1/0}^{\overline{W}(g^T)} = \overline{W_0}^{*} - \overline{W_0}$ (8.92)

Relațiile existente între indici sunt:

$$I_{1/0}^{\overline{W}} = I_{1/0}^{\overline{W}(w)} \cdot I_{1/0}^{\overline{W}(g^T)} \qquad (8.93)$$

Cumulând influențele în mărimea absolută ale celor 2 factori, rezultă modificarea absolută a nivelului mediu al caracteristicii:

$$\Delta_{1/0}^{\overline{W}} = \Delta_{1/0}^{\overline{W}(w)} \cdot \Delta_{1/0}^{\overline{W}(g^T)} \qquad (8.94)$$

➢***Dinamica valorii desfacerilor de mărfuri cu descompunerea ei pe factori de influență***

Se poate face o analiză separată a valorii desfacerilor de mărfuri, ca fenomen complex (y = f·x), care este influențat de factorul intensiv (calitativ), productivitatea muncii (W) şi de factorul extensiv (cantitativ) numărului de salariați (T).

- *Indicele sintetic al valorii desfacerilor de mărfuri:*

$$I_{1/0}^{\sum Q} = \frac{\sum Q_1}{\sum Q_0} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum W_0 T_0} \qquad (8.95)$$

cu modificarea absolută:

$$\Delta_{1/0}^{\sum Q} = \sum W_1T_1 - \sum W_0T_0 \qquad (8.96)$$

- *Indicele sintetic cu structură fixă* arată influența factorului intensiv productivitatea muncii, păstrând structura salariaților constantă în perioada curentă:

$$I_{1/0}^{\sum Q(W)} = \frac{\sum W_1T_1}{\sum W_0T_1} \qquad (8.97)$$

cu modificarea absolută:

$$\Delta_{1/0}^{\sum Q(W)} = \sum W_1T_1 - \sum W_0T_1 \qquad (8.98)$$

- *Indicele sintetic al modificărilor structurale* arată influența factorului extensiv structura salariaților, păstrând productivitatea constantă în bază.

$$I_{1/0}^{\sum Q(T)} = \frac{\sum W_0T_1}{\sum W_0T_0} \qquad (8.99)$$

cu modificarea absolută:

$$\Delta_{1/0}^{\sum Q(T)} = \sum W_0T_1 - \sum W_0T_0 \qquad (8.100)$$

Relațiile existente între indici şi modificările absolute vor fi:

$$I_{1/0}^{\sum Q} = I_{1/0}^{\sum Q(W)} \cdot I_{1/0}^{\sum Q(T)} \qquad (8.101)$$

$$\Delta_{1/0}^{\sum Q} = \Delta_{1/0}^{\sum Q(W)} + \Delta_{1/0}^{\sum Q(T)} \qquad (8.102)$$

8.5.3. *Indicii salariului mediu şi ai fondului de salarii*

Angajații unei firme au calificări diferite, capacități şi aptitudini de muncă diferite, deci aportul lor la producția materială va fi diferit. De aici rezultă necesitatea măsurării precise şi a controlului asupra muncii şi consumului, astfel încât, determinând rezultatele muncii fiecăruia, să i se poată atribui partea ce i se cuvine.

Fondul de salarii al unei societăți este format din totalitatea salariilor cuvenite sau calculate după cantitatea şi calitatea muncii prestate. Statistic, fondul de salarii este o variabilă complexă care se determină ca produs a doi factori: salariul încasat, ca factor calitativ şi numărul de salariați, ca factori cantitativ.

Salariul este remunerarea muncii depuse de fiecare angajat în funcție de: rezultatul negocierii, vechimea în muncă, categoria de încadrare, numărul de ore efectuate, de calitatea şi cantitatea muncii depuse etc.

Salariul mediu este o variabilă statistică, formată în funcție de valorile individuale ale salariilor şi numărul de salariați pe categorii, pe grupe de salariați.

Folosim următoarele notații:

S_i = salariu încasat de o grupă de salariați;

T_i = numărul de salariați corespunzător unei grupe de salariați;

$\overline{S}$ = salariul mediu;

Fs = fondul de salarii.

Calculul salariului se face în funcție de fondul de salarii şi numărul de salariați pe grupa respectivă:

$$S_i = \frac{Fs_i}{T_i} \text{, de unde } \overline{S} = \frac{\sum Fs_i}{\sum T_i} = \frac{\sum S_i T_i}{\sum T_i} \qquad (8.103)$$

Putem calcula indicii individuali ai:

- Salariului încasat: $i_{1/0}^{S} = \frac{S_1}{S_0}$ (8.104)
- Fondului de salarii: $i_{1/0}^{Fs} = \frac{Fs_1}{Fs_0}$ (8.105)
- Numărului de salariați: $i_{1/0}^{S} = \frac{T_1}{T_0}$ (8.106)

Relația dintre indicii individuali:

$$i_{1/0}^{Fs} = i_{1/0}^{S} \cdot i_{1/0}^{T} \qquad (8.107)$$

Analiza salariului mediu cu descompunerea ei pe factori:

- *Indicele sintetic al salariului mediu*:

$$I_{1/0}^{\overline{S}} = \frac{\overline{S_1}}{\overline{S_0}} = \frac{\sum S_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum S_0 T_0}{\sum T_0} \qquad (8.108)$$

- *Modificarea absolută:*

$$\Delta_{1/0}^{\overline{S}} = \overline{S_1} - \overline{S_0} \qquad (8.109)$$

- *Indicele sintetic cu structura fixă:*

$$I_{1/0}^{\bar{S}(S)} = \frac{\sum S_1T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum S_0T_1}{\sum T_1} = \frac{\overline{S_1}}{\overline{S}_0^*} \qquad (8.110)$$

Notăm cu $\overline{S}_0^* = \frac{\sum S_0T_1}{\sum T_1}$

- *Modificarea absolută:*

$$\Delta_{1/0}^{\bar{S}(s)} = \overline{S_1} - \overline{S}_0^* \qquad (8.111)$$

- *Indicele modificărilor structurale:*

$$I_{1/0}^{\bar{S}(g^T)} = \frac{\sum S_0T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum S_0T_0}{\sum T_0} = \frac{\overline{S}_0^*}{\overline{S_0}} \qquad (8.112)$$

- *Modificarea absolută:*

$$\Delta_{1/0}^{\bar{S}(g^T)} = \overline{S}_0^* - \overline{S_0} \qquad (8.113)$$

Relațiile existente între indici:

$$I_{1/0}^{\bar{S}} = I_{1/0}^{\bar{S}(S)} \cdot I_{1/0}^{\bar{S}(g^T)}$$

Între modificările absolute:

$$\Delta_{1/0}^{\bar{S}} = \Delta_{1/0}^{\bar{S}(S)} + \Delta_{1/0}^{\bar{S}(g^T)}$$

Se mai poate analiza şi fondul de salarii după relația: $Fs = S \cdot T$

$$I_{1/0}^{Fs} = \frac{\sum Fs_1}{\sum Fs_0} = \frac{\sum S_1T_1}{\sum S_0T_0} \qquad (8.114)$$

$$\Delta_{1/0}^{Fs} = \sum S_1T_1 - \sum S_0T_0 \qquad (8.115)$$

Cei doi factori, ce influențează fondul de salarii, sunt:

- Indicele sintetic al factorului intensiv:

$$I_{1/0}^{Fs(S)} = \frac{\sum S_1T_1}{\sum S_0T_1} \qquad (8.116)$$

$$\Delta_{1/0}^{Fs(S)} = \sum S_1T_1 - \sum S_0T_1 \qquad (8.117)$$

- Indicele sintetic al factorului extensiv:

$$I_{1/0}^{Fs(T)} = \frac{\sum S_0 T_1}{\sum S_0 T_0} \tag{8.118}$$

$$\Delta_{1/0}^{Fs(T)} = \sum S_0 T_1 - \sum S_0 T_0 \tag{8.119}$$

Relațiile dintre indici:

$$I_{1/0}^{Fs} = I_{1/0}^{Fs(S)} \cdot I_{1/0}^{Fs(T)} \tag{8.120}$$

Relațiile dintre modificările absolute:

$$\Delta_{1/0}^{Fs} = \Delta_{1/0}^{Fs(S)} + \Delta_{1/0}^{Fs(T)} \tag{8.121}$$

CONCEPTE-CHEIE: *indicii; indici individuali; indici sintetici; indicii valorii, volumului fizic şi ai prețurilor; indicii productivității muncii; indicii salariului mediu şi ai fondului de salarii.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Definiți noțiunea de *indice*. Câte tipuri de indici cunoaşteți şi cum se calculează ei?
2. Ce sisteme de ponderare se pot utiliza la construirea indicilor sintetici?
3. Ce sisteme de indici sintetici folosiți în analizele economice complexe? Descrieți fiecare sistem de indici.
4. Când se verifică relația de sistem între indicii de grup?
5. Ce metode se pot folosi la descompunerea pe factori a variației unui fenomen complex?
6. Ce reprezintă *restul nedescompus*?
7. Când se foloseşte media armonică pentru calculul indicilor de grup? Exemple.
8. Ce sisteme concrete de indici cunoaşteți?
9. Care sunt relațiile de calcul pentru indicii valorii, volumului fizic şi ai prețurilor?
10. Descrieți indicii productivității muncii. Relații de calcul.
11. Ce ştiți despre indicii salariului mediu şi ai fondului de salarii?
12. **Nu** obținem un indice atunci când raportăm:
    a) nivelurile înregistrate de un fenomen în momente diferite de timp;

b) nivelurile înregistrate de un fenomen în unități diferite de spațiu;
c) nivelul realizat al fenomenului la cel planificat;
d) o parte a colectivității la total.

13. **Nu** reprezintă o condiție obligatorie pentru indicii de grup:
a) reversibilitatea în timp;
b) reversibilitatea factorilor;
c) transferabilitatea;
d) circularitatea.

14. Indicii de grup **nu** se pot calcula ca:
a) medie a indicilor individuali;
b) sumă a indicilor individuali;
c) raport a două medii;
d) sub formă de agregat.

15. Dacă se cunosc indicii individuali şi valorile din perioada curentă, calculăm indicii de grup ca:
a) raport a două medii;
b) agregat;
c) medie aritmetică;
d) medie armonică;
e) medie geometrică.

16. Cine a propus un sistem de ponderare cu folosirea ponderilor din perioada de bază:
a) Laspeyres;
b) Paasche;
c) Edgenworth;
d) Fischer.

17. Indicele prețurilor de consum se poate calcula ca un indice de tip:
a) Paasche;
b) Laspeyres;
c) Fischer;
d) indice al valorii;
e) indice al volumului fizic.

18. În descompunerea unui fenomen complex, metoda restului nedescompus, spre deosebire de metoda substituției în lanț:
a) este mai corectă pentru că nu ține seama de natura calitativă sau cantitativă a factorului izolat;

b) este mai corectă pentru că izolează numai factorul calitativ la nivelul perioadei de bază;
c) este mai corectă pentru că ea operează atât cu modificări absolute cât şi cu modificări relative.

19. Restul nedescompus exprimă:
a) influența totală a factorului calitativ;
b) influența totală a factorului cantitativ;
c) influența combinată a celor doi factori;
d) influența izolată a factorului calitativ;
e) influența izolată a factorului cantitativ.

20. Restul nedescompus este:
a) mai mic decât modificarea absolută a fenomenului;
b) mai mare decât modificarea absolută a totală;
c) mai mic decât modificarea absolută a factorului calitativ;
d) mai mic decât modificarea absolută a factorului cantitativ.

9. ELEMENTE DE STATISTICĂ MACROECONOMICĂ

„… contabilitatea națională este o tehnică statistică ce asigură reprezentarea cifrică completă, dar suficient de simplificată a economiei naționale”.

*J.E. Chapron şi M. Seruzier**

9.1. Eurostatistica – sistemul statisticii comunitare

Integrarea europeană a României este un act complex, care a impus adaptarea Instituției Statistice la cerințele şi normele ***eurostatisticii***, atât la nivel microeconomic, cât şi la nivel macroeconomic. Această adaptare presupune o informație statistică oportună şi de calitate, care poate fi obținută prin modernizarea metodologiilor statistice de obținere şi prelucrare a datelor statistice. Ceea ce presupune o perfecționare şi modernizare a tehnologiei (IT), o pregătire a personalului în vederea utilizării eficiente a echipamentului şi aplicațiilor cu caracter statistic.

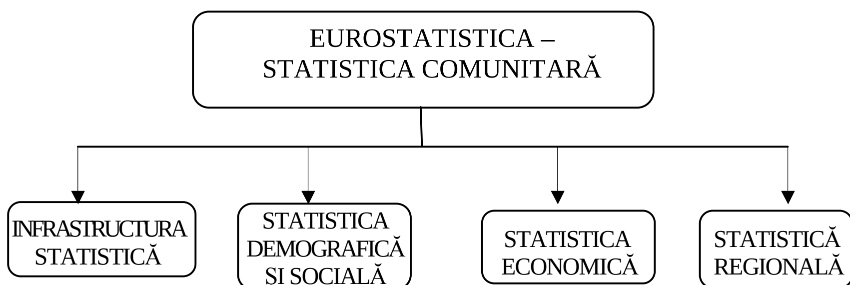
Acquis-ul comunitar – aferent capitolului 12 *Statistica* – cuprinde ansamblul de reglementări, norme, practici ale statisticii comunitare, care trebuie adoptate în sistemul Statisticii Naționale. Astfel, pe 24 mai 2001 s-a adoptat o nouă Lege a Statisticii care a stat la baza organizării Institutului Național de Statistică (I.N.S.).

Un sistem statistic trebuie să aibă o concepție funcțională care, la rândul ei, să determine o concepție structurală generală. Structura generală a statisticii comunitare trebuie să cuprindă (schema 9.1):

- infrastructura statistică;
- statistica demografică şi socială;
- statistica economică;
- statistica regională.

---

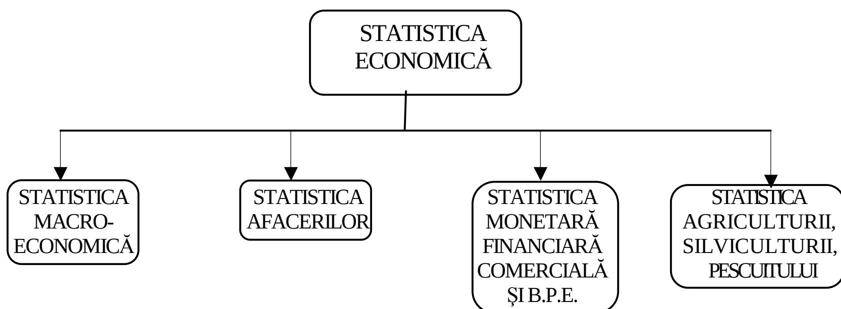
* În *Initiation Pratique à la Comptabilité Nationale selon le nouveau systéme.*



Schema 9.1. *Structura generală a statisticii comunitare*

Statistica economică este una dintre cele mai importante componente ale statisticii comunitare. Astfel, ea cuprinde (schema 9.2):

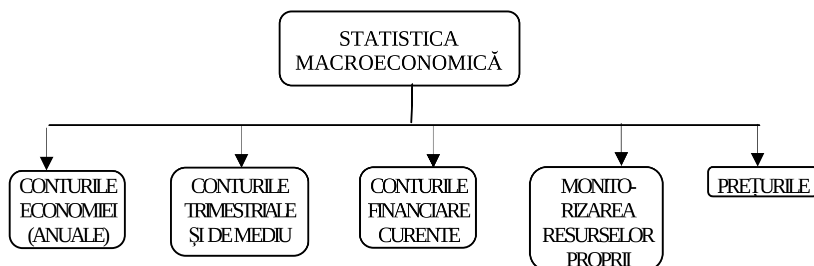
- statistica macroeconomică;
- statistica afacerilor;
- statistica monetară, financiară, comercială şi a balanței de plăți;
- statistica agriculturii, silviculturii, pescuitului.



Schema 9.2. *Structura generală a statisticii economice*

Faptul că acest capitol prezintă elementele macroeconomice, statistica macroeconomică prezintă un mai mare interes pentru noi. De aceea, statistica macroeconomică prezintă, ca statistică generală, (conform schemei 9.3) următoarele capitole:

- conturile economiei – anuale:
  - sistemul european de conturi (SEC);
  - conturile naționale agregate macroeconomice;
  - conturile sectorului guvernamental;
  - conturile sectoarelor instituționale;
  - conturile pe ramuri – tabele/input-output;
  - balanțele stocurilor de capital;
- conturile trimestriale şi de mediu:
  - conturile naționale trimestriale;
  - conturile de mediu;
- conturile financiare curente:
  - conturile financiare curente;
  - balanțele financiare;
- monitorizarea resurselor proprii:
  - PNB din resurse proprii;
  - monitorizarea TVA pe resurse proprii;
- prețurile:
  - indicele prețurilor consumatorilor armonizat;
  - PNB la paritatea puterii de cumpărare;
  - remunerarea oficialilor UE.



Schema 9.3. *Structura generală a statisticii macroeconomice*

Macroeconomia studiază comportamentul economic al unei ţări, având în vedere aspectele generale ce afectează întreaga economie naţională, elimină aspectele particulare, astfel să se ia deciziile cele mai corecte de politică economică.

Astfel, macroeconomia studiază agregatele macroeconomice (investiţiile totale, exporturi, produs naţional), venit naţional, rezultate din activităţile diferitelor sectoare ale economiei (gospodării, firme, guvern).

Atunci, ca elemente specifice în studierea macroeconomiei pot fi:

• *Ciclul economic* – viaţa economică a unei ţări cuprinde cicluri economice care se desfăşoară într-un timp mai mare de un an şi cuprinde mai multe faze: expansiune, criză, recesiune, relansare.

• *Standardele generale de viaţă* – se urmăreşte creşterea acestor standarde prin creşterea producţiei totale şi individuale. Aspectele calitative ale resurselor umane sunt caracterizate prin Indicele dezvoltării umane (IDU) care se compune din trei indicatori:

– *longevitatea*, măsurată prin speranţa medie de viaţă la naştere;

– *nivelul educaţional*, măsurat prin combinarea ratei alfabetizării cu rata de şcolarizare;

– *standardul de viaţă*, măsurat prin PIB pe locuitor, calculat la paritatea puterii de cumpărare.

• *Inflaţia şi recesiunea* – inflaţia este studiată atât în ţările ce trec spre economia de piaţă, cât şi în cele dezvoltate economic – deoarece încercările guvernelor de a controla inflaţia pot duce la recesiuni.

• *Şomajul* – numărul şomerilor este alcătuit din toate persoanele care au declarat că în perioada de referinţă erau înscrise la oficiile de forţă de muncă şi şomaj, indiferent dacă primeau sau nu ajutor de şomaj. Astfel, când o economie se află în faza de recesiune, rata şomajului creşte, iar când are loc o expansiune economică, rata şomajului scade.

• *Deficite bugetare guvernamentale* – deficitele bugetare sunt înregistrate chiar şi în ţările dezvoltate, adică cheltuielile guvernamentale sunt mai mari decât veniturile obţinute prin impozite.

Există mai multe opinii legate de eficienţa deficitelor bugetare:

– unii economişti consideră că deficitul bugetar duce la o scădere a şomajului;

– alţi economişti consideră că împovărarea cu credite externe şi dobânzi este suportată, în final, de populaţie căreia îi cresc impozitele şi taxele.

REMARCĂ!

• Pentru stabilirea unor politici economice adecvate fiecărei ţări este necesară studierea acestor componente macroeconomice, astfel încât să poată fi limitate efectele recesiunii.

9.2. **Definirea Sistemului Conturilor Naţionale (SCN)**

Sistemul Conturilor Naţionale (SCN) este un sistem de evidenţă macroeconomică, ce are ca obiectiv reprezentarea cantitativă, agregată, simplificată, coerentă şi completă a activităţii economice desfăşurate într-o perioadă determinată.

În 1993, organizaţiile internaţionale: FMI, Organizaţia de Dezvoltare ONU la CEE-Eurostat au elaborat SCN prin perfecţionarea trăsăturilor de bază ale vechiului sistem din 1968.

Definiţii ale SCN:

• Institutul Naţional de Statistică îl defineşte „ca un ansamblu coerent şi detaliat de conturi şi tabele, ce oferă o imagine sistematică, comparabilă şi completă a activităţii economice a unei ţări”.

• Jean-Paul Pirion în lucrarea *La Comptabilité Nationale* în 1990 – defineşte SCN ca fiind „o reprezentare globală, detaliată şi cifrică a economiei naţionale folosind cadrele contabile”.

În 1995 a fost elaborat Sistemul European de Conturi Naţionale şi Regionale – SEC 95, care unifică statisticile sociale şi economice ale UE.

De asemenea, SEC 95 va armoniza metodologia şi va da rigoare şi precizie conceptelor, definiţilor, clasificărilor, regulilor contabile – pe baza cărora se obţine o descriere cantitativă, fiabilă şi comparabilă a economiilor ţărilor cuprinse în UE.

Putem prezenta SCN ca fiind:

• un document statistic complex, care permite prezentarea de ansamblu a echilibrelor fundamentale (resurse – utilizatori) la nivelul economiei naţionale;

• un document ce reflectă la scară națională activitatea trecută, pentru a putea cunoaşte fenomenele şi procesele economice specifice;

• face posibilă extrapolarea spre viitor, prin previziuni de noi politici economice, sociale şi financiar-bancare;

• prezintă realitatea economică grupată după caracteristici de timp şi spațiu:

– după *caracteristica de spațiu* se alcătuiesc: conturi naționale în profil teritorial, regional, plurinațional;

– după *caracteristica de timp* se alcătuiesc: conturi trimestrial, anual, pe mai mulți ani, la un moment dat.

Reprezentarea circuitului economic dintr-o țară cu economie deschisă (angajată în schimburi cu străinătatea) se bazează pe câteva premise metodologice:

- definirea şi clasificarea unităților ce efectuează tranzacții pe plan intern şi (sau) extern;
- definirea şi clasificarea fluxurilor dintre aceste unități;
- stabilirea surselor de date necesare caracterizării metodologiilor pentru colectarea şi agregarea datelor;
- coordonarea şi integrarea diferitelor sisteme de indicatori într-un tablou unic, armonizat de informații coerente despre economia națională – sistemul conturilor naționale;
- asigurarea comparabilității internaționale a indicatorilor macro-economici – fără de care nu ar fi posibilă nici aprecierea corectă a conjuncturii economice de țară şi nici justa ierarhizare a participanților la tranzacțiile internaționale.

SCN prezintă unele *particularități*, sistematizate astfel:

• SCN este o metodă de înregistrare şi prezentare cantitativă, agregată, simplificată a realității economice;

• SCN reflectă, prin conținutul său, mecanismele unei economii de piață şi foloseşte conceptele teoriei economice capitaliste a factorilor de producție (potrivit căreia, participanții la activitatea economică sunt recompensați în funcție de contribuția adusă).

• SCN reflectă întreaga activitate umană, concretizată în mărfuri şi servicii, cu caracter marfar sau nemarfar, inclusiv cele legate de asigurarea ordinii publice şi securității sociale.

• SCN este un sistem statistic de evidență ce utilizează tehnici contabile, folosind principiul dublei înregistrări în conturi pentru alcătuirea conturilor analitice care reflectă activitatea agenților economici. Agregarea rezultatelor în indicatori economici foloseşte metodele statistice.

Noțiuni, de bază necesare în analiza SCN sunt:

➢ ***Activitățile economice*** – cuprind totalitatea activităților care urmăresc direct sau indirect satisfacerea nevoilor cu bunuri şi servicii.

➢ ***Subiectele economice*** – unitățile între care se produc tranzacții sunt persoane fizice sau juridice, care decid asupra efectuării activității economice**.** După funcția îndeplinită în cadrul economiei naționale, pot fi cinci categorii de subiecte economice:

- **gospodăriile private** sau **menajele** acționează pe piața factorilor de producție ca ofertante a forței de muncă. Funcția dominantă a acestui subiect este consumul, pentru că îşi utilizează veniturile obținute din muncă sau alte surse (pensii, burse, ajutoare etc.) pentru satisfacerea necesităților de consum;
- **firmele** (societăți comerciale, regii autonome) reprezintă subiectele economice ce produc bunuri şi servicii destinate pieței, având ca scop principal obținerea de profit;
- **statul** (guvernul, administrația publică sau sectorul public) cuprinde subiectele economice care produc bunuri şi servicii cu destinație colectivă, pe care le introduce în circuitul economic fie gratuit, fie la prețuri preferențiale (simbolice, costurile lor fiind acoperite de taxe şi impozite). Statul oferă, prin instituții specializate, servicii de apărare națională, securitate personală, ordine publică, asistență pentru categorii defavorizate ale populației, iluminat public etc.;
- **băncile** reprezintă o categorie aparte de subiecte economice, a căror misiune este formarea capitalului bănesc pe care-l mobilizează de la celelalte categorii de subiecte economice (gospodării, firme, stat) în vederea valorificării de către alte subiecte economice din țară şi străinătate;
- **străinătatea** (restul lumii) este un subiect economic complex, care grupează totalitatea partenerilor externi care au tranzacții cu persoane fizice sau juridice domiciliate într-o țară.

➢***Obiectele activității economice*** sunt bunurile materiale, serviciile de consum, serviciile factorilor de producție şi creanțele.

➢***Tranzacțiile*** exprimă trecerea obiectelor de la un subiect economic la altul.

➢***Evaluarea*** atribuie tranzacției o anumită mărime în expresie monetară.

➢***Datarea*** reprezintă data când are loc tranzacția.

➢***Localizarea*** stabileşte locul unde se efectuează tranzacția. Astfel, se stabileşte dacă tranzacțiile se derulează în cadrul activității din economia națională sau poate fi atribuită altor economii naționale.

Tranzacțiile între subiectele economice sunt prezentate respectând două principii de bază:

1) fiecare tranzacție poate fi reprezentată prin două fluxuri. Ele pot fi **bilaterale** (furnizarea resurselor de muncă de la gospodării către firme şi încasarea veniturilor de la firme către gospodării) sau **unilaterale** (donarea unor sume de bani);

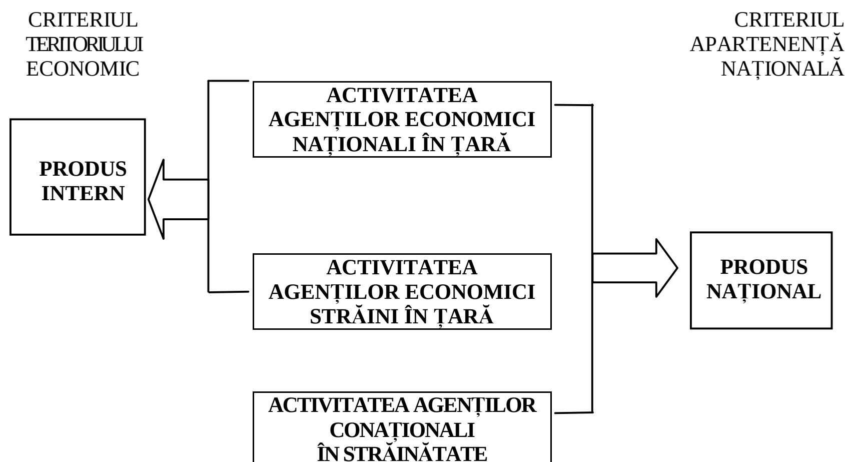
2) plata unor dobânzi pentru eventualele credite primite.

Conturile macroeconomice constituie un sistem de conturi ce stă la baza calculării indicatorilor sintetici şi a analizelor macro-economice. În calculele macroeconomice, delimitarea economiei se realizează pe baza a 2 criterii, unul valabil pentru instituții, celălalt referindu-se la persoanele care aparțin țării respective:

a) economia națională reprezintă totalitatea instituțiilor ce au un centru de interes în teritoriul economic;

b) economia națională reprezintă totalitatea persoanelor ce au un centru de interes pe teritoriul economic.

Calculelor macroeconomice efectuate pe baza criteriului a) le corespunde conceptul de „**intern**" (suma activităților desfăşurate de agenții economici pe teritoriul țării), iar celor realizate pe baza criteriului b) le corespunde conceptul de „**național**" – conform schemei 9.4.



Schema 9.4. *Delimitarea produs intern – produs național*

9.3. **Conturile macroeconomice**

Conturile macroeconomice sunt formate pe baza agregării şi sintetizării informaților cuprinse în conturile alcătuite pe: subiecte economice; sectoare economice; ramuri de activitate.

Conturile sectoarelor rezultă din agregarea conturilor ce caracterizează activitatea subiectelor economice care alcătuiesc fiecare sector, *conturile naționale* se obțin prin *agregarea* şi *consolidarea* conturilor de activitate ale sectoarelor.

Agregarea presupune însumarea tranzacțiilor desfăşurate de subiectele economice aparținând unui sector în relațiile lor cu alte sectoare.

Consolidare:

• presupune compensarea tranzacțiilor de acelaşi fel între subiectele economice aparținând aceluiaşi sector;

• fluxurile reciproce intrasectoriale sunt eliminate din calcul, păstrându-se doar fluxurile intersectoriale;

• fluxurile intersectoriale pot fi şi ele compensate şi atunci se ajunge la *soldare*, adică se înregistrează doar fluxurile nete sau soldurile relațiilor dintre sectoare, pentru a obține relații la scara economiei naționale.

SCN este structurat în două conturi naționale, care se alcătuiesc la nivelul întregii economii:

- Contul 0 „contul sintetic de bunuri";
- Contul 8 „contul străinătatea".

REMARCĂ!

• La nivelul economiei naționale, conturile sintetice „0" şi „8" sunt întotdeauna echilibrate.

• Forma contabilă de cont arată în partea stângă proveniența (resurse), iar în partea dreaptă utilizarea (destinația).

• Diferența dintre resurse şi utilizări se numeşte „sold".

SCN mai are 7 grupe de conturi, numerotate de la 1 la 7, care se elaborează atât la nivelul sectoarelor de activitate, cât şi pe întreaga economie națională.

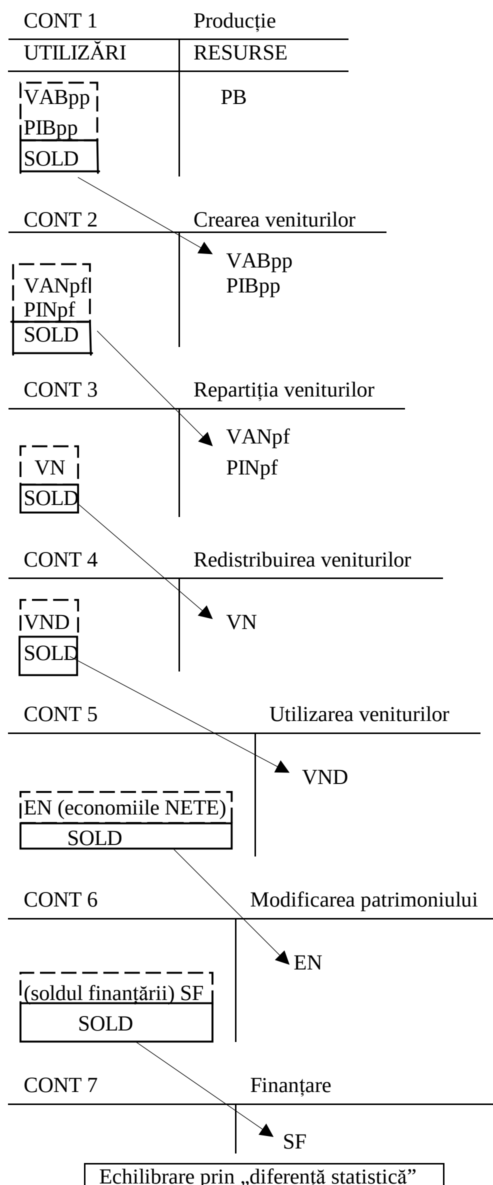
REMARCĂ!

• Grupele de conturi de la „1" la „7" alcătuiesc un circuit logic închis.

• În partea dreaptă a fiecărui cont apare proveniența (RESURSE), iar pe partea stângă destinația (UTILIZĂRI), astfel că diferența dintre Resurse şi Utilizări se numeşte *Sold*.

• Soldul se creează pe partea stângă şi se preia în contul următor pe partea dreaptă.

• Relațiile dintre cele 7 conturi pot fi interpretate ca dublă înregistrare a relațiilor dintre subiectele economice rezidente (conform schemei 9.5).



Schema 9.5. *Schema relațiilor dintre conturile 1 – 7*

Pentru analiza vieții economice din societate putem alcătui următoarele grupe de conturi naționale:

- Conturi care, prin conținutul lor, stau la baza calculării indicatorilor sintetici ai producției de bunuri:
  – contul sintetic de bunuri (contul 0);
  – contul de producție (contul 1).
- Conturi ce stau la baza calculării indicatorilor ce permit analiza formării veniturilor, repartiției şi utilizării acestora:
  – contul de creare a veniturilor (contul 2);
  – contul de repartiție a veniturilor (contul 3);
  – contul de redistribuire a veniturilor (contul 4);
  – contul de utilizare a veniturilor (contul 5).
- Conturi ce stau la baza calculării indicatorilor şi analizei modificării patrimoniului:
  – contul de modificare a patrimoniului (contul 6);
  – contul de finanțare (contul 7).
- Conturi ce stau la baza analizei tranzacțiilor cu străinătatea (restul lumii). Acesta este contul 8 (restul lumii), care are anexe ce cuprind informații detaliate referitoare la relațiile economice ale țării cu alte state.

PREZENTAREA CONTURILOR SCN

➢ ***Contul sintetic de bunuri (contul 0)*** este un cont elaborat numai la nivelul economiei naționale. Înregistrează dimensiunea şi proveniența bunurilor materiale şi serviciilor pe sectoare şi ramuri de activitate, precum şi utilizarea acestora în scopuri productive, pentru consum şi dezvoltare.

Contul sintetic de bunuri (contul 0)

RESURSE	UTILIZĂRI
– Valoarea producției (pe ramuri şi sectoare economice) – **PB** – Import – **Imp** – Impozite nete pe produse şi import – **IIN**	– Consum intermediar (pe ramuri şi sectoare economice) – **CI** – Consum final – **CF** – Investiții brute – **Inv.b** – Export – **Exp.**
Producția totală de bunuri = Utilizarea totală a bunurilor	

Contul 0 nu prezintă sold, este echilibrat prin relația de egalitate între resurse şi utilizări:

PB +Imp + IIN = CI + CF +Inv.b + EXP (9.1)

Contul trebuie corelat cu tabelul input-output care prezintă detaliat pe ramuri şi subramuri producția de bunuri şi utilizarea acesteia.

➢ ***Contul de producție (contul 1)*** se construieşte la nivelul sectoarelor şi pe ansamblul economiei naționale şi sintetizează tranzacțiile ce caracterizează activitatea de producție a subiectelor economice interne. Elementele contului de producție sunt evidențiate detaliat prin tabelul input-output. Soldul contului este valoarea adăugată brută (VAB – la nivelul unui sector), respectiv produsul intern brut (PIB – la nivelul economiei naționale). Este construit după conceptul „intern".

Contul de producție (cont 1)

– Consumul intermediar (pe sectoare) – **CI**	– Valoarea producției brute (pe sectoare economice) – **PB**
– Valoarea adăugată brută (pe sectoare) – **VABpp** sau – Produsul intern brut (pe economia națională) – **PIBpp**	

Pe baza datelor din acest cont se calculează indicatorii care stau la baza aprecierii activității firmei:

- **Valoarea adăugată brută (VAB)**

VAB = PB – CI (9.2)

unde: VAB – se exprimă la prețurile pieței (când include impozitele indirect nete);
– stă la baza calculării la nivel macroeconomic a produsului intern brut (PIB)

VAB = A +Rm +IIN + D+Pr (9.3)

unde: A = amortizarea capitalului fix; Rm = salarii; IIN = impozite indirecte nete; D = dobânzi, rente; Pr = profit.

- **Excedentul brut de exploatare (EBE) –** evidenţiază profitul (Pr) şi amortizarea capitalului fix (A):

$$EBE = VAB - IIN - Rm \quad (9.4)$$

- **Excedentul net de exploatare (ENE)** – exprimă profitul întreprinzătorului

$$ENE = EBE - A \quad (9.5)$$

- **Produsul intern brut (PIB)**

$$PIBpp = PB - CI \quad (9.6)$$

unde: PIBpp – produsul intern brut în preţul pieţei.

➢ ***Contul de creare a veniturilor (contul 2)*** evidenţiază, pentru fiecare sector şi pentru întreaga economie, formarea veniturilor din activitatea economică şi din patrimoniu. Se exprimă prin ***valoare adăugată netă (VAN)***, când calculul se face la nivel de sectoare, sau prin ***produsul intern net (PIN)***, când calculul se face la nivelul economiei naţionale.

Contul de creare a veniturilor (cont 2)

– Amortizarea – **A** – Impozite indirecte pe produse şi pe import – **II**	– Valoarea adăugată brută (pe sectoare) – **VABpp** sau – Produsul intern brut (pe economia naţională) – **PIBpp** – Subvenţii – **Sv**
– Valoarea adăugată netă (pe sectoare) – **VANpf** sau – Produsul intern net (pe economia naţională) – **PINpf**	

Elementele acestui cont servesc la calculul PINpf:

$$PINpf = PIBpp + Sv - (A+II) = PIBpp - A - IIN \quad (9.7)$$

➢ ***Contul de repartiţie a veniturilor (contul 3)*** evidenţiază repartiţia primară a veniturilor. Cuprinde veniturile factorilor create în interiorul ţării, veniturile factorilor încasate în străinătate şi veniturile plătite străinătăţii. La alcătuirea contului se realizează trecerea de la conceptul „intern” la conceptul „naţional”.

Contul de repartiție a veniturilor (cont 3)

– Veniturile factorilor de producție plătite în străinătate – **VFPS**	– Produsul intern net (pe economia națională) – **PINpf** – Veniturile factorilor încasate din străinătate – **VFIS**
– Produsul național net (pe economia națională) – **PNNpf** sau – Venitul național – **VN**	

Venitul național (VN), numit şi produsul național net (PNNpf), se obține adăugând la PINpf soldul veniturilor factorilor de producție în raport cu străinătatea (SVFS):

VN sau PNNpf = PINpf + SVFS = PINpf + (VFIS – VFPS) (9.8)

➢ ***Contul de redistribuire a veniturilor (contul 4)*** evidențiază elementele care stau la baza caracterizării şi analizei trecerii de la indicatorul venit național (VN) (soldul contului 3) la venit național disponibil (VND) sau venitul disponibil (VD).

Contul de redistribuire a veniturilor (cont 4)

– Transferuri curente plătite către alte țări – **TCPS**	– Venitul național – **VN** sau – Produsul național net la prețurile factorilor – **PNNpf** – Transferuri curente încasate de la alte țări – **TCIS** – Impozite indirecte nete – **IIN**
– Venitul disponibil – **VD** sau – Venitul național disponibil – **VND**	

Venitul național disponibil (VND) se obține după relația:

VD = VND = VN + (TCÎS – TCPS) = VN + STCS (9.9)

unde: STCS = soldul transferurilor curente în raport cu străinătatea.

Venitul brut disponibil (VBD) se obține:

VBD = VND + A (9.10)

unde: A = amortizarea capitalului fix.

Soldul contului este ***venitul disponibil (VD),*** numit şi ***venitul național disponibil (VND).***

➢ ***Contul de utilizare a veniturilor (contul 5)*** arată utilizarea în interiorul țării a veniturilor nete disponibile prin consumul final (consumul privat de membrii societății şi de consumul public de investiții).

Contul de utilizare a veniturilor (cont 5)

– Consumul final (**CF**): • consum privat (**CPV**) • consum public (**CPB**)	– Venitul național disponibil – **VND**
– Economii nete – **E**	

Soldul contului îl reprezintă economiile nete (E):

$E = VND - CF = VND - (Cpv + Cpb)$ (9.11)

Economiile reprezintă principala sursă de finanțare a investițiilor, astfel în analiza economică se foloseşte frecvent conceptul de *economie netă* (E), cât şi cel de *economie brută* (EB), diferența fiind dată de amortizarea capitalului fix (A), potrivit relațiilor:

$EB = E + A$ sau $EB = VD + A - CF$ (9.12)

➢ ***Contul de modificare a patrimoniului (contul 6)*** evidențiază economiile brute şi transferurile de patrimoniu din străinătate (partea dreaptă) şi componentele în care s-au concretizat aceste surse (partea stângă). Contul este numit şi *acumulare*, pentru că reflectă formarea patrimoniului material datorită investițiilor şi modificarea stocului creanțelor şi angajamentelor, cât şi finanțarea acestuia. Transferurile de patrimoniu sunt considerate transferuri de bani, care reprezintă pentru cel puțin unul din sectoarele implicate în tranzacție o modificare nemijlocită a patrimoniului.

Contul de modificare a patrimoniului (contul 6)

1. Cumpărări de bunuri capitale 2. Bunuri capitale din producție proprie } (**Inv.c**) 3. Modificarea stocurilor – Δ**S** } (**Inv.b**) 4. Transferuri de patrimoniu către alte țări (subiecte economice) – **TPRS**	6. Amotizarea (**A**) 7. Economii nete (**EN**) } (**EB**) 8. Transferuri de patrimoniu din alte țări (**TÎRS**)
5. Soldul finanțării (**SF**) („+” excedent, „–” deficit)	

Venitul disponibil, obținut într-o perioadă de timp, se poate utiliza pentru consum productiv sau pentru investiții.

Soldul finanțării (SF) se calculează astfel:

$$SF = (EN + A + TÎRS) – (Inv.c + \Delta S + TPRS) = (EB + TÎRS) – (Inv.b + TPRS) \quad (9.13)$$

$$SF = (EB – Inv.b) + (TÎRS – TPRS) \quad (9.14)$$

unde: Inv.c = investiții curente;
Inv.b = investiții brute;
EB = economia brută.

➢ ***Contul de finanțare (contul 7)*** exprimă, pe ansamblul țării, modificările intervenite în nivelul şi structura creanțelor şi angajamentelor financiare ale țării.

Contul de finanțare a modificării patrimoniului (cont 7)

– Modificări la nivelul creanțelor	– Modificări la nivelul angajamentelor – Soldul finanțării – **SF**
	Diferență statistică („+” excedent „–” deficit)

Pe ansamblul economiei, acest cont ar trebui să fie echilibrat (modificarea angajamentelor = modificarea creanțelor din întreaga economie). Deoarece datele utilizate provin din surse diferite, contul apare cu un anumit sold, care se echilibrează prin *„diferență statistică”*.

Concluzie**:** Conturile prezentate (contul 1 până la 7) prezintă un sold la utilizări, care este preluat în contul imediat următor la resurse ceea ce

poate fi interpretat ca dublă înregistrare a relațiilor dintre subiectele economice rezidente. În schimb, relațiile cu nerezidenții apar doar simplu înregistrate, ceea ce impune utilizarea unui cont „oglindă" – contul 8 – străinătatea.

➢ ***Contul străinătatea sau restul lumii (contul 8)*** arată tranzacțiile subiectelor economice interne cu alte țări. În debitul contului se înregistrează veniturile provenite din străinătate, iar în creditul contului plățile făcute către străinătate.

Contul se mai numeşte şi cont „oglindă", pentru că înregistrările se fac din punct de vedere al străinătății şi nu din punct de vedere al economiei țării. Exemplu: importul de mărfuri sau servicii apare ca o vânzare a străinătății către țară (deşi ea constituie o resursă pentru agenții economici din țară). Exportul se înregistrează ca o cumpărare de către străinătate.

Contul străinătatea sau restul lumii (contul 8)

– Importuri de mărfuri şi servicii	– Exporturi de mărfuri şi servicii încasate
– Venituri din activitatea economică şi din patrimoniu plătite străinătății	– Venituri din activitatea economică şi din patrimoniu încasate din străinătate
– Transferuri curente către străinătate	– Transferuri curente din străinătate
– Transferuri de capital către străinătate	– Transferuri de capital din străinătate
– Modificarea creanțelor	– Modificarea angajamentelor

Contul 8 se echilibrează prin modificarea creanțelor/angajamentelor externe sau influențând rezervele oficiale (+ sau –).

Contul sintetic 8 se defalcă pe patru subconturi astfel:

- *Subcontul extern de bunuri şi servicii* evidențiază importul şi exportul. Soldul contului reflectă soldul balanței externe de bunuri şi servicii.
- *Subcontul extern al veniturilor factorilor şi al transferurilor curente.* Soldul contului este soldul curent al balanței externe.
- *Subcontul de capital* arată influența transferurilor de capital în/din străinătate.
- *Subcontul financiar* exprimă modificările intervenite în nivelul şi structura creanțelor şi angajamentelor față de străinătate.

9.4. **Principalii indicatori macroeconomici de rezultate**

Rolul indicatorilor macroeconomici este acela de a ilustra cantitativ performanțele economiei naționale.

Indicatorii propriu-zişi de rezultate sunt:

- produsul intern brut (PIB)/produsul național brut (PNB);
- produsul intern net (PIN)/produsul național net (PNN);
- venitul național (V.N.);

iar agregatele macroeconomice de venituri:

- venitul personal (VP);
- venitul disponibil (VD), numit şi venit național disponibil (VND).

Metodele de estimare a indicatorilor macroeconomici sunt:

- pe baza fluxurilor reale de bunuri şi servicii:
  – în funcție de producerea lor → metoda de producție;
  – în funcție de consumul lor → metoda de consum;
- pe baza fluxurilor financiare dintre subiectele economice:
  – în funcție de formarea veniturilor → metoda veniturilor;
  – în funcție de folosirea venitorilor → metoda cheltuielilor.

Pornind de la principiul că ceea ce pentru un subiect economic reprezintă venituri, constituie pentru alt subiect economic cheltuieli – se poate accepta că ele reflectă aceeaşi realitate economică. Datorită acestui principiu indicatorii macroeconomici pot fi calculați prin trei metode diferite, în funcție de informațiile utilizate. Indicatorii macroeconomici sintetizează tranzacțiile efectuate între agenții economici într-o perioadă determinată (1 an). Aceste tranzacții sunt exprimate prin fluxuri monetare (de venituri şi cheltuieli). Astfel: producția finală totală = totalul veniturilor realizate în activitatea economică – totalul cheltuielilor pentru cumpărarea bunurilor şi serviciilor.

Putem analiza indicatorii macroeconomici după:

- **Natura lor:**
  – de producție (PIB, PNB, PIN, PNN);
  – de venituri (VN, VND).
- **Elementele componente:**
  – indicatori **globali: PGB** (au în componența lor consumul intermediar şi amortizarea);
  – indicatori **bruți: PIB; PNB** (includ amortizarea);
  – indicatori **neți: PIN; PNN.**

➢ Principiul „**intern**” sau „**național**”:
– **interni**: PIB; PIN;
– **naționali:** PNB; PNN.
➢ **Prețurile** utilizate în evaluarea lor:
– **prețurile pieței**: PIBpp; PINpp; PNNpp.
– **prețurile factorilor**: PIBpf; PINpf; VN.

Se mai pot examina în prețuri curente sau constante.

➢ **Produsul Intern Brut (PIB)**. Măsoară valoarea brută a producției finale de bunuri şi servicii, produse în decursul perioadei de calcul de subiectele economice, care îşi desfăşoară activitatea economică în interiorul țării. Este un indicator reprezentativ pentru țările în curs de dezvoltare.

PIB se determină prin 3 metode:
– metoda de producție;
– metoda utilizării finale (metoda cheltuielilor);
– metoda veniturilor.

1. ***Metoda de producție*** surprinde contribuția fiecărui agent economic la producția de bunuri şi servicii.

$$VAB_i = VPB_i - CI_i \quad (9.15)$$

$$PIB = \Sigma VAB_i = PGB - CI \quad (9.16)$$

$$PIB_{pf} = \Sigma VPB_i - \Sigma CI_i , \quad (9.17)$$

unde: VAB_i = valoarea adăugată brută la nivelul sectorului i;
CI_i = consumul intermediar al sectorului i;
PGB = produsul global brut – însumează totalitatea bunurilor şi serviciilor produse şi puse la dispoziția conaționalilor în vederea folosirii;
CI = consumul intermediar.

PIB exprimat la prețuri de piață nu ia în calcul consumul intern (CI), ci doar producția destinată consumului final (CF).

$$PIBpp = \Sigma VAB_{i,pf} + I_n^{ind} = PIB_{pf} + I_n^{ind} \quad (9.18)$$

unde: PIBpp = produsul intern brut la prețurile pieței;
I^{ind} = impozite indirecte; I_n^{ind} = impozite indirecte nete;
S = subvenții de exploatare.

$$I_n^{ind} = I^{ind} - S$$

I_n^{ind} = reprezintă *plăți obligatorii* ale unităților producătoare către stat;
– impozite pe produs; taxe vamale; TVA; accize etc.

Impozitele indirecte nete trebuie plătite, indiferent de realizarea profitului.

S = *subvențiile pe produs* – sunt sume repartizate de stat unor unități producătoare, pentru a menține la nivel scăzut prețul de piață al anumitor bunuri şi servicii de consum.

EXEMPLU: *Metoda de producție* – PIB pe ramuri de activitate

	Categorii de resurse	Notația	Valoarea (prețuri curente)	
1.	Agricultură, silvicultură		88.537	**I** VABi
2.	Industrie		201.953	
3.	Comerț		155.000	
4.	Transport, poştă, telecomunicații		83.800	
5.	Activități financiar-bancare		120.990	
6.	Alte servicii		59.000	
7.	Impozite indirecte	$\mathbf{I^{ind}}$	96.000	**II** IIN = II – SV
8.	Subvenții pe produs	**S**	-4.600	

Sursa: date convenționale

I. $PIB_{pf} = \sum_{i=1}^{6} VAB_i = 709.280$

II. $PIBpp = PIB_{pf} + (I_n^{ind} - S) = 709.280 + (96.000 + 4.600) = 809.880$

2. ***Metoda utilizării finale (metoda cheltuielilor)*** presupune însumarea componentelor care exprimă utilizarea finală a bunurilor şi serviciilor, evaluate la prețul pieței, mai puțin valoarea bunurilor şi serviciilor utilizate.

PIBpp = CP + CG + FBC + EN (9.19)

unde: CP = consum privat;

CF = consum final; CF = CP + CG

CG = consum guvernamental (consumul statului, consum public);

FBC = formarea brută a capitalului;

FBC = FBCF + ΔS

FBC = inv.b + ΔS

FBC = inv.n + A + ΔS

unde: FBCF = formarea brută de capital fix;

ΔS = modificarea stocurilor de producție;

Inv. b = investiție brută; Inv.n = investiție netă;

EN = export net (diferența dintre valoarea bunurilor şi serviciilor exportate (E) şi valoarea celor importate (I)).

Consumul privat (CP) reprezintă valoarea bunurilor şi serviciilor de consum destinate satisfacerii nevoilor oamenilor şi a celor din producție proprie care au fost consumate (autoconsum).

Consumul guvernamental (CG – consumul statului) include producția statului (valoarea serviciilor nedestinate pieței, produse de administrația publică şi privată în folosul colectivității), din care se elimină serviciile vândute şi investițiile capitale.

Formarea brută a capitalului (FBC) reprezintă valoarea bunurilor durabile, destinate altor scopuri decât cele utilitare, cu o anumită valoare, dobândite de unitățile producătoare rezidente, în scopul de a fi utilizate pe o durată mai mare decât un an în procesele lor de producție, precum şi valoarea serviciilor încorporate în bunurile de capital fix.

Variația stocurilor reprezintă diferența dintre intrările şi ieşirile din stocurile în cursul perioadei considerate.

Exportul net (EN = E – I) sau soldul schimburilor comerciale cu străinătatea, care majorează (E < I) sau restrânge (E > I) oferta pe piața națională.

EXEMPLU: *Metoda utilizării finale* – PIB pe categorii de utilizatori

	Categorii de utilizatori	Notația	Valoarea (prețuri curente)
1.	Consumul final	CF = CP + CG	687.880
2.	Formarea brută de capital fix	FBCF	161.060
3.	Variația stocurilor	ΔS	6.190
4.	Export net (E – I)	EN	-45.250

$$PIBpp = CF + FBCF + \Delta S + EN = $$
$$= 687.880 + 161.060 + 6.190 – 45.250 = 809.880$$

3. ***Metoda veniturilor*** presupune însumarea elementelor care exprimă compensarea factorilor de producție, concretizate în veniturile primite de proprietarii acestora (salarii, dobânzi rente, profituri), în alocațiile pentru consumul de capital fix şi în impozite indirecte.

$PIBpf = \Sigma VF + A$

unde: A = amortizarea capitalului fix.

ΣVF = suma veniturilor factorilor de producție.

$PIBpp = CM + ENE + I_n^{ind} + A$

unde: A = amortizarea capitalului fix;

CM = compensarea factorului muncă, ce include salariile angajaților, contribuții plătite asigurărilor sociale;

ENE = excedentul net de exploatare ce cuprinde: dobânda netă, profitul brut.

EXEMPLU: *Metoda veniturilor* – PIB pe ramuri de activitate

Nr. crt.	Categorii de resurse	Simbol	Valoarea
1	Salarii brute	Sal_b	180.000
2	Alte venituri din muncă	Vmc	460.001
3	Contribuții la asigurări sociale	CAS	54.000
I	**Compensarea muncii**	**CM**	280.000
4	Impozit pe profit	Ipr	90.000
5	Dividende	Dv	50.280
6	Profituri nedistribuite	Prn	160.000
II. A.	Profitul înainte de impozitare	Pr	300.280
II. B.	Dobânzi nete încasate de firme	Db	69.000
II. (II.A.+ II.B.)	**Excedentul net de exploatare**	**ENE**	369.280
7	Impozite directe pe produs	Iind	96.000
8	Subvenții pe produs	Sv	– 4.600
III	**Impozite indirecte nete**	$I_{ind}^{net} = I_{ind} - Sv$	100.600
IV.	**Amortizarea capitalului fix**	**A**	60.000

$PIBpp = CM + ENE + I_{ind}^{net} + A$

$809.880 = 280.000 + 369.280 + 100.600 + 60.000$

➢ **PRODUSUL INTERN NET (PIN)** reprezintă mărimea valorii adăugate a bunurilor şi serviciilor produse de agenții economici interni, într-o anumită perioadă.

Dacă se exprimă în **prețurile factorilor PIN_{pf}**, indică valoarea netă a bunurilor finale din punct de vedere al producătorului:

$$PIN_{pf} = PIB_{pp} - A - I_n^{ind} = PIB_{pf} - A \quad (9.20)$$

unde: $PIB_{pp,pf}$ = prețul intern brut în prețurile pieței/prețurile factorilor;

A = amortizarea capitalului fix;

I_n^{ind} = impozite indirecte nete.

Dacă se exprimă în **prețul pieței** (adică, inclusiv impozitele indirecte) arată aceeaşi producție finală, dar din punct de vedere al consumatorului:

$PIN_{pp} = PIB_{pp} – A$ (9.21)

La nivelul sectoarelor, valoarea adăugată netă este:

$VAN_{i,pp} = VAB_{i,pp} – A_i$ (9.22)

şi $PIN_{pp} = \sum VAN_{i,pp}$ (9.23)

Prin **metoda cheltuielilor**:

$PINpp = CP + CG + INV^n + EN$ (9.24)

unde: CP = consum privat;

CG = consum guvernamental (consumul statului, consum public);

INV^n = investițiile nete (investiții brute – amortizarea).

De regulă, PIN se calculează ca diferență între produsul intern brut (PIB) şi amortizare (A):

$PIN = PIB – A$ (9.25)

➢ **PRODUSUL NAȚIONAL BRUT (PNB)** se defineşte ca fiind valoarea curentă de piață, a tuturor bunurilor şi serviciilor finale produse de agenții economici naționali, atât în țară, cât şi în exterior, într-o perioadă de un an. PNB mai este denumit:

– *venit național brut* – dacă se evaluează în prețurile factorilor;

– *cheltuială națională brută* – dacă este exprimat în prețurile pieței.

Calculul PNB_{pp} se foloseşte de PIB_{pp}, calculat la prețul pieței şi de soldul valorii adăugate brute, create de agenții economici străini în interiorul țării ($SVAB_{pp}$):

$PNB_{pp} = PIB_{pp} + SVAB_{pp}$ (9.26)

unde: PNB_{pp} = produsul național brut în prețurile pieței;

PIB_{pp} = produs intern brut la prețurile pieței;

$SVAB_{pp}$ = soldul veniturilor în raport cu străinătatea.

OBSERVAȚII!

- În țările dezvoltate economic, este preferat ca indicator reprezentativ PNB.
- În țările în curs de dezvoltare, mai semnificativ este PIB.

➢ **PRODUSUL NAȚIONAL NET (PNN)** exprimă valoarea netă a bunurilor şi serviciilor finale produse de agenții economici naționali, într-o perioadă de timp, indiferent dacă este obținută în exteriorul țării.

Produsul național net poate fi calculat:

- pornind de la PNB şi PIB

$PNN_{pp} = PNB_{pp} – A$ (9.27)

sau

$PNN_{pp} = PIB_{pp} + SVAB_{pp} – A$ (9.28)

- pornind de la PIN, care este corectat cu soldul dintre veniturile din activitatea economică şi din patrimoniu ale agenților economici naționali care îşi desfăşoară activitatea în străinătate şi cele ale agenților economici străini de pe teritoriul țării (SVAS):

$PNN_{pf} = PIN_{pf} + SVAS$ (9.29)

unde: SVAS = soldul veniturilor în raport cu străinătatea.

Venitul național (VN) exprimă veniturile totale ale proprietarilor factorilor de producție implicați în activitatea economică.

Când PNN este determinat la prețurile factorilor, este denumit şi venit național (VN):

$PNN_{pf} = VN$ (9.30)

Venitul național se mai poate determina:

$VN = PNN_{pf} = PIB_{pp} + SVAS – A – I_n^{ind}$ (9.31)

$VN = PNB_{pp} – A – I_n^{ind}$ (9.32)

$VN = PNN_{pp} – I_n^{ind}$ (9.33)

Venitul național disponibil (VND) este venitul național corectat cu transferurile cu străinătatea care nu au legătură cu procesul de producție (cotizații, ajutoare, taxe etc. plătite (primite în/din străinătate). VND = VN + STCS; unde: STCS = soldul transferurilor curente cu străinătate)

REMARCĂ! VND determină mărimea venitului personal, cererea finală de produse şi servicii de consum şi capacitatea de investiții.

Venitul personal al populației sau al menajelor (VPM)

În procesul repartiției primare şi redistribuirii veniturilor, populația primeşte venituri care se evidențiază prin:

• *Indicatorul venituri personale ale gospodăriilor sau ale menajelor* (VPM).

Acest indicator se calculează scăzând din venitul național disponibil (VND) elementele care nu revin populației (contribuția

pentru asigurări sociale – CAS, profitul nedistribuit, impozitul pe profit) şi se adaugă veniturile populației care provin din transferuri (pensii, ajutoare, burse, alocații etc.).

• *Veniturile disponibile ale menajelor* (VDM):

– se calculează prin scăderea din veniturile personale ale menajelor (VPM), impozitele şi taxele plătite de populație (Imp.p).

– acest indicator ne arată posibilitățile pentru consum (C) şi pentru economisire (E), arătând veniturile nominale ale populației.

Relații de calcul:

• *Venituri personale ale menajelor (VPM)*

$VPM = VND – V_S + V_T$

unde: VND = venituri național disponibil

V_S = venituri care revin altor sectoare (CAS, profituri nedistribuite, impozitul pe profit);

V_T = venituri provenite din transferuri către populație (pensii, burse, ajutoare, alocații etc.)

• *Venituri personale disponibile ale menajelor (VDM)*

VDM = VPM –Imp.p   sau   VDM = C + E

unde: Imp.p = impozite şi taxe plătite de populație;

C = consum; E = economie.

Pentru a analiza puterea de cumpărare a populației, trebuie calculate veniturile reale ale populației (VRP).

Astfel, VRP se calculează ca raport între veniturile nete (VDM) şi indicele prețurilor de consum (IPC):

$VRP = \frac{VDM}{IPC}$, unde: VDM = veniturile disponibile ale menajelor.

Pe baza acestor relații se pot determina:

• veniturile nete şi reale ale populației;

• venitul mediu net şi real pe o familie (acesta trebuie calculat având în vedere anumite criterii: statutul capului de familie, categoria socio-profesională, numărul şi vârsta copiilor etc.);

• venitul mediu net şi real pe o persoană.

Venitul disponibil al menajelor (VDM) este folosit pentru cumpărarea de bunuri şi servicii utilizate pentru satisfacerea directă a nevoilor umane individuale (consum – C), cât şi pentru economisire (E) sau investiții.

Consumul populației reprezintă totalitatea produselor alimentare şi nealimentare consumate şi a serviciilor folosite de populație în scopuri neproductive pentru o perioadă de timp.

Consumul total al populației (CTP) – de produselor alimentare, nealimentare şi servicii într-o perioadă de timp este un indicator care reprezintă consumul final al populației (CF).

Atunci, consumul total a populației (CTP): $CTP = \sum g \cdot p$

unde: g = reprezintă întreg consumul populației;

p = prețurile (de achiziție sau de producție) ale mărfurilor şi serviciilor achiziționate de populație.

Pe baza indicelui prețurilor de consum (IPC) se pot determina consumurile reale ale populației (CRP): $CRP = \frac{CTP}{IPC}$.

Pentru analizele economice se pot folosi şi alți indicatori:

• *ratele consumului* – exprimă ponderea consumului final (CF) în PIB;

• *rata veniturilor din muncă* – ca procent din VN (venitul național);

• *PIB pe locuitor* – exprimă rezultatele ce revin în medie pe o persoană.

9.5. **Indici de prețuri utilizați în statistica macroeconomică**

O economie cu o rată mare a inflației presupune riscuri mari economice şi financiare. De aceea, în tranzacțiile de import-export cu o anumită țară, agenții economici de comerț exterior trebuie să țină seama de măsura în care prețurile rămân relativ stabile într-o economie.

Statistica utilizează trei tipuri de indicatori:

– indicele prețurilor producătorilor (I^{PP});

– indicele prețurilor consumatorilor (I^{PC});

– indicele general al prețurilor (deflatorul PIB sau PNB; I^{gp}).

➢ **Indicele prețurilor producătorilor (I^{PP})** are la bază înregistrarea prețurilor la prima tranzacție semnificativă (când se tranzacționează loturi mari de produse) între agenții economici. Se calculează ca un indice Laspeyres:

$$I_{1\backslash 0}^{PP} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \qquad (9.34)$$

sau pe baza indicilor individuali ai prețurilor $i_{1/0}^{p} = \frac{p_1}{p_0}$ astfel:

$$I_{1\backslash 0}^{PP} = \frac{\sum i_{1/0}^{p} \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \sum_{i} i^{p} * g_0^{p} \qquad (9.35)$$

unde: $g_0^{p} = \frac{p_0 q_0}{\sum p_0 q_0}$ reprezintă structura valorică a livrărilor din perioada de bază.

OBSERVAȚII!

• Se determină ușor, baza de date trebuind actualizată numai pentru noile prețuri p_i.

• Datorită acestui avantaj este un indice relativ ieftin, necesitând costuri mici.

Dezavantaje:

– structura fixă a indicelui (dată de formula de calcul Laseyres) supraestimează creșterile de prețuri;

– indicele ia în considerare numai livrările între agenții economici, ignorând total consumul final.

➢ **Indicele prețurilor consumatorilor (I^{PC})** are la bază supravegherea prețurilor de vânzare către consumatorul final. Se calculează ținând seama de structura cheltuielilor efectuate pentru cumpărarea mărfurilor și serviciilor determinată pe baza bugetelor de familie. Se calculează tot ca un indice Laspeyres:

$$I_{1\backslash 0}^{PC} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} \qquad (9.36)$$

unde: p_i = prețurile mărfurilor și tarifele serviciilor cumpărate în perioada de bază (p_0), respectiv perioada curentă (p_1);

q_0 = cantitățile cumpărate în perioada de bază.

Se poate calcula şi pe baza indicilor individuali ai prețurilor $i^p_{1/0} = \frac{p_1}{p_0}$ astfel:

$$I^{PC}_{1\backslash 0} = \frac{\sum i^p_{1/0} \cdot q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum_i i^p * g^p_0 \quad (9.37)$$

unde: $g^p_0 = \frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ este ponderea cheltuielilor din perioada de bază, în totalitatea cheltuielilor efectuate pentru procurarea mărfurilor şi serviciilor din coşul de consum.

➢ **Indicele general al prețurilor (I^{gp})** are în vedere mişcarea tuturor categoriilor de prețuri din economie, pornind de la destinația rezultatelor economice.

$$PIB = CP + CG + FBC + (E - I) = \Sigma D_i \quad (9.38)$$

unde: CP = consum privat;
CG = consum guvernamental;
FBC = formarea brută a capitalului;
(E-I) = exportul net.

Pentru fiecare din cele patru destinații se calculează câte un indice de prețuri de tip Paasche (pe baza indicilor individuali de prețuri, ca medie armonică ponderată a indicilor individuali ai prețurilor):

$$I^p_{1/0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{1}{i^p_{1/0}} q_1 p_1} \quad (9.39)$$

unde, deflatorul PIB se poate calcula: $D = \frac{PIB^{crt}}{PIB^{comp}}$

unde: PIB^{crt} este PIB în prețuri curente;
PIB^{comp} este PIB în prețuri comparabile.

$$D^*_j = \frac{D_j}{I^p} \quad (9.40)$$

Deoarece PIB = ΣDj , iar $PIB^* = \sum_{j=1}^{4} D^*_j$ (9.41)

rezultă indicele general de prețuri: $I^{gp} = \frac{PIB}{PIB^{comp}}$, (9.42)

$$PIB^{comp} = \frac{PIB^{crt}}{D}$$

unde: PIB^*= produs intern brut exprimat în prețuri comparabile;

I^{gp} = indicele general de prețuri este numit şi deflator PIB(D).

➢ **Rata anuală a inflației (R_{inf})** se obține pe baza indicelui general al prețurilor (I^{gp}):

$$R_{inf} = (I^{gp} - 1) \cdot 100 \qquad (9.43)$$

➢ **Indicele costului vieții (I^{cv})**[1]**.** Acest indice este utilizat în comparații internaționale. Se poate calcula ca o medie armonică a indicilor individuali ai prețurilor ($\frac{1}{i^p_{1/0}}$):

$$I^{CV}_{1/0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum \frac{1}{i^p_{1/0}} p_1 q_1} \qquad (9.44)$$

Acest indice (I^{cv}), ca şi indicele prețurilor consumatorilor (I^{Pc}), se foloseşte pentru calculul veniturilor reale ale populației:

$$V_r = \frac{Vn}{I^{PC}} \text{ sau } V_r = \frac{Vn}{I^{CV}} \qquad (9.45)$$

unde: V_r = venituri reale exprimate în prețuri comparabile (prețurile unui singur an);

V_n = venituri nominale în prețuri curente (ale anului respectiv).

OBSERVAȚII!

- I^{cv} se utilizează în țările cu economie în tranziție, în general în cazul țărilor unde structura consumului cunoaşte modificări semnificative la perioade foarte scurte.
- I^{PC} se utilizează în țările cu economie stabilă.

---

[1] Begu L.S., *Statistică internațională*, Editura All Beck, Bucureşti, 1999.

9.6. **Comparații în timp și comparații internaționale**

Factorii de decizie, la orice nivel economic, sunt interesați de performanțele economice reale ale indicatorilor economici analizați.

În mod obişnuit, indicatorii economici obținuți sunt exprimați în prețuri curente ale perioadei de calcul şi sunt numiți *indicatori nominali*.

Astfel, pentru cunoaşterea dinamicii reale a indicatorilor sintetici macroeconomici trebuie înlăturată variația prețurilor. De regulă, se utilizează indicii de timp Laspeyres şi Paasche.

• ***Indicele de prețuri Laspeyres***:

$$I^{PL} = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0},$$

unde: $p_{1,0}$ = prețurile din perioada curentă şi de bază;
q_0 = cantitatea din perioada de bază.

REMARCĂ!

• Se calculează cu rapiditate, datorită structurii din bază şi faptului că trebuie cunoscute doar prețurile curente.

• Pentru că nu ține seama de produsele nou apărute, ci numai de cele din structura de bază care au fost parțial înlocuite în consum – creează aparența unei creşteri a prețurilor mai mare decât în realitate.

• ***Indicele de prețuri de tip Paasche***: $I^{PP} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$

REMARCĂ!

• Este mai greu de calculat, datorită folosirii cantităților din perioada curentă.

• În comparație cu indicele Laspeyres, el diminuează creşterea reală a prețurilor, deoarece reflectă produsele înlocuite în consum cu o pondere mai mică decât în perioada anterioară.

• De asemenea nu se ține seamă de situațiile când creşterea prețurilor este justificată datorită îmbunătățirii parametrilor tehnici şi calitativi ai bunurilor.

Comparațiile internaționale s-au intensificat odată cu procesul de integrare a statelor europene. De aceea, s-a impus folosirea unei metodologii comune atât de organismele internaționale, cât şi de

instituțiile statistice naționale. Astfel, o problemă esențială o constituie exprimarea indicatorilor într-o valută unică. Una din metodele cele mai folosite este *evaluarea pe baza parității puterii de cumpărare*. Pentru aceste evaluări se folosesc indicii de prețuri:

• indicele Laspeyres: $I^{PL} = \dfrac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0}$,

• indicele Paasche: $I^{PP} = \dfrac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_1}$.

REMARCĂ!

• Indicii de prețuri folosesc în calcul:

– prețurile acelorași produse din cele două țări comparate;

– prețurile produselor sunt ponderate fie cu cantitățile unei țări (exemplu țara A), fie cu cantitățile celeilalte țări (țara B).

Relațiile de calcul:

$$I^{PP}_{A/B} = \frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A} \text{ sau } I^{PL}_{B/A} = \frac{\sum p_A q_B}{\sum p_B q_B},$$

Datorită aplicării unor ponderi diferite între cei doi indici vor exista diferențe, astfel pentru înlăturarea lor se va calcula indicele de preț de tip Fischer – ca medie geometrică a celor doi indici Laspeyres și Paasche:

$$I^{PF} = \sqrt{I^{PP} \cdot I^{PL}} = \sqrt{\frac{\sum p_A q_A}{\sum p_B q_A} \cdot \frac{\sum p_A q_B}{\sum p_B q_B}}$$

REMARCĂ!

• Calcularea unui astfel de indice general de prețuri este dificil de realizat. Calculul acestui indice este făcut numai de organismele naționale și internaționale de statistică.

• Indicii de prețuri, astfel calculați, arată paritatea puterii de cumpărare a valutelor naționale ale țărilor comparate. Adică ei exprimă raportul dintre necesarul de unități monetare ale țării A și ale țării B pentru cumpărarea acelorași cantități de produse. Indicii pot arăta raporturile existente între valutele țărilor comparate.

Pe baza acestor indici de prețuri se calculează indicatorii macroeconomici de rezultate (produsul intern, produsul național, venitul național, consumul populației etc.).

Apoi se pot efectua comparații internaționale astfel:

⇒ produsul intern, venitul național, consumul populație pe locuitor şi indicii acestor indicatori (luând ca bază nivelurile înregistrate în alte țări):

$$pib = \frac{PIB}{P}; \qquad I^{pib}_{A/B} = \frac{pib_A}{pib_B}$$

unde: PIB = produsul intern brut total;

p = numărul mediu al populației;

$pib_{A,B}$ = produsul intern brut pe locuitor în țara A, respectiv B.

⇒ structura pe ramuri şi dinamica indicatorilor de rezultate, comparativ cu cele înregistrate în alte țări.

⇒ eficiența factorilor de producție (productivitatea muncii, eficiența capitalului fix etc.); compararea lor cu indicii de eficiență specifici altor țări.

CONCEPTE-CHEIE: *Sistemul Conturilor Naționale (SCN); subiecte economice; conturi macroeconomice, produsul intern brut (PIB); produsul intern net (PIN); produsul național brut (PNB); produsul național net (PNN); venitul național (VN); indicele prețurilor producătorilor (IPp); indicele prețurilor consumatorilor (IPC); indicele general de prețuri (Igp).*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Ce reprezintă *sistemul conturilor naționale* (SCN) ca instrument statistic?
2. Ce particularități ale SCN cunoaşteți?
3. Ce înțelegeți prin noțiunile de bază folosite în analiza SCN? Descrieți aceste noțiuni.
4. Specificați conturile din care este alcătuit SCN. Prezentați aceste conturi.

5. Cum calculați indicatorul valoare adăugată brută (VAB)? Dar excedentul de exploatare?
6. Prezentați formulele de calcul pentru:
   - produsul intern net (PIN);
   - venitul național;
   - produsul național net (PNN);
   - venitul național disponibil (VND);
   - economiile nete (EN).
7. Care sunt principalii indicatori macroeconomici de rezultate?
8. Ce este şi cum se poate calcula PIB?
9. Ce este şi cum se poate calcula PIN?
10. Ce este şi cum se poate calcula PNB? Dar PNN?
11. Enumerați principalii indicatori de prețuri folosiți în statistica macroeconomică. Relații de calcul şi utilizări ale acestor indici.
12. Ce indici de prețuri folosim pentru comparațiile în timp?
13. Cum putem realiza comparațiile internaționale?

10. **STATISTICA BALANȚEI DE PLĂȚI EXTERNE**

10.1. **Noțiuni şi concepte generale**

Poziția unei țări, în raporturile ei cu restul lumii, este reflectată în două documente, a căror elaborare a fost armonizată sub auspiciile Fondului Monetar Internațional (FMI):

- **balanța de plăți externe (BPE),** dacă se au în vedere fluxurile dintre rezidenți şi nerezidenți;
- **poziția investițională internațională (PII)**, dacă se are în vedere stocul de creanțe şi angajamentele financiare ale economiei. Acest document este cunoscut şi sub denumirea de ***balanța creanțelor şi angajamentelor externe*.**

În țara noastră, de elaborarea acestor documente se ocupă Banca Națională a României. Începând cu 1994 au fost aplicate normele metodologice actualizate privitoare la înregistrarea şi raportarea operațiunilor valutare ce reprezintă tranzacții şi fac obiectul BPE. Aceste norme sunt cuprinse în *Manualul balanței de plăți*, publicat de **Fondul Monetar Internațional** în 1993.

Concluzii:

- Datele cuprinse în aceste documente stau la baza alcătuirii diferitelor componente ale conturilor naționale (conturi de producție, de venituri, de capital şi financiare) şi sunt utile la măsurarea produsului intern brut.
- Raportul dintre încasările şi plățile externe, respectiv intrările şi ieşirile de investiții străine, joacă un rol important în luarea deciziilor politice cu caracter macroeconomic.
- Aceste documente stau la baza unor studii analitice, cum sunt:

– studiul dezechilibrelor dintre încasări şi plăți şi necesitatea unor măsuri de promovare sau de ajustare;
– analiza problemelor legate de datoria externă;
– studiul legăturilor dintre cursul de schimb şi fluxurile contului curent şi contul de capital şi financiar etc.

Potrivit *Manualului BPE,* elaborat sub auspiciile FMI, BPE este un document statistic care rezumă tranzacțiile unei economii cu restul lumii, de-a lungul unei perioade de timp, de obicei un an.

La baza elaborării BPE stau câteva concepte importante:

- **Tranzacție internațională**, prin care se înțelege transformarea, comercializarea, transferul sau stingerea unei valori economice în relațiile unei economii cu restul lumii.
- **Rezidenți** sau **nerezidenți** – distincția dintre cele două noțiuni se referă la centrul principal de interes sau activitate.

Rezidenții unei economii sunt alcătuiți din totalitatea persoanelor fizice şi juridice care au interes economic în teritoriul economic al țării respective:

– familiile şi indivizii care îşi creează în cadrul economiei o gospodărie;
– firmele (societăți comerciale sau regii autonome), corporațiile sau cvasicorporațiile (sucursale ale investitorilor străini ce nu au dobândit personalitate juridică);
– organizații private nonprofit;
– administrația publică centrală (guvernul) şi locală.

Nerezidenții sunt:

– persoane fizice şi juridice străine care ființează în afara teritoriului economic al țării;
– conaționalii care şi-au mutat centrul de interes economic/activitate în străinătate;
– turiştii străini;
– oameni de afaceri şi funcționari diplomatici aflați temporar pe teritoriul altei țări decât cea de origine.

- **Centru de interes economic** se află într-o țară atunci când o persoană fizică sau juridică are plasamente în economia acelei țări. Astfel, se angajează sau intenționează să se angajeze în tranzacții comerciale sau financiare pe o perioadă de timp nu mai mică de un an.

- **Teritoriul economic al ţării** corespunde teritoriului geografic administrat de guvernul unei ţări, unde persoanele, bunurile şi capitalul circulă liber. Teritoriul economic al unei ţări cuprinde spaţiul aerian, apele teritoriale, teritorii din apele internaţionale asupra cărora ţara are drepturi exclusive, enclavele teritoriale din restul lumii, zonele libere, depozitele de graniţă şi/sau unităţile operate de firme nerezidente sub controlul vamal al ţării respective.
- **Evaluarea tranzacţiei** se face la preţul pieţei, reprezentând suma de bani pentru care tranzacţia se încheie între parteneri, plăţi independente, reunite din interese strict economice.
- **Momentul înregistrării tranzacţiei** este momentul schimbului de proprietate. În practică este momentul în care se înregistrează în contabilitatea băncii în care partenerii au deschise conturile lor.
- **Principiul dublei înregistrări** în elaborarea BPE este acela prin care fiecare tranzacţie care se înregistrează trebuie să fie reprezentată prin două intrări, care au aceeaşi valoare. O intrare este pe credit cu semnul plus „+”, iar cealaltă este pe debit cu semnul minus „–”. Astfel, suma intrărilor cu semnul „+” este egală cu suma intrărilor cu semnul „–”, iar soldul va fi zero.

În practică, datele pentru alcătuirea BPE provin din surse diferite, astfel, sistemul de înregistrare prin dublă partidă nu este perfect, conturile nu se echilibrează, putând apărea erori şi omisiuni.

Majoritatea intrărilor din BPE se referă la tranzacţii în care valorile economice sunt date sau primite în schimbul altor valori economice. Acestea constau din *resurse reale* (bunuri, servicii şi venituri) şi *poziţii financiare*.

Dacă tranzacţia dă naştere unei înregistrări unice, trebuie făcută o înscriere (numită transfer), special concepută pentru a asigura compensarea necesară.

Ţara care alcătuieşte BPE înregistrează pe:

- **Credit (activ):**
  – **resurse reale**, indicând exporturi de bunuri materiale şi servicii, încasări de venituri aferente factorilor de producţie care au părăsit ţara;

– **poziții financiare**, reprezentând reduceri ale activelor externe sau creşteri ale pasivelor externe ale economiei.

- **Debit (pasiv):**
  – **resurse reale**, reprezentând importuri de bunuri materiale şi servicii, plăți cu titlu de venituri ale factorilor de producție intrate în țară din străinătate în vederea valorificării;
  – **poziții financiare**, reprezentând creşterea activelor externe ale țării sau reduceri ale pasivelor externe ale economiei.

Pentru activele reale sau financiare, o cifră pozitivă (credit) arată o scădere, în timp ce o cifră negativă (debit) arată o creştere.

Pentru angajamente, o cifră pozitivă (credit) arată o creştere, în timp ce o cifră negativă (debit) arată o diminuare.

Transferurile sunt trecute pe credit când înscrierile pe care le compensează sunt făcute în debit şi sunt trecute pe debit când înscrierile sunt efectuate în credit.

BPE se întocmeşte de autoritatea monetară centrală (BNR) pe baza raportărilor lunare ale tuturor băncilor comerciale autorizate de ea să intermedieze tranzacții comerciale şi financiare internaționale. Pentru a se asigura întreaga gamă de informații necesare în gestionarea echilibrului extern, BPE se elaborează:

- global – pentru a arăta totalitatea tranzacțiilor economiei naționale cu restul lumii;
- bilateral – cu fiecare țară parteneră, pentru evidențierea particularităților tranzacțiilor comerciale şi financiare;
- regional – cu grupări de state, care adoptă şi respectă reguli comune în tranzacțiile cu România.

10.2. **Definirea Balanței de plăți externe (BPE)**

Manualul FMI, elaborat în 1993 pentru armonizarea modului de întocmire a BPE şi a poziției investiționale a unei țări, recomandă țărilor membre FMI să repartizeze în două conturi totalitatea tranzacțiilor lor cu restul lumii:

- **contul curent** sau BPE curente **(Balanței de plăți externe curente);**
- **contul de capital şi financiar** sau **balanța mişcărilor de capital**.

Fiecare dintre aceste conturi se detaliază pe subconturi (capitole), posturi şi poziţii, pentru a evidenţia specializarea internaţională a economiei ţării, precum şi interesele economice şi financiare pe care le promovează.

Balanţa de plăţi *este un document statistic* în care sunt rezumate tranzacţiile economice ale unei ţări cu restul lumii pentru o perioadă dată. Balanţa de plăţi nu se ocupă de plăţi, *ci* de tranzacţii.

Tranzacţia este un *flux economic* care reflectă crearea, transformarea, schimbul, transferul sau stingerea unei *valori economice* şi presupune transferul de proprietate asupra bunurilor şi/sau drepturilor financiare, prestarea de servicii sau disponibilizarea de forţă de muncă şi capital.

Tranzacţiile din BPE sunt operaţiuni desfăşurate între rezidenţi şi nerezidenţi. În BPE se includ şi *tranzacţiile cu creanţe financiare* între doi rezidenţi din sectoare diferite ale economiei (autoritatea monetară, guvern, bănci, alte sectoare), precum şi *tranzacţiile cu angajamente financiare externe* între doi nerezidenţi (dar rezidenţi în ţări diferite).

Rezidenţa economică nu se bazează pe naţionalitate sau alte criterii legale, deşi poate fi similară cu conceptul de *rezident*, utilizat în multe ţări prin stabilirea plătitorilor de taxe şi impozite.

Particularităţi ale BPE:

- BPE lucrează cu fluxuri (nu cu stocuri), astfel urmăreşte evenimentele economice pe parcursul unei perioade de timp de referinţă.
- Există o deosebire între BPE şi reflectarea plăţilor externe, pentru că un număr de tranzacţii internaţionale pot, sau nu pot, să dea loc unei plăţi, iar unele nu comportă niciun fel de plată.

Prezentarea BPE este făcută în tabelul 10.1.

Tabelul 10.1. *Balanța de plăți externe*

1. **CONTUL CURENT (A+B+C)**
   A. *Bunuri şi servicii*
      a) bunuri fob (export/import);
      b) servicii.
   B. *Venituri*
      – din muncă;
      – din investiții directe;
      – din investiții de portofoliu;
      – din alte investiții de capital (dobânzi).
   C. *Transferuri curente*
      – sector oficial;
      – alte sectoare.
2. **CONTURI DE CAPITAL ŞI FINANCIAR (A+B)**
   A. *Contul de capital*
      a) transferuri de capital;
      b) achiziționare/vânzare active nemateriale/nefinanciare.
   B. *Contul financiar*
      a) investiții directe;
      b) investiții de portofoliu;
      c) alte investiții de capital;
      d) conturi în tranzit;
      e) conturi de cliring/barter;
      f) active de rezervă.
3. **ERORI ŞI OMISIUNI (net)**

TOTAL GENERAL

- **CONTUL CURENT AL BPE** cuprinde trei capitole distincte: A – Bunuri şi servicii; B – Venituri; C – Transferuri curente.

  A. *Bunuri şi servicii* cuprinde:

  – balanța comercială, respectiv importul şi exportul de bunuri materiale (tangibile sau vizibile) evaluate la prețuri franco-frontieră vamală a țării exportatoare sau prețuri *fob port* de îmbarcare (*fob-free on board* = liber la bordul navei);

– **balanța serviciilor**, care cuprinde încasări şi plăți rezultate din prestarea de servicii între rezidenți şi nerezidenți (prezentată şi la capitolul de comerț exterior şi servicii).

Capitolul ***Bunuri***[1] cuprinde:

- mărfuri de export (import);
- bunuri pentru prelucrare;
- reparații de bunuri;
- procurare de bunuri în porturi de către cărăuşi;
- aur monetar.

Capitolul ***Servicii*** cuprinde:

- servicii de transport;
- turism-călători;
- alte servicii.

B. ***Venituri sau balanța veniturilor*** cuprinde încasări şi plăți cauzate de faptul că factorii de producție trec frontiera țării pentru valorificare, iar veniturile rezultate sunt (fie şi parțial) repatriate. Astfel, se înregistrează:

- venituri din muncă;
- venituri din investiții directe şi de portofoliu;
- venituri acumulate de un investitor din deținerea de active financiare (depozite bancare, împrumuturi acordate, efecte de comerț şi servicii etc.).

C. ***Transferurile curente*** cuprind intrările şi/sau ieşirile de resurse reale (bunuri sau servicii) şi financiare (cotizații, burse, premii etc.) fără compensare din partea beneficiarului. Transferurile sunt făcute de *instituțiile administrației publice* (subvenții acordate/primite pentru susținerea bugetului curent, contribuții la bugetele administrative ale organizațiilor internaționale, burse de stat, premii internaționale, cheltuieli pentru întreținerea reprezentanțelor diplomatice, consulare, culturale, militare etc.), fie de *persoane fizice*, fie de *organizații private*, conform legislației în vigoare şi în legătură cu interesele pe

[1] Pentru detaliere vezi, Begu L.S., *Statistică internațională*, Editura All Beck, Bucureşti, 1999 – capitolul *Bunuri*.

care le promovează (chirii, moşteniri, premii, burse, donații, ajutoare nerambursabile operate între rezidenți şi nerezidenți).

Capitolul **Transferuri curente** este format din:

– Transferuri ale guvernului general;

– Transferuri private.

➢ **CONTUL DE CAPITAL ŞI FINANCIAR AL BPE** sau **BALANȚA DE CAPITAL** evidențiază mişcările de capital în două tipuri de tranzacții:

A. ***Contul de capital*** cuprinde toate operațiile cu achiziționarea şi vânzarea de *active nefinanciare* ce nu sunt rezultatul muncii umane (terenurile, bogățiile subsolului), precum şi *active intangibile* (brevete, mărci etc.), dar şi operațiile de încasare sau plăți în vederea transferului internațional al capitalului, tranzacționate între rezidenți şi nerezidenți.

B. ***Contul financiar*** reuneşte operațiile care au ca obiect activele financiare:

– schimbarea proprietății activelor financiare străine;

– crearea şi/sau lichidarea de creanțe în relația cu restul lumii, în cadrul activelor şi pasivelor financiare externe ale unei economii.

Operațiile sunt structurate pe tranzacții:

1. **Investiții directe**[2], formate din:
   - investiții directe de capital ale rezidenților în străinătate;
   - investiții ale nerezidenților în România.

   Investițiile directe presupun plasamente financiare într-o întreprindere situată în afara teritoriului economic al țării investitorului, în condițiile influențării în luarea deciziilor pentru obținerea de profit.
2. **Investiții de portofoliu**[3] – tranzacții care au ca obiect acțiuni şi obligațiuni negociate pe piața bursieră sau extrabursieră:
   - valori mobiliare de natura acțiunilor (pe activ);
   - valori mobiliare de natura obligațiunilor (pe activ);
   - valori mobiliare de natura acțiunilor (pe pasiv);
   - valori mobiliare de natura obligațiunilor (pe pasiv).

---

[2] *Ibidem.*

[3] *Ibidem.*

În activ se înregistrează creanțele deținute de rezidenți asupra nerezidenților, iar în pasiv angajamentele rezidenților față de nerezidenți.

Investițiile de portofoliu sunt plasamente financiare într-o societate comercială sau bancară situată în afara teritoriului economic al țării investitorului, cu scopul de a asigura o valorificare mai avantajoasă a capitalului pe piața externă decât se poate obține pe propria piață financiară.

3. **Alte investiții de capital**[4] se referă la creditele financiare, împrumuturile de la FMI şi folosirea acestora:
   - *la activ*:

   – împrumuturi şi credite pe termen lung;
   – împrumuturi şi credite pe termen scurt;
   – documente de export, pe termen lung, în curs de decontare;
   – documente de export, pe termen scurt, în curs de decontare;
   – numerar şi cecuri;
   – depozite deținute de rezidenți;
   – alte active;
   - *la pasiv*:

   – credite şi împrumuturi de la FMI;
   – împrumuturi şi credite pe termen lung;
   – împrumuturi şi credite pe termen scurt;
   – documente de import, pe termen lung, în curs de decontare;
   – documente de import, pe termen scurt, în curs de decontare;
   – numerar şi cecuri;
   – depozite deținute de nerezidenți în România;
   – alte pasive.
4. **Conturi în tranzit** conține conturi cu sume a căror proveniență sau destinație este în curs de stabilire.
5. **Conturi de cliring/barter** înregistrează numai mişcarea activelor şi pasivelor nete.

[4] *Ibidem*.

BARTER:

→ este o compensaţie globală, la nivel de grupe de întreprinderi ce pot aparţine uneia sau a mai multor ramuri economice;

→ se face pe baza unor contracte, care nu prevăd existenţa unui suport financiar pentru stingerea datoriilor, de aceea devine necesară existenţa unei scrisori de garanţie bancară.

CLEARING:

→ este o compensaţie globală privind schimbul reciproc de mărfuri şi servicii între două sau mai multe ţări. Schimbul se efectuează fără a fi însoţit de schimb de devize;

→ se formează raportul: importatori – bancă de compensaţie – exportatori;

→ calculul de compensaţie se face în mod global la sfârşitul anului (prin livrări de mărfuri, prestaţii de serviciu, plăţi în valută etc. – pentru eventualele solduri debitoare).

6. **Activele de rezervă** sunt sub controlul şi la dispoziţia autorităţii monetare din fiecare ţară (BNR) pentru a echilibra BPE, pentru intervenţii pe piaţa valutară în vede-rea influenţării cursului de schimb al monedei naţionale. Ele sunt constituite din aur monetar, drepturi speciale de tragere (DST), poziţia de rezervă la FMI, disponibilităţi în valute străine şi alte creanţe.

- Poziţia **ERORI ŞI OMISIUNI** apare în BPE cu o anumită încărcare, fie pe debit fie pe credit, ca urmare a faptului că tranzacţiile financiare şi comerciale derulate de către băncile comerciale au o formă complexă, ce nu permite identificarea uşoară a structurii analitice propuse de FMI prin *Manualul Balanţei de plăţi externe*. Tranzacţiile derulate chiar în ziua prezentării la BNR a rapoartelor lunare de către băncile comerciale rămân a fi adăugate abia la sfârşitul anului.

Pentru că datele necesare alcătuirii balanţei provin din surse diferite, procesul de contabilizare prin dublă intrare nu este perfect. Omisiunile şi inadvertenţele tind să se compenseze; mărimea diferenţei nete nu poate fi considerată ca indicator al acurateţei unei balanţe, iar analiza diferitelor poziţii ale balanţei rămâne la nivelul unei tentative de caracterizare. O diferenţă mare şi persistentă în timp afectează credibilitatea întregii balanţe, iar BPE n-ar mai putea fi folosită ca instrument de analiză macroeconomică.

Echilibrarea BPE

Datorită dublei înregistrări a tranzacţiilor cu restul lumii, BPE a unei ţări este, în mod necesar, echilibrată, în sensul că la nivel global credit = debit sau încasări = plăţi, iar soldul este nul.

Soldul BPE arată relaţia în care se găsesc cele două conturi principale (contul curent şi contul de capital şi financiar) din punct de vedere al intrărilor şi ieşirilor generate de tranzacţiile internaţionale.

Soldul se calculează ca diferenţă (sumă netă) între încasările (creditul) şi plăţile (debitul) aferente tranzacţiilor înscrise în balanţă.

De obicei se constată un dezechilibru, fie într-un sens fie în celălalt. Astfel, dacă încasările sunt mai mari decât plăţile, soldul este *pozitiv* sau *excedentar* (balanţă activă sau excedentară). Dacă încasările sunt mai mici decât plăţile, soldul este *negativ* sau *deficitar* (balanţă pasivă sau deficitară).

Conceptele de dezechilibru activ/pasiv, excedent/deficit, se aplică în cazul unei balanţe globale de plăţi externe numai conturilor, capitolelor sau poziţiilor din balanţă şi nu întregii balanţe.

Excedentul contului curent al BPE poate determina:

- o reducere a propriei datorii externe faţă de străinătate prin achitarea unor tranşe din împrumuturile acordate;
- creşterea rezervelor oficiale ale ţării;
- împrumuturi acordate nerezidenţilor;
- un export de capital sub formă de investiţie în străinătate etc.

Deficitul contului curent al BPE generează în contul de capital financiar următoarele operaţii:

- un import de capital;
- o amânare a rambursării datoriei externe;
- cheltuirea unei părţi din rezervele oficiale pentru a achita plăţile scadente etc.

BPE se va împărţi în două conturi:

- contul curent aflat „peste linie”;
- contul de capital şi financiar aflat „sub linie”.

Dezechilibrul constatat *deasupra liniei* în contul curent se reglează prin balanţa de sub linie.

Când soldurile posturilor contului curent nu se compensează, diferența „+” sau „–” este absorbită prin posturile aflate *sub linie*, iar în ultimă instanță ea grevează asupra activelor de rezervă ale statului.

La nivel regional sau bilateral, BPE sunt adeseori în dezechilibru. Astfel, BNR, în calitate de autoritate monetară centrală, are misiunea de a supraveghea aceste dezechilibre parțiale şi de a sugera guvernului măsuri de politică financiară, comercială şi economică, menite să corecteze în timp aceste dezechilibre, pentru ca ele să nu afecteze grav schimburile țării cu restul lumii.

REMARCĂ! Balanța globală a unei țări nu poate rămâne dezechilibrată, pentru că soldul exprimă influența tranzacțiilor efectuate de o economie cu restul lumii, asupra rezervelor internaționale nete ale țării.

10.3. **Indicatori statistici pentru analiza BPE**

Pornind de la mecanismul de echilibrare al BPE, cele două conturi (contul curent şi contul de capital şi financiar) fac obiectul analizei statistice. Dezechilibrul din fiecare cont se analizează prin:

– mărimea absolută şi relativă a dezechilibrului, pentru a cunoaşte amploarea acestei stări;
– evoluția în timp a dezechilibrului;
– structura dezechilibrului pentru explicarea originilor sale.

10.3.1. *Indicatori statistici pentru analiza contului curent al BPE*

Dacă asociem toate înregistrările din creditul BPE cu încasările generate de exportul de mărfuri sau de servicii (x_j), iar cele din debitul BPE cu plățile pentru import (m_j), atunci soldul (S_j) al unei poziții j $\left(j=\overline{1,k}\right)$ va fi:

$$S_j = x_j - m_j \qquad (10.1)$$

La nivelul balanței, **soldul contului curent** este dat de diferența dintre încasările totale şi plățile totale:

$$\mathbf{S} = \sum_{j=1}^{k} S_j = \sum_j x_j - \sum_j m_j = X - M,$$

unde:

$\sum_j x_j$ = încasările totale;

$\sum_j m_j$ = plățile totale.

Soldul poate fi:

– S > 0: sold excedentar sau activ, când încasările depăşesc plățile;

– S = 0: sold echilibrat, sold zero, când încasările sunt egale cu plățile;

– S < 0: sold deficitar sau pasiv, când încasările sunt depăşite de plăți.

OBSERVAȚIE! Mărimea absolută a soldului contului curent sau a soldului uneia din componentele sale, ne foloseşte pentru a putea continua analiza, dar ea nu permite emiterea unei constatări calitative. De aceea, calculul mărimilor relative ale soldului ne va permite să vedem cât este de grav dezechilibrul.

➢ **Ponderea soldului contului curent în PIB** este o mărime derivată, care ne arată deficitul (excedentul) contului curent față de PIB:

$$MRS = \frac{S}{PIB} \cdot 100 \qquad (10.2)$$

unde: MRS = ponderea soldului contului curent în produsul intern brut;

S = X – M este soldul contului curent; PIB = produsul intern brut.

OBSERVAȚII!

- Un dezechilibru de 2% până la ±4% este firesc, cu condiția să nu se permanentizeze.
- Dacă este cuprins între ±5% şi ±10%, este un semnal de alarmă pentru factorii de decizie la nivel macroeconomic.
- Dacă dezechilibrul depăşeşte 10% față de PIB, este semnul unor disfuncții grave în economie.

➢ **Gradul de deschidere a economiei (GDE)** unei țări sau „ventilarea” internațională a produsului intern brut al țării respective se poate obține prin:

$$GDE = \frac{X + M}{PIB} \cdot 100 \qquad (10.3)$$

OBSERVAȚIE! Raportul poate fi mai mare sau mai mic de 100%, arătând măsura în care comerțul exterior contribuie la realizarea PIB.

➢ **Mărimea relativă a soldului față de volumul total al tranzacțiilor (MRS_j)** prezintă avantajul că poate fi calculată la nivelul fiecărui capitol, poziții, posturi etc. cu relația:

$$MRS_j = \frac{S_j}{x_j + m_j} \cdot 100 \quad (10.4)$$

OBSERVAȚII!

- Comparația dintre dezechilibrele relative ale componentelor contului curent şi acesta, cât şi cu dezechilibrul general, relevă posturile ce sunt cel mai grav afectate.
- Pot fi considerate praguri valorile ±15%:
  – dacă $MRS_j > +15\%$, intrările de bani au fost numeroase şi țara respectivă nu îi foloseşte;
  – dacă $MRS_j < +15\%$, importurile rămân neplătite, fapt ce va duce fie la scăderea rezervelor valutare ale țării, fie la creşterea datoriei externe.
- Analiza balanței prin solduri se poate efectua numai dacă semnul soldului rămâne acelaşi.

➢ **Gradul de acoperire a plăților prin încasări (GA)** este o mărime relativă care exprimă gravitatea dezechilibrului prin abaterea față de poziția de echilibru (100%). Gradul de acoperire este expresia procentuală a soldului balanței contului curent:

$$GA = \frac{X}{M} \cdot 100 \quad (10.5)$$

iar la nivelul fiecărei componente:

$$GA_j = \frac{x_j}{m_j} \cdot 100 \quad (10.6)$$

OBSERVAȚII! Utilizarea acestui indicator oferă avantajul de a releva dimensiunea calitativă a dezechilibrului absolut. Astfel:

– GA < 100% arată un sold deficitar;
– GA > 100% arată un sold excedentar.

➢**Indicele gradului de acoperire a plăților prin încasări ($I_{1/0}^{GA}$)** arată evoluția în dinamică a raportului dintre plăți şi încasări:

$$I_{1/0}^{GA} = \frac{GA_1}{GA_0} = \frac{X_1}{M_1} : \frac{X_0}{M_0} = \frac{X_1}{X_0} : \frac{M_1}{M_0} = \frac{I_{1/0}^{X}}{I_{1/0}^{M}} \quad (10.7)$$

OBSERVAȚII!

- $I_{1/0}^{GA}$ = 100% arată o menținere în timp a (dez)echilibrului dintre încasări şi plăți.
- $I_{1/0}^{GA}$ > 100% poate semnifica:
  – creşterea excedentului, caz în care $GA_1 > GA_0$, atât în perioada curentă, cât şi în bază; gradul de acoperire a plăților prin încasări a fost peste 100%, însă în perioada curentă a fost mai mare decât în perioada de bază;
  – trecerea de la starea deficitară sau echilibrată la o balanță excedentară;
  – reducerea pasivului, atunci când, în ambele perioade, gradul de acoperire a plăților prin încasări este sub 100%, însă pasivul balanței s-a redus în perioada curentă față de cea anterioară.
- Dacă $I_{1/0}^{GA}$ < 100% situația se deteriorează de-a lungul anilor, pentru că $GA_1 < GA_0$ şi se observă următoarele efecte:
  – diminuarea excedentului;
  – degradarea balanței, de la un sold pozitiv la unul negativ;
  – sporirea dimensiunilor deficitului.
- Analiza $I_{1/0}^{GA}$ se face în colaborare cu mărimea absolută a soldului în perioada curentă.

Concluzii:

▪ Factorii care acționează asupra contului curent sunt: inflația internă, veniturile disponibile interne, cursul de schimb şi constrângerile guvernamentale.

▪ Dacă rata inflației interne creşte într-o măsură mai mare decât la majoritatea partenerilor, soldul contului curent, în general, scade, ca urmare a faptului că, consumatorii interni vor fi tentați să importe mai multe bunuri şi servicii şi să exporte mai puțin.

▪ Dacă veniturile disponibile ale țării cresc într-un ritm mai mare decât la majoritatea partenerilor de comerț exterior, atunci soldul contului curent al țării respective, în general, va scădea. Nivelul ridicat

al veniturilor duce la creşterea consumului de bunuri şi servicii, inclusiv cele importate.

- Dacă cursul de schimb al monedei țării respective tinde să se aprecieze față de cursurile partenerilor externi, atunci soldul contului curent tinde să scadă. Deci, exportul tinde să devină mai scump.
- Guvernul poate influența soldul contului curent prin impunerea de bariere tarifare şi netarifare la bunurile din import.

10.3.2. *Indicatori statistici pentru analiza contului de capital şi financiar în cadrul BPE*

Contul de capital şi financiar prezintă un anumit sold (S), obținut ca diferență între vânzările de active către nerezidenți (X), ceea ce presupune încasări în valută înregistrate în creditul contului şi achizițiónările de active străine de către rezidenți (M), determinând plăți evidențiate în debit:

$S = X – M$

iar la nivelul fiecărui post se poate stabili un sold (s_j):

$s_j = x_j - m_j$

unde: $S = \sum S_j$; $X = \sum x_j$; $M = \sum m_j$.

➢ **Mărimea relativă a soldului** arată gravitatea dezechilibrului prin raportul între soldul contului (S) şi totalul tranzacțiilor cu active (X+M):

$$MRS = \frac{S}{X+M} \cdot 100 \qquad (10.8)$$

şi, respectiv, la nivelul postului:

$$MRS_j = \frac{s_j}{x_j + m_j} \cdot 100 \qquad (10.9)$$

➢ **Gradul de acoperire a plăților prin încasări (GA)** arată dezechilibrul din tranzacțiile cu active financiare şi nefinanciare:

- la nivelul BPE: $GA = \frac{X}{M} \cdot 100$
- pentru fiecare componentă a contului: $GA_j = \frac{x_j}{m_j} \cdot 100$

➢**Indicele gradului de acoperire a plăților prin încasări ($I_{1/0}^{GA}$)** arată evoluția în dinamică a dezechilibrului:

$$I_{1/0}^{GA} = \frac{GA_1}{GA_0}$$

➢**Rata de contribuție (RC_j)** a fiecărei componente la dezechilibrul total al contului:

$$RC_j = \frac{s_j}{S} \cdot 100 \qquad (10.10)$$

OBSERVAȚIE! Rata de contribuție se poate calcula în măsura în care soldurile (sub)conturilor componente au semnul soldului general al contului de capital şi financiar.

Pentru aprofundarea analizei este necesar să se pornească de la faptul că fiecare tranzacție cu active financiare şi nefinanciare are ca scop valorificarea capitalului investit. Structura rezumată a BPE permite observarea relației dintre veniturile încasate de România din investiții directe în restul lumii (creditul contului curent) şi investițiile directe ale României în restul lumii (debitul contului de capital şi financiar), comparativ cu relația dintre veniturile din investiții străine directe plătite de România către restul lumii şi influxul de capital străin în economia României sub formă de investiții directe. Analiza poate fi extinsă şi pentru investițiile de portofoliu, alte investiții (împrumuturi contractate, respectiv acordate) etc.

Astfel, se pot calcula indicatori[5] ca:

Ponderea diverselor venituri în veniturile totale (V):

- Ponderea veniturilor din investiții directe (VID):

$$P_{VID} = \frac{VID}{V} \cdot 100 \qquad (10.11)$$

---

[5] Begu L.S., *Statistică internațională*, Editura All Beck, Bucureşti, 1999.

- Ponderea veniturilor din investiții de portofoliu (VIP):

$$P_{VIP} = \frac{VIP}{V} \cdot 100 \quad (10.12)$$

- Ponderea veniturilor din alte investiții (VAI):

$$P_{VAI} = \frac{VAI}{V} \cdot 100 \quad (10.13)$$

- **Raportul dintre veniturile din investiții directe** (de pe credit), notate VID și **investițiile directe efectuate** (de pe debit) notate cu ID:

$$R_1 = \frac{VID}{ID} \quad (10.14)$$

OBSERVAȚII!

- $R_1 > 1$ numai în cazul țărilor cu o migrație puternică a capitalului pentru valorificarea pe piețe externe.
- $R_1 < 1$ pentru țările beneficiare de investiții directe străine.

- În țările în curs de dezvoltare se calculează un R_2 prin compararea plăților în contul veniturilor din investițiile directe noi (VID – debit) în total investiții directe (ID – credit):

$$R_2 = \frac{VID\ (debit)}{ID\ \ (credit)} \quad (10.15)$$

OBSERVAȚIE! Raportul este favorabil țării respective când este subunitar, caz în care investițiile directe noi sunt mai mari decât plățile în contul veniturilor din investiții directe acceptate în anii precedenți.

EXEMPLU:

Vom analiza evoluția Balanței de plăți externe a României în anul 2005 față de 2004 cu ajutorul câtorva indicatori statistici (tabelul 10.2):

Tabelul 10.2. *Balanța de plăți*

– u.m. –

	2004			2005		
	Credit A_0	**Debit P_0**	**Sold (+/-) S_0**	**Credit A_1**	**Debit P_1**	**Sold (+/-) S_1**
1. **CONTUL CURENT (A+B+C)**	15.290	17.513	-2.223	18.444	19.969	-1.525
A. ***Bunuri şi servicii***	13.418	16.502	-3.084	16.223	18.825	-2.602
– bunuri fob (export/import)	10.385	14.356	-2.969	13.876	16.487	-2.611
– servicii	2.033	2.148	-115	2.347	2.338	+9
B. ***Venituri***	455	737	-282	413	872	-459
C. ***Transferuri curente***	1.417	274	1.143	1.808	272	1.536
2. Conturi de capital şi financiar (A+B)	6.739	5.240	1.499	8.245	5.863	2.382
A. ***Contul de capital*** – transferuri de capital;	108 108	13 13	95 95	100 100	7 7	93 93
B. ***Contul financiar***						
– investiţii directe	1.303	129	1.174	1.366	238	1.128
– investiţii de portofoliu	1.155	580	575	905	523	382
– alte investiţii de capital	4.150	3.025	1.125	5.821	3.259	2.562
– conturi în tranzit, conturi de cliring/barter	23	9	14	43	24	19
– active de rezervă BNR („–”creştere, „+”scădere)	0	1.484	-1,484	10	1.812	-1.802
3. **ERORI ŞI OMISIUNI (net)**	724	0	724	0	857	-857
Total general	**22.753**	**22.753**	**0**	**26.686**	**26.689**	**0**

Sursa: date convenționale

- *Ponderea soldului curent în PIB* (MRS) este o mărime relativă ce consemnează deficitul (excedentul) contului curent față de PIB:

$$MRS = \frac{S}{PIB} \cdot 100 = \frac{CREDIT - DEBIT}{PIB} \cdot 100$$

2004	2005
-5,53%	-3,33%

PIB:

2004	2005
40.145,5	45.749,1

Dacă interpretăm valorile acestui indicator vom constata:

• $MRS \in (\pm 2\% \text{ şi } \pm 4\%)$ pentru aceste valori dezechilibrul este firesc cu condiția să nu se permanetizeze, iar guvernul trebuie să ia măsuri de reechilibrare a contului curent al Balanței de plăți externe (situația anului 2005);

• $MRS \in (\pm 5\% \text{ şi } \pm 10\%)$ prezintă un semnal de alarmă pentru factorii de decizie la nivel macroeconomic (situația anului 2004).

MSR cu valori mai mari de 10% față de PIB arată un dezechilibru care semnalează grave disfuncții în economia unei țări.

Din analiza soldului curent în PIB în anul 2005, s-a constatat că acesta a avut cea mai redusă pondere (3,33%) după anul 1994.

➢ *Mărimea relativă a soldului contului curent* (S) *față de volumul total al tranzacțiilor* (MRS_T):

$$MRS_T = \frac{S}{CREDIT_T + DEBIT_T} \cdot 100$$

unde pot fi considerate praguri valorice ±10%:

2004	2005
-6,78%	-4,1%

Valorile acestui indicator, situate sub 10%, pot indica că importurile au rămas neplătite, ceea ce va duce la scăderea rezervelor şi la creşterea datoriei externe. Dezechilibrul contului curent este însă considerat acceptabil şi nu implică măsuri monetare sau fiscale imediate.

Dar o valoare a MRS_T, mai mare decât 10%, poate arăta intrări numeroase de bani pe care țara respectivă nu le foloseşte, acestea producând un dezechilibru, care va impune intervenția autorității monetare şi, totodată, va corecta acest dezechilibru în timp.

Avantajele acestui indicator constau în faptul că poate fi calculat şi la nivelul capitolelor, pozițiilor, posturilor etc. Comparația care se poate face între dezechilibrul general şi dezechilibrele relative, ale componentelor contului curent, poate arăta posturile care sunt cele mai grav afectate. Spre exemplificare vom lua:

• capitolul *Bunuri* (Balanța comercială):

$$MRS_j = \frac{S_j}{credit(A_j) + debit(P_j)} \cdot 100$$

2004	2005
-11,53%	-8,61%

• capitolul *Servicii* (Balanța serviciilor):

2004	2005
-2,75%	-0,58%

Din această analiză, observăm dificultatea capitolului *Bunuri*, care în 2001 are o valoare mai mare de 10%, dar, începând cu 2002, se reduce până la 8,61%.

➢ *Gradul de acoperire a plăților prin încasări* (GA):

Acest indicator arată gravitatea dezechilibrului prin abaterea sa față de poziția de echilibru (100%)

$$GA = \frac{CREDIT(incasari)}{DEBIT(plati)} \cdot 100$$

2004	2005
87,31%	92,11%

Cu ajutorul acestui indicator GA putem vedea dimensiunea calitativă a dezechilibrului absolut:

• GA < 100% arată un sold deficitar;

• GA > 100% arată un sold excedentar.

În 2002, indicatorul GA = 92,11% arată o situație economică care se apropie de o stare de echilibru.

➢ *Gradul de deschidere a unei economii* (GDE) se obține:

$$GDE = \frac{CREDIT\,(incasari) + DEBIT\,(plati)}{PIB} \cdot 100$$

2004	2005
81,67%	83,96%

arată măsura în care comerțul exterior al unei țări contribuie la realizarea PIB-ului țării respective (în funcție de cum este indicatorul mai mic sau mai mare de 100%).

Dinamica evoluției dezechilibrelor *Balanței de plăți externe* o putem analiza cu următorii indicatori:

➢ *Indicele soldului contului curent* $I^{S}_{2005/2004}$ se calculează în condițiile în care semnul soldurilor au același semn:

$$I^{S}_{2005/2004} = \frac{S_{2005}}{S_{2004}} \cdot 100 = \frac{-1.525}{-2.223} \cdot 100 = 68{,}6\%$$

Dacă valoarea indicelui este mai mare decât 100% şi soldurile sunt negative, atunci creşterea deficitului contului curent se traduce printr-o deteriorare a Balanței de plăți externe curente. Valoarea indicelui $I^{S}_{2005/2004}$= 68,6%, ceea ce arată o îmbunătățire în 2005 a Balanței de plăți externe curente, printr-o uşoară scădere a deficitului cu 31,4% față de 2004.

Însă, o ameliorare a Balanței de plăți externe curente s-ar produce dacă $I^{S}_{2005/2004}$ > 100%, atunci când el s-ar calcula din solduri pozitive ale contului curent.

➢ *Indicele gradului de acoperire a plăților prin încasări* $I^{GA}_{1/0}$:

$$I^{GA}_{2005/2004} = \frac{GA_1}{GA_0} \cdot 100 = \frac{0{,}9211}{0{,}8731} \cdot 100 = 105{,}56\%$$

Dacă $I^{GA}_{2005/2004} = 105{,}5\%$, deci mai mare decât 100%, rezultă o ameliorare a situației contului curent a Balanței de plăți externe (creşte acoperirea plăților prin încasări).

Analiza poate continua de la balanța comercială şi la celelalte balanțe. Astfel, balanța serviciilor:

Tabelul 10.3. *Balanța serviciilor*

	2004	2005	Indici (%) 2005/2004
Încasări	2033	2347	115,4
Plăți	2148	2338	108,8
Sold	-115	9	-

În 2005, Balanța serviciilor are un excedent de 9 u.m. datorită îmbunătățirii raportului dintre încasări şi plăți la poziția transport:

Tabelul 10.4. *Balanța veniturilor*

			Indici (%)
	2004	2005	2005/2004
Încasări	455	413	90,8
Plăți	737	872	118,3
Sold	-282	-459	162,8

Balanța veniturilor s-a încheiat în 2005 cu un deficit de 459 u.m., ceea ce a reprezentat 30% din deficitul contului curent – datorită măririi ieşirilor de capital sub forma profiturilor din investiții directe şi din investiții de portofoliu.

Tabelul 10.5. *Balanța transferurilor curente*

			Indici (%)
	2004	2005	2005/2004
Încasări	1.417	1.808	127,6
Plăți	274	272	99,3
Sold	1.143	1.536	134,4

Soldul acestei balanțe de 1.536 u.m. a înregistrat în 2005 cea mai mare pondere în PIB din ultimii ani:

$$MRS = \frac{S}{PIB} \cdot 100 = \frac{1.536}{PIB45.749{,}1} \cdot 100 = 3{,}4\%$$

Transferurile curente nete s-au majorat cu peste o treime față de 2004, mai ales prin intensificarea fluxurilor băneşti către rezidenți.

În ce priveşte *contul de capital şi financiar*, anul 2005 a arătat o mare deschidere a economiei româneşti la împrumuturile şi creditele externe, care au fost orientate spre consolidarea rezervei oficiale, în condițiile în care investițiile directe şi de portofoliu au permis finanțarea integrală a deficitului de cont curent.

Tabelul 10.6. *Indicatori de analiză ai dezechilibrului din contul de capital şi financiar al Balanţei de plăţi externe a României*

	Sold	S_j	MRS_T %	MRS_j %	GA %	GA_j %	RC_j %
Contul de capital şi financiar	2.382		16,9		140,6		100
– contul de capital		93		86,9		142,9	4
– contul de financiar		2.289		16,3		139,1	96

Analiza originii dezechilibrului în acest cont s-a făcut cu indicatorul *rata de contribuţie a postului* la formarea excedentului (deficitului) total (RC_j):

$$RC_j = \frac{s_j}{S} \cdot 100$$

OBSERVAŢIE! Relaţia nu este aplicabilă decât dacă diferenţele de la numărător şi numitor sunt de acelaşi semn („+” sau „–”).

Analiza tabelului 10.6 a *contului de capital şi financiar* arată:

– o depăşire a plăţilor prin încasări cu 40,6% a tranzacţiilor cu active financiare şi nefinanciare;

– faţă de totalul tranzacţiilor, acest dezechilibru, de 16,9%, arată gravitatea deficitului din contul curent, pe care acest excedent trebuie să-l compenseze;

– excedentul este în proporţie de 4% pe seama contului de capital a cărui sold este de 93 u.m. Restul de 96% este dat de contul financiar al cărui sold este de 2.289 u.m., arătând o depăşire de 1,391 ori a debitului prin creditul specific operaţiunilor cu active financiare rezidenţi şi nerezidenţi (între România şi restul lumii).

Dinamica evoluţiei contului de capital şi financiar o putem observa în tabelul 10.7:

Tabelul 10.7. *Dinamica contului de capital şi financiar*

			Indici (%) 2005/2004
	2004	2005	
Încasări	6.739	8.245	$I^{GA}_{2005/2004} = 109,3\%$
Plăți	5.240	5.863	
Sold	1.499	2.382	$I^{S}_{2005/2004} = 158,9\%$

Gradul de acoperire a plăților prin încasări (GA) va fi:

$$GA = \frac{CREDIT(\hat{I})}{DEBIT(P)} \cdot 100$$

2004	2005
128,6	140,6

Pentru anul 2005, când soldurile au fost excedentare $I^{S}_{2005/2004} = 158,9\%$ ne arată o creştere a excedentului balanței, ceea ce semnifică şi indicele gradului de acoperire a plăților prin încasări $I^{GA}_{2005/2004} = 109,3\%$, marcând o ameliorare a situației ($GA_1 > GA_0$).

Concluzie: În 2005, *Balanța de plăți a României* a arătat o ameliorare a deficitului de cont curent favorizată de:

– reducerea importului net de bunuri şi servicii;
– intensificarea transferurilor curente nete;
– pe fondul consolidării creşterii economice;
– îmbunătățirea ratingului de țară.

Astfel, finanțarea deficitului de cont curent s-a făcut aproape 70% din investițiile directe.

Una din problemele analizate poate fi şi din ce se va finanța deficitul de cont curent. În 2005, finanțarea deficitului de cont curent s-a realizat integral din investițiile directe şi de portofoliu (conform tabelului 10.8):

Tabelul 10.8. *Finanțarea deficitului de cont curent*

– u.m. –

	2004	2005
Surse de finanțare	2.223	1.525
a) transferuri de capital, net	95	93
b) investiții directe, net	1.174	1.128
c) investiții de portofoliu, net	575	382
d) alte investiții de capital*	1.863	1.724
e) active de rezervă BNR („–” indică creştere)	-1.484	-1.802

* cuprinde credite pe termen scurt, mediu şi lung; poziții nete pentru numerar, cecuri, depozite, conturi de cliring şi barter.

În 2005, *Balanța de plăți a României* a arătat o ameliorare de cont curent față de 2004, pentru că finanțarea deficitului nu a creat mari dificultăți, fiindcă 70% din deficit a fost acoperit de investițiile directe, astfel cea mai mare parte a influxurilor financiare putând fi alocată creşterii rezervei valutare.

Relația de echilibru dintre economisire şi soldul contului curent a consemnat pentru anul 2005 cel mai redus nivel al deficitului de cont curent în PIB (33%), datorită evoluției pozitive a celor două componente:

– rata economisirii care s-a situat la 19,7% (cea mai mare după 1994);

– rata de investire care a atins 23% (exemplificare în tabelul 10.9).

Tabelul 10.9. *Produsul intern brut*

– mil. USD –

	2004	2005
1. Absorbție (A = CF + I)	43.249,5	48.351
• Consum final (CF)	34.211,2	37.825,3
• Investiții[1] (I)	9.038,3	10.525,8
2. Exportul de bunuri şi servicii – net (E)	-3.084,0	-2.602,0
3. Venituri externe – net (V)	-282,0	-459,0
4. Transporturi curente externe – net (TC)	1.143,0	1.536,0
PRODUS INTERN BRUT (PIB = A + E)	40.165,5	45.749,1
VENIT NAȚIONAL BRUT DISPONIBIL (VNBD) (VNBD = A + E + V + TC)	41.026,5	46.826,1
SOLDUL CONTULUI CURENT AL BPE (SCC = E + V + TC)	-2.223	-1.525
ECONOMISIREA BRUTĂ (EB = I + SCC)	6.815,3	9.000,8

[1] Investițiile cuprind formarea brută de capital fix, variația stocurilor şi diferențe statistice.

Pe baza tabelului 10.8, mai putem calcula:

• Rata economisirii: $RE = EB/PIB \cdot 100$

2004	2005
17%	19,7%

• Rata investițiilor: $RI = I/PIB \cdot 100$

2004	2005
22,5%	23%

• Ponderea soldului contului curent în PIB: $RSCC = SCC/PIB \cdot 100$

2004	2005
-5,5%	-3,3%

Această relație, în literatura de specialitate, este cunoscută ca *relația de echilibru dintre economisire, investiții și soldul contului curent*:

$$\frac{SCC}{PIB} = \frac{EB}{PIB} - \frac{I}{PIB} \quad \text{sau} \quad RSCC = RE - RI$$

ceea ce va fi: • 2004 : 17,0 – 22,5 = -5,5%
• 2005 : 19,7 – 23 = -3,3%

Astfel, datorită celor două rate RE (19,7) și RI (23%), relația de echilibru RSCC = -3,3% pentru anul 2005, a constituit cel mai redus nivel din ultimii doi ani ai deficitului de cont curent în PIB (3,3%).

10.4. **Definirea poziției investiționale internaționale a țării (PII) sau balanța de creanțe și angajamente externe**

Poziția investițională internațională a țării prezintă, la un moment dat, valoarea și structura stocului de active financiare ale unei economii (drepturi/creanțe asupra restului lumii, inclusiv aurul monetar), ca și valoarea și structura stocului de pasive financiare (obligații/angajamente față de restul lumii).

Variația stocului de creanțe și angajamente este determinată:

→ *în primul rând* de **rezultatul tranzacțiilor derulate** de-a lungul anului **cu nerezidenții** (lucru consemnat și în BPE);

→ *dar* și de modificările **cursului de schimb** al monedelor în care se exprimă creanțele și/sau angajamentele externe;

→ cât și de modificările **prețurilor** folosite în evaluarea lor;

→ precum și a altor **ajustări valorice**.

Diferența dintre aceste două valori este valoarea netă a patrimoniului atribuibil relațiilor economice internaționale. În funcție de această valoare, PII poate fi net creditoare sau net debitoare.

Structura analitică, recomandată de FMI, are în vedere funcțiile acestor angajamente şi creanțe:

- **activele financiare externe** ale unei țări:
  - investiții directe şi de portofoliu efectuate de rezidenți în străinătate;
  - împrumuturi acordate nerezidenților (de stat, de bănci, de societăți comerciale);
  - activele de rezervă ale statului, gestionate de autoritatea monetară a țării (BNR);
- **pasivele financiare externe** ale țării sunt alcătuite din:
  - investiții străine directe şi de portofoliu intrate în economia națională;
  - împrumuturi angajate de rezidenți în străinătate, pentru a acoperi o nevoie internă de finanțare.

Fiecare componentă a balanței de creanțe şi angajamente este reflectată prin următoarele caracteristici:

– poziția la începutul anului;
– tranzacțiile în timpul anului;
– efectul schimbărilor de preț;
– efectul modificării cursului de schimb;
– alte ajustări;
– poziția la sfârşitul anului.

Soldul net al PII a unei țări este des utilizat în analiza performanțelor unei economii în raport cu restul lumii. Indicatorul arată ce deține economia unei țări ca active, în raport cu ce datorează pe plan extern:

▪ pentru o economie de piață performantă, **PII este activă** (poziția netă este pozitivă pentru că activele sunt mai mari decât pasivele financiare externe ale țării);

▪ pentru economiile în curs de dezvoltare şi țările puternic îndatorate, PII se caracterizează prin angajamente masive ale guvernului şi ale autorității monetare, iar creanțele externe ale acestor două sectoare sunt modeste. Întreaga PII este pasivă (poziția netă negativă, activele externe fiind mult sub nivelul pasivelor financiare externe).

Aceste active şi pasive sunt grupate pe 4 sectoare instituţionale, implicate în fluxurile financiare internaţionale:

Tabelul 10.10. *Poziţia investiţională internaţională a României*

---

1. **Administraţie publică**
   - credite guvernamentale
   - cliringuri
   - active investite
   - alte active/pasive
2. **Autoritate monetară (BNR)**
   - plasamente pe termen lung/împrumuturi (din care FMI)
   - aur monetar
   - depozite valutare
   - active investite
   - alte active/pasive
3. **Sector bancar**
   - linii de finanţare importuri
   - împrumuturi bancare
   - depozite valutare
   - active investite
4. **Sector nebancar**
   - credite şi documente comerciale:
     – termen lung
     – termen scurt
   - active investite
   - alte active/pasive

TOTAL

EXEMPLU:

PII – *Poziția investițională internațională a României*

– u.m. –

SECTOARE INSTITUȚIONALE	2004	2005
1. Sector guvernamental	**-1.271**	**-2.488**
– active	3.873	3.921
– pasive	5.144	6.409
2. Autoritate monetară	**4.384**	**6.890**
– active	4.871	7.316
– pasive	487	426
3. Sector bancar	**675**	**-119**
– active	1.645	1.202
– pasive	970	1.321
4. Sector nebancar	**-13.247**	**-16.399**
– active	1.029	852
– pasive	14.276	17.251
Poziția netă	**-9.459**	**-12.116**
– active	10.418	13.291
– pasive	20.877	25.407

Soldul* (poziția netă) *a PII

• Dacă soldul este pozitiv (activele > pasivele), rezultă o economie de piață performantă.

• Analiza poziției nete ne arată un sold negativ în 2004 care se majorează în 2005 (-12.116 u.m.). Economiile țărilor în curs de dezvoltare – sunt țări puternic îndatorate, cu angajamente masive ale guvernului și ale autorităților monetare – în timp ce creanțele externe sunt mai modeste. În 2005, singura poziție pozitivă activă este a BNR, mai ales datorită rezervelor de aur monetar și depozitelor de valute convertibile.

Pasivele mari sunt reprezentate de:

• *sectorul guvernamental*, tranzacția spre o economie de piață;

• *sectorul nebancar* – angajarea acestui sector în tranzacții cu străinătatea – ce au ca efect constituirea de creanțe și angajamente în afara economiei naționale.

Riscul de insolvabilitate:

• Pentru a aprecia *ACTIVELE DE REZERVĂ ALE UNEI ȚĂRI – REZERVA OFICIALĂ* – indicatorul folosit în presa de specialitate este *Rezerva oficială exprimată în luni calendaristice de import de mărfuri şi servicii*.

• *Limita inferioară* acceptabilă al acestui indicator este de *2 luni*.

• Dacă se depăşeşte această barieră – *riscul de insolvabilitate al acestei țări este foarte ridicat*.

EXEMPLU:

PII – *Stocul de active şi pasive financiare*

INDICATORI	2004	2005
Active externe de rezervă din sistemul bancar	**6.380,6**	**8.392**
– aur monetar	938,7	1.180,2
– dețineri de DST-uri	6,8	2,3
– devize convertibile	5.435,1	7.209,8
Creanțe pe termen mediu şi lung	**3.627**	**3.629**
Datoria externă pe termen mediu şi lung (pe tipuri de creditori)	***10.924,5***	***15.084***
– Multilaterale:	4.553,6	5.483,1
▫ FMI	386,4	425,6
▫ UE	198,5	177,2
▫ BIRD	2.025,9	2.256,3
▫ BERD	804,4	968,0
– bilaterale	819,1	841,3
– bănci private	1.958,8	2.458
– obligațiuni	1.695	2.390,1
– credite furnizor	307,6	387,9
– alți creditori privați	2.590,4	3.523,6
Creanțe şi angajamente pe termen scurt	**-49,7**	**-273,1**
– creanțe	358,7	193,4
– angajamente	408,7	466,5
TOTAL	***-1.966,6***	***-3.335,8***

Stocul de active şi pasive externe

• Se poate structura în funcție de rolul acestor active şi pasive în cadrul economiei României (ca în tabelul prezentat).

• Angajamentele în această perioadă analizată au crescut față de creanțe – soldul sau PII netă este negativă (în creştere față de 2004), specifică țărilor în curs de dezvoltare a căror economie de piață nu este din categoria celor performante.

• Analiza PII se poate face pe componente, urmărind:

– stocul inițial;
– tranzacții în timpul anului;
– efectuat modificării cursului de schimb;
– alte ajustări;
– stoc la sfârşitul anului.

Pentru o economie de piață performantă, PII netă este pozitivă, iar ponderea sectorului privat bancar şi nebancar devine predominantă.

Tabelul 10.11. *Structura pe sectoare instituționale a activelor şi pasivelor financiare externe a româniei la sfârşitul perioadei (2005)*

Sectoare instituționale	ACTIVE	%	PASIVE	%	Puncte procentuale diferență
1. Sector guvernamental	3.921	30	6.409	25	+5
2. BNR	7.316	55	426	2	+53
3. Sector bancar	1.202	9	1.321	5	+4
4. Sector nebancar	652	6	17.251	68	-62
TOTAL	13.291	100,0	25.407	100.0	-

Sector guvernamental – credite guvernamentale acordate > decât cele primite (efectele politicii de finanțare externă a regimului trecut – prelungite peste ani datorită imposibilității de a recupera creanțele externe de la unele țări).

Împrumuturile masive în străinătate ale sectorului nebancar au adus poziții nete pasive.

CONCEPTE-CHEIE: *balanța de plăți externe (BPE); tranzacția; cont curent; cont de capital şi financiar; soldul BPE; balanța globală, ponderea soldului contului curent în PIB (MRS); gradul de deschidere al unei economii (GDE); gradul de acoperire a plăților prin încasări (GA); poziție investițională internațională (PII).*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Prin ce documente putem reflecta poziția unei țări în raporturile ei cu restul lumii?
2. Cum definiți BPE?
3. Ce concepte stau la baza elaborării BPE?
4. Ce înțelegeți prin rezidenți şi nerezidenți?
5. Cum definiți noțiunile de:
   - *centru de interes economic*,
   - *teritoriul economic al țării*,
   - *evaluarea tranzacției*,
   - *principiul dublei înregistrări*?
6. Ce înregistrează BPE pe debit şi pe credit?
7. În ce conturi înregistrează BPE totalitatea tranzacțiilor cu restul lumii?
8. Descrieți cele trei capitole ale contului curent al BPE.
9. Ce înțelegeți prin *balanța de capital* şi din ce este alcătuită?
10. Cum se face echilibrarea BPE?
11. Ce indicatori statistici folosiți în analiza BPE cunoaşteți?
12. Ce înseamnă şi cum se defineşte *balanța de creanțe şi angajamente externe*.
13. Care sunt funcțiile acestor angajamente şi creanțe, conform FMI?
14. Ce ne arată soldul balanței de creanțe şi angajamente externe?

11. **STATISTICA DATORIEI EXTERNE**

Atunci când economia unei țări înregistrează un deficit de ofertă pentru că resursele materiale şi financiare ale țării nu acoperă cererea internă, se recurge la importuri de mărfuri, servicii sau de capital.

În general, importurile se realizează pe baza creditelor (împrumuturilor) externe angajate de rezidenții unei țări. Insuficiența mijloacelor de plată pentru achitarea acestor importuri dă naştere obligațiilor de plată ce vor duce la aşa-zisa *îndatorare*.

> **Datoria externă** cuprinde totalitatea împrumuturilor angajate de guvern, persoane juridice sau fizice rezidente în raporturile lor cu străinătatea.

OBSERVAȚII!

- Datoriile scadente, înainte de trecerea unui an calendaristic, sunt considerate credite comerciale şi nu sunt cuprinse în datoria externă a țării respective.
- Împrumuturile sectorului privat (persoane fizice şi/sau juridice) angajate fără garanția unei autorități publice (guvern sau BNR), nu sunt cuprinse în datoria externă.
- Datoria externă nu cuprinde:
  – sumele datorate unor creditori nerezidenți pentru care nu au fost stabilite termene de restituire;
  – împrumuturile restituite în moneda națională a debitorului;
  – datoria rezultată din tranzacțiile autorității monetare FMI.

11.1. **Noțiuni utilizate în statistica datoriei externe**

Persoanele juridice, reprezentate prin instituțiile administrației publice, prin autoritatea monetară, prin băncile comerciale sau agenții economice, cât şi persoanele fizice rezidente, pot acorda împrumuturi (credite) în relațiile lor cu străinătatea.

Creditele se pot evidenția în funcție de mai multe ***criterii***:

➢ Cazul datoriei externe în funcție de **destinație**:

- **Credite pe mărfuri**, ce se acordă pentru cumpărarea de mărfuri direct de la creditor sau din țara unde se află creditorul.
- **Credite financiare**, care sunt acordate de organisme financiare internaționale în valută convertibilă. Creditele sunt destinate:
  - sectorului productiv;
  - pentru echilibrarea contului curent;
  - pentru sporirea activelor de rezervă etc.

Aceste credite sunt utilizate de debitor fie pe piața creditorului, fie pe alte piețe, în funcție de nevoile sale.

➢ Cazul datoriei externe în funcție de **durata acordării creditelor**:

- credite pe termen scurt (1-2 ani);
- credite pe termen mediu (3-5 ani);
- credite pe termen lung (peste 5 ani).

Conform practicii internaționale, rambursarea creditelor se poate face:

- rambursare în cote egale;
- rambursare în cote inegale;
- rambursare într-o singură tranşă.

➢ Datoria externă, privită *din punct de vedere al creditorului,* se prezintă astfel:

- credite externe acordate de întreprinderi furnizoare (credite comerciale);
- credite externe acordate de bănci şi alte instituții financiare (credite bancare);
- credite externe acordate de organisme financiare internaționale (credite financiare);

- credite externe acordate de rentieri şi persoane fizice (împrumuturi de stat).

În sens larg, ***datoria externă brută*** cuprinde sumele de bani şi alte valori pe care rezidenţii unei ţări le datorează străinătăţii.

În sens restrâns, ***datoria externă brută*** cuprinde obligaţiile băneşti faţă de străinătate, mai puţin: creditele sub un an, investiţiile străine directe, ajutoare nerambursabile, împrumuturile externe cu o perioadă de graţie mai mare de 10-15 ani, credite efectuate de persoane fizice sau juridice negarantate de autoritatea statului, împrumuturile acordate filialelor sau sucursalelor lor de către firma externă, în condiţii mai avantajoase decât cele de pe piaţa mondială.

Datoria externă netă este specifică ţărilor care apar în dublă ipostază în relaţia cu restul lumii, creditoare şi debitoare faţă de străinătate.

Datoria externă netă rezultă din diferenţa dintre activele publice şi private, ale rezidenţilor unei ţări în străinătate şi activele deţinute de rezidenţii străini în ţara analizată.

În interpretarea **Băncii Mondiale**, datoria externă cuprinde:

- sumele datorate unor creditori publici şi privaţi, în valută străină;
- bunuri şi servicii cu o perioadă de rambursare mai mare de un an;
- sumele datorate de persoane private garantate de autoritatea publică.

Datoria externă pe termen lung cuprinde debitele externe care au o perioadă de rambursare mai mare de un an, achitabile în monedă străină curentă.

Datoria externă pe termen lung are 3 componente:

1) ***datoria externă publică*** include obligaţiile externe ale sectorului public, incluzând şi datoriile externe ale agenţilor de stat;

2) ***datoria externă garantată public***, reprezintă o obligaţie externă a unui debitor privat care este garantată de o entitate publică;
3) ***datoria externă privată negarantată*** reprezintă o obligaţie externă a unui debitor privat, ce nu este garantată de către o entitate publică.

Datoria externă pe termen scurt cuprinde debitele externe care au o perioadă de rambursare de cel mult un an.

Incapacitatea unor ţări greu îndatorate faţă de străinătate de a restitui tranşele scadente din datorie şi dobânda aferentă (anuitatea sau serviciul datoriei externe) a dat naştere crizei datoriei externe. Ca mijloc de atenuare a crizei a luat fiinţă piaţa internaţională a datoriei externe, pe care se negociază şi înstrăinează titlurile de îndatorare, asemănător cu ceea ce se petrece pe piaţa obligatară.

11.2. **Analiza statistică a datoriei externe**

Indicatorii statistici, utilizaţi în analiza datoriei externe a unei ţări, se împart în:

– indicatori ai cuantumului datoriei externe;
– indicatori ai structurii datoriei externe;
– indicatori ai efectelor economice şi financiare ale datoriei externe.

Cuantumul datoriei externe reprezintă mărimea datoriei externe pe termen lung şi mediu şi se determină la sfârşitul anului calendaristic sau anului financiar.

Datoria externă, indiferent care este moneda în care s-a contractat, este contabilizată şi publicată în dolari S.U.A. de fiecare ţară înscrisă la Banca Mondială. Banca Mondială publică periodic o lucrare referitoare la fluxurile financiare ale ţărilor în curs de dezvoltare sub titlul *World Debt Tables.* Sunt publicate şi aspecte legate de datoria externă pe total, pe diverse grupări analitice de ţări: pe zone geografice, pe ţările cele mai îndatorate, pe ţările cele mai slab dezvoltate etc.

Analiza cuantumului datoriei externe se poate face cu indicatori derivați, care arată gravitatea îndatoririi în raport cu resursele interne ale țării, exprimate prin: PIB, numărul populației(P), exportul de mărfuri (X).

➢ **Ponderea datoriei externe în PIB** (PD_{PIB}):

$$PD_{PIB} = \frac{DE}{PIB} * 100 \tag{11.1}$$

unde: DE = datoria externă.

Indicatorul arată cât la sută din produsul brut al anului considerat ar trebui să fie destinat rambursării datoriei externe existente. El are o valoare mai mult teoretică, pentru că datoria externă este rambursată eşalonat, iar din PIB numai o parte este utilizată pentru achitarea angajamentelor sau debitelor în acel an.

➢ **Ponderea datoriei externe în exportul de mărfuri şi servicii** (PD_X):

$$PD_X = \frac{DE}{X} \tag{11.2}$$

OBSERVAȚII!

- PD_X arată câte exporturi anuale ar fi necesare pentru acoperirea instantanee a datoriei externe.
- Indicatorul se măsoară în ani şi când este mai mare de 2 ani, este un semnal de alarmă pentru factorii de decizie guver-namentali.

➢ **Datoria externă pe locuitor (PD$_P$):**

$$PD_P = \frac{DE}{P} \tag{11.3}$$

OBSERVAȚII!

- Indicatorul este utilizat în comparațiile internaționale pentru a arăta suma datorată străinătății la un moment dat pe locuitor.
- Se exprimă în dolari pe locuitor.

➢ Analiza în dinamică a mărimii datoriei externe se poate face cu **indicele datoriei externe**: $I_{1/0}^{DE} = \frac{DE_1}{DE_0} * 100$ (11.4)

unde: $DE_{1/0}$ = cuantumul datoriei externe în perioada de bază/curentă.

➢ **Indicatori statistici ai structurii datoriei externe**[1] se pot analiza pe mai multe criterii:

1. pe tipuri de rată a dobânzii: $PD_{R_i} = \frac{DER_i}{DE} \cdot 100$ (11.5)

unde: PD_{Ri} = ponderea datoriei externe cu rată ,,i" de rambursare în total datorie externă;

DER_i = datoria externă cu rată „i" de rambursare.

2. pe perioada de scadență: $PD_{S_i} = \frac{DES_i}{DE} \cdot 100$ (11.6)

unde: PD_{Si} = ponderea datoriei externe cu termenul ,,i" de scadență în total datorie externă;

DES_i = datoria externă cu termenul ,,i" de scadență

3. pe ramuri economice: $PD_{E_i} = \frac{DEE_i}{DE} \cdot 100$ (11.7)

unde: PD_{Ei} = ponderea datoriei externe a ramurii economice ,,i" în total datorie externă (DE);

DEE_i = datoria externă a ramurii economice ,,i"

4. pe tipuri de creditori: $PD_{C_i} = \frac{DEC_i}{DE} \cdot 100$ (11.8)

unde: PD_{Ci} = ponderea datoriei externe de tip ,,i" în totalul datoriei externe

DEC_i = datorie externă pe tipul de creditor ,,i".

➢ **Efectele economice ale datoriei externe** se analizează statistic pe baza comparării ratei profitului la capitalul investit, cu rata dobânzii negociate cu creditorul nerezident. Dacă fondurile împrumutate au fost investite pentru dezvoltarea unor activități profitabile, iar rata

[1] Begu I. S., *Statistică internațională*, Editura All Beck, București, 1999.

profitului (RP) este cel puțin egală cu rata dobânzii (RD), îndatorarea externă are efecte economice bune pentru dezvoltarea economică ($RP \leq RD$).

Dacă creditele externe sunt angajate de sectorul public pentru a acoperi nevoia de consum neacoperită de oferta internă sau pentru echilibrarea contului curent al BPE, îndatorarea externă rezolvă un dezechilibru momentan. Astfel, se produce o amânare a plății pentru viitor, ceea ce este un semn negativ.

➢ **Efectele financiare ale datoriei externe** sunt prezentate de efortul valutar făcut de restituirea împrumuturilor ce sunt acoperite din încasările țării pe seama exportului de bunuri şi servicii.

Indicatorii folosiți în analiza statistică a acestor efecte sunt:

- **Rata medie anuală a dobânzii** pentru împrumuturile contractate este calculată ca medie aritmetică ponderată a dobânzilor negociate ponderate cu rata scadentă din anul respectiv.
- **Masa anuală a dobânzii (MAD)** este suma rezultată din aplicarea ratelor de dobândă negociate la creditele nerambursate.
- **Rata anuală scadentă (RAS)** se obține din însumarea ratelor scadente în anul respectiv pentru toate împrumuturile contractate.
- **Serviciul datoriei externe sau anuitatea (SDE)** este suma datorată creditorilor străini într-un an:

$$SDE = MAD + RAS \qquad (11.9)$$

- **Gradul de îndatorare al unei țări față de străinătate (G_{DE})** arată ponderea datoriei externe (SDE) în PIB şi se calculează cu relația:

$$G_{DE} = \frac{SDE}{PIB} \cdot 100 \qquad (11.10)$$

- **Ponderea serviciului datoriei externe în export** apreciază amploarea efortului financiar de restituire a datoriei externe:

$$PD_X = \frac{SDE}{X} \cdot 100 \qquad (11.11)$$

unde: PD_X = ponderea serviciului datoriei externe în totalul intrărilor de valută din export.

OBSERVAȚIE! Povara datoriei externe tinde să afecteze puterea de cumpărare a exporturilor țării dacă $PD_X > 15\%$.

- **Ponderea anuităților achitate în suma noilor intrări de capital (PA_C)** sub forma asistenței publice şi/sau private pentru dezvoltare:

$$PA_C = \frac{\sum AA_i}{\sum C_i} \qquad (11.12)$$

unde: $\sum AA_i$ = reprezintă însumarea anuităților achitate pe o perioadă de trei până la zece ani consecutivi;

$\sum C_i$ = intrările de capitaluri noi.

OBSERVAȚII!

- Dacă $PA_C < 1$ arată că afluența de capital nou este mai mare decât efortul de achitare a datoriei externe, existând o diferență care contribuie la creşterea economică;
- În terminologia Băncii Mondiale, se numeşte ***flux net de resurse*** (FNR), când se calculează pe fiecare an calendaristic.

- **Indicele de vulnerabilitate financiară[1] (I^{VF})** arată dimensiunea îndatorării externe în condițiile în care în ultimii ani, pe fondul crizei structurale a economiei mondiale, asistența internațională publică şi privată pentru dezvoltare s-a redus semnificativ.

Astfel, fluxul net de resurse (FNR) către țările în curs de dezvoltare este negativ, ceea ce arată o retragere de capital ce va afecta rezervele oficiale în valută (RES) ale acestor țări. Formula de calcul a indicelui este:

$$I^{VF} = \frac{FNR}{RES} \cdot 100 \qquad (11.13)$$

OBSERVAȚII!

- Dacă FNR < 0, vulnerabilitatea financiară a țării este cu atât mai mare cu cât indicele se îndepărtează de zero (care înseamnă că mişcările de capital pe termen mediu şi lung nu afectează resursele).

[1] Bădiță M., Baron T., Korka M., *Statistica pentru afaceri*, Editura Eficient, Bucureşti, 1998.

- Dacă FNR > 0, calculul indicelui I^{VF} nu are rost pentru că rezervele oficiale nu sunt afectate.

CONCEPTE-CHEIE: *datoria externă (DE); datorie externă brută şi netă; cuantumul datoriei externe; indicele datoriei externe; serviciul datoriei externe (SD).*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Ce înțelegeți prin *datorie externă*?
2. Care sunt criteriile prin care putem evidenția creditele?
3. Cum definiți *datoria externă brută* în sens larg, cât şi în sens restrâns?
4. Câte componente ale datoriei externe pe termen lung cunoaşteți? Definiți-le.
5. Ce reprezintă *cuantumul datoriei externe*?
6. Cu ce indicatori statistici putem analiza cuantumul datoriei externe?
7. Ce indicatori statistici ai structurii datoriei externe cunoaşteți? Relații de calcul.
8. Ce înțelegeți prin *efecte economice ale datoriei externe*?
9. Care sunt indicatorii statistici folosiți în analiza acestor efecte?

12. **INDICATORII STATISTICI AI POTENȚIALULUI ECONOMIC**

12.1. **Indicatorii statistici ai potențialului uman**

Resursele de muncă, existente la un moment dat în societate, exprimă numărul persoanelor capabile de muncă, respectiv acea parte a populației care posedă ansamblul capacităților fizice şi intelectuale, ce îi permit să desfăşoare o activitate utilă.

• ***Resursele de muncă (RM)***: populația în limitele vârstei apte de muncă (PAL) – populația în limitele vârstei apte de muncă, dar incapabilă de muncă (PI) + populația în afara limitelor de vârstă aptă de muncă, dar care lucrează (PVA).

Astfel: RM = PAL – PI + PVA

În România, limitele vârstei apte de muncă:

– 16-55 ani pentru femei;

– 16-62 ani pentru bărbați.

PAL (populația în limitele vârstei apte de muncă) determină, în mod hotărâtor, nivelul şi structura resurselor de muncă şi cuprinde totalitatea persoanelor a căror vârstă este cuprinsă între vârsta de intrare (16 ani pentru ambele sexe) şi vârsta de ieşire din activitate (55 ani pentru femei şi 62 de ani pentru bărbați). Limitele de vârstă între care o persoană poate participa la activitatea socială se stabilesc prin legislația fiecărei țări.

PI (persoanele în limitele vârstei apte de muncă, dar incapabile de muncă) şi **PVA** (populația în afara vârstei de muncă, dar care lucrează) se determină pe baza datelor cuprinse în sistemul informațional statistic.

Caracterizarea resurselor de muncă se face cu *Balanța resurselor de muncă*.

Tabelul 12.1. *Balanța resurselor de muncă*

Resurse de muncă	Utilizarea resurselor de muncă
I. Resurse de muncă • PA • PI (–) • PV (+)	II. Populația ocupată (PO) pe ramuri III. Rezervele de muncă (RZM) • elevi, studenți (în vârstă de muncă care nu lucrează) • militari în termen • persoane casnice • şomeri etc.
RM = PA – PI + PV	RM = PO + RZM

În analizele economice, populația activă este corelată cu populația totală sau cu anumite segmente ale acesteia, determinându-se **ratele de activitate:**

• **Ponderea populației ocupate în resursele de muncă: =** $\frac{Po}{RM} \cdot 100$

unde: RM = resursele de muncă; Po = populația ocupată.

• **Rata generală de activitate: Rga =** $\frac{PA}{P} \cdot 100$

unde: PA = populația activă (PA = PO + S);
PO = populația ocupată; S = şomerii; P = populația totală.

• **Rata de activitate a populației în vârstă aptă de muncă:**

$RAM = \frac{PA}{PAM} \cdot 100$

unde: PA = populația activă; PAM = populația aptă de muncă.

• **Rate specifice de activitate (RSA) pe grupe de vârstă sau pe sexe (i):**

$$RSA = \frac{\text{Populația activă din grupa i}}{\text{Populația totală din grupa i}}$$

• **Rata de dependență economică** – raportul dintre populația în afara limitelor vârstei apte de muncă (PIA) şi populația în vârstă aptă de muncă (PAV): $RD = \frac{PIA}{PAV} \cdot 100$

• **Rata de întreținere** – raportul dintre populația inactivă (PI) şi populația activă (PA): RI = PI/PA.

• **Rata de ocupare a forței de muncă** – raportul dintre populația care lucrează şi populația aptă de muncă.

• **Rata brută de ocupare** – raportul dintre populația ocupată (PO) şi populația totală (P): RBO = PO/P.

• **Rata şomajului** – raportul dintre numărul şomerilor (S) şi populația activă (PA): $Rs = \frac{S}{PA} \cdot 100$

Indicatorii utilizării timpului de lucru

> *Timpul efectiv de lucru* reprezintă totalitatea zilelor, respectiv orelor lucrate de toți salariații din unitatea economică sau ramura pentru care se efectuează calculul.

La nivel macroeconomic, timpul de muncă se calculează prin gruparea informațiilor cuprinse în ***Balanța utilizării timpului de lucru***, elaborată de unitățile economice.

Tabelul 12.2. *Balanța utilizării timpului de lucru*

Resurse	Zile-om	Ore-om	Utilizare FTMD	Zile-om	Ore-om
1. Fondul de timp calendaristic	**FTC**	**FTC*8**	5. Timp efectiv lucrat	**TZ**	**TH**
2. Fondul de timp corespunzător sărbătorilor legale şi zilelor de repaus	**FTSL**	**FTSL*8**			
3. Fondul de timp corespunzător concediilor de odihnă	**FTCO**	**FTCO*8**	6. Timp nelucrat: – în zile-întregi – în ore	**Tnz**	**Tnz*8**
4. Fond de timp maxim disponibil	**FTMD**	**FTMD*8**			
4 = 1 – (2 + 3)			**5 + 6 = 4**		

INDICATORII MEDII AI PERSONALULUI:

• **Număr mediu de salariați:** $\overline{N} = \frac{\sum N_i}{n}$,

unde: Ni = numărul zilnic de muncitori într-o lună;
n = numărul zilelor dintr-o lună.

• **Pentru personalul CAF (conducere şi administraţie):**

$$\overline{N} = \frac{Ni + Ns}{2}$$

unde: Ni/s = numărul personalului la începutul şi la sfârşitul perioadei.

ANALIZA TIMPULUI DE MUNCĂ:

➢ ***Fondul de timp calendaristic (FTC)***:

$$FTC = N \cdot n_{zc}$$

unde: N = numărul mediu de salariaţi;

n_{zc} = numărul de zile calendaristice ale lunii respective.

➢ ***Fondul de zile libere şi sărbători legale (FTSL)***:

$$FTSL = N \cdot z_{ls}$$

unde: z_{ls} – numărul de zile libere ale lunii (şi de sărbători legale).

➢ ***Fondul de concedii de odihnă (FCO)***:

$$FCO = N_{co} \cdot z_{lr}$$

unde: N_{co} = numărul de salariaţi în concediu de odihnă;

z_{lr} = numărul de zile lucrătoare ale lunii respective.

➢ ***Fondul de timp maxim disponibil (FTMD)***:

FTMD = FTC – (FTSL + FCO) sau FTMD = TEL + TNE

unde: TEL = timpul efectiv lucrat; TNE = timpul nelucrat.

Indicatorii derivaţi ai folosirii timpului de muncă:

• gradul de folosire a fondului de timp maxim disponibil (G_z)

$$G_Z = \frac{TZ}{FTMD_Z} \cdot 100 \text{ – în zile-om;} \qquad G_H = \frac{TH}{FTMD_H} \cdot 100 \text{ – în ore-om}$$

• **Durata medie a zilei de lucru**:

$$\overline{D_Z} = \frac{TH}{TZ} = \frac{\text{total ore - om lucrate}}{\text{total zile - om lucrate}}$$

• **Durata medie a lunii de lucru:**

$$\overline{D_l} = \frac{TZ}{N} = \frac{\text{total ore-om lucrate}}{\text{numarul mediu al salariatilor}}$$

• **Coeficientul de utilizare a zilei de lucru:**

$$K_z = \frac{\overline{D}_Z}{DNZ} = \frac{\text{durata medie a zilei de lucru}}{\text{durata legala a zilei de lucru}}$$

• **Gradul de utilizare a lunii de lucru:**

$$K_l = \frac{\overline{D}l}{DNL} = \frac{\text{durata medie a lunii de lucru}}{\text{durata legala a lunii de lucru}}$$

• **Durata normală a lunii de lucru (DNL) se va calcula cu relația:**

$$DNL = \frac{FTMD_Z}{N},$$

unde: $FTMD_Z$ = fond de timp maxim disponibil în zile;
N = numărul mediu de salariați.

• **Pierderea de timp** datorată neutilizării complete a zilei de lucru:

$$P_{TZ} = (\overline{Dz} - DNZ) \cdot TZ$$

• **Pierderea de timp** datorată neutilizării complete a lunii de lucru (zile-om): $PTL = (\overline{Dl} - DNL) \cdot N$

• **Pierderea totală de timp** (PTN) datorată neutilizării complete a zilei (PTZ) şi a lunii de lucru (PTL): PTN = PTZ + PTL

• **Indicatorii eficienței folosirii potențialului uman** (indicatorii productivității)

- *Productivitatea* orară a muncii în luna: $Wh = \frac{Q}{Th}$
- *Productivitatea zilnică a muncii*:
- **Wz =** $\frac{Q}{Nz} = \frac{Q}{Nh} \cdot \frac{Nh}{Nz} = Wh * \overline{Dz}$
- *Productivitatea lunară a muncii*:

$$Wl = \frac{Q}{N} = \frac{Q}{Nz} \cdot \frac{Nz}{N} = \frac{Q}{Nh} \cdot \frac{Nh}{Nz} \cdot \frac{Nz}{N} = Wh \cdot \overline{Dz} \cdot \overline{Dl}$$

- *Productivitatea muncii la nivel de ramură (i) şi de economie națională*:

$$W_i = \frac{VAB_i}{N_i}; \quad \overline{W} = \frac{PIB}{N} = \frac{\sum VAB_i}{\sum N_i} = \frac{\sum W_i N_i}{\sum N_i}$$

unde: Wi = productivitatea muncii în ramura *i*;
VABi = valoarea adăugată brută în ramura *i*;
Ni = consumul de timp de muncă în ramura *i*;
W = productivitatea muncii la nivel de economie națională;
PIB = produsul intern brut;
N = consumul de timp de muncă la nivel de economie națională.

Evaluarea pierderilor de producție, datorate neutilizării complete a timpului de lucru, se poate face cu relațiile:

• **Pierderea de producție** pe seama utilizării incomplete a zilei de lucru (Ppz): $P_{pz} = (\overline{D}Z - DNZ) \cdot TZ \cdot \overline{W}h = P_{NZ} \cdot W_h$

• **Pierderea de producție** pe seama utilizării incomplete a lunii de lucru (Ppl): $P_{pl} = (\overline{D}l - DNL) \cdot N \cdot W_Z = P_{NL} \cdot W_h \cdot \overline{D}Z$

DINAMICA PRODUCTIVITĂȚII MUNCII

• **Indicele cu structură variabilă:**

$$I_{1/0}^{\overline{W}} = \frac{\overline{W_1}}{\overline{W_0}} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{I_{1/0}^{PIB}}{I_{1/0}^{T}}$$

• **Indicele productivității pure, cu structură fixă**:

$$I_{1/0}^{\overline{W}(W)} = \frac{\sum W_1 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} = \frac{\sum W_1 g_1^T}{\sum W_0 g_1^T},$$

unde: $g_1^T =$ greutatea specifică a numărului de muncitori în perioada curentă;

• **Indicele modificărilor structurale:**

$$I_{1/0}^{\overline{W}(T)} = \frac{\sum W_0 T_1}{\sum T_1} : \frac{\sum W_0 T_0}{\sum T_0} = \frac{\sum W_0 g_1^T}{\sum W_0 g_0^T}$$

Relația dintre indici: $I_{1/0}^{\overline{W}} = I_{1/0}^{\overline{W}(W)} * I_{1/0}^{\overline{W}(T)}$

12.2. **Indicii statistici ai fondurilor fixe**

Mijloacele fixe (capitalul fix, fondurile fixe) sunt acele bunuri materiale care au o durată de întrebuințare mai mare de un an şi o valoare de inventar mai mare decât o anumită limită stabilită de lege.

Exprimarea statistică a fondurilor fixe se face cu următorii indicatori:

• **Valoarea inițială completă (VIC)**, care reprezintă valoarea de inventar sau de înregistrare şi cuprinde totalitatea cheltuielilor făcute cu construirea sau achiziționarea, transportul şi punerea în funcțiune a mijlocului fix.

• **Valoarea rămasă (VR)** reprezintă partea din valoarea inițială completă, care nu a fost încă transferată, prin amortizare, asupra producției.

$$VR = VIC - Am$$

• **Valoarea medie anuală de inventar a fondurilor fixe:**

$$\overline{F} = \frac{\sum_t VIC_t}{12}, t = \overline{1,12} \quad \text{lunile anului}$$

unde: VICt – valoarea inițială completă a fondurilor fixe în luna *t*

• **Valoarea medie anuală rămasă:** $\overline{VR} = \frac{VR_i + VR_{sf}}{VIC_i + VIC_{sf}} * \overline{F}$,

unde: VR_i, VR_{sf} = valoarea rămasă la începutul şi la sfârşitul perioadei;

VIC_i, VIC_{sf} = valoarea inițială completă la începutul şi la sfârşitul perioadei.

• **Structura fondurilor fixe:** $g_i^F = \frac{F_i}{\sum F_i}, i = \overline{1,n}$ – grupele supuse analizei

Indicatorii stării fizice a fondurilor fixe:

• **Indicatorul stării de utilitate:** $I_{ut} = \frac{VR}{VIC} \cdot 100 = \frac{VIC - Am}{VIC} \cdot 100$

• **Indicatorul uzurii fondurilor fixe:** $I_{uz} = \frac{Am}{VIC} \cdot 100 = 100 - I_{ut}$

Indicatorii statistici ai eficienței utilizării fondurilor fixe:

• **Eficiența fondurilor fixe la nivel de ramură (i):**

$$E_{Fi} = \frac{VAB_i}{F_i} * 100$$

• **Eficiența fondurilor fixe la nivelul economiei naționale:**

$$\overline{E_F} = \frac{PIB}{F} = \frac{\sum VAB_i}{\sum F_i}$$

unde: PIB = produsul intern brut $\left(\sum VAB_i\right)$;

F = valoarea medie a fondurilor fixe la nivelul economiei naționale;

VABi = valoarea adăugată brută la nivelul ramurii *i*;

Fi = valoarea medie a fondurilor fixe în ramura *i*.

• **Modificarea în timp a eficienței folosirii fondurilor fixe:**

$$I_{1/0}^{\overline{E}} = \frac{\overline{\overline{E}_{F1}}}{\overline{\overline{E}_{F0}}} = \frac{VAB_1}{\sum F_1} : \frac{VAB_0}{\sum F_0} = \frac{PIB_1}{PIB_0} : \frac{F_1}{F_0} = \frac{I_{1/0}^{PIB}}{I_{1/0}^{F}}$$

• **Eficiența fondurilor fixe noi,** care arată influența fondurilor fixe noi asupra eficienței generale a fondurilor fixe:

$$\overline{E}_{FN} = \frac{\Delta PIB_{t/t-1}}{FN_{t-1}} \cdot 100,$$

unde: $\Delta PIB_{t/t-1}$ = sporul de PIB în anul t față de t-1;

FN_{t-1} = fondurile fixe noi puse în funcțiune în anul t-1.

12.3. **Indicatorii nivelului de trai al populației**

Nivelul de trai este o categorie economică complexă, iar măsurarea ei în scopul cunoaşterii şi analizei detaliate este foarte importantă pentru statistica unei țări. Datorită complexității conceptului de nivel de trai, analiza lui se va face cu ajutorul unui sistem de indicatori, ce se poate structura în trei grupe:

1. **Indicatori generali ai nivelului de trai**

Aceşti indicatori permit o apreciere a posibilităților societății de a asigura un anumit nivel de viață populației țării, fără a putea face o apreciere concludentă a nivelului şi evoluției acestui indicator.

Dintre indicatorii folosiți, amintim:

– nivelul şi evoluția *produsului intern* sau *produsului național* pe locuitor;

– nivelul, structura şi evoluția avuției naționale.

2. **Indicatori care caracterizează direct nivelul de trai al populației**:

- indicatorii consumului de bunuri şi servicii de către populație;
- indicatorii veniturilor şi ai puterii de cumpărare a acestora;
- indicatorii calității mediului înconjurător;
- indicatorii gradului de ocupare a populației;
- indicatorii folosirii timpului liber etc.

3. **Indicatorii efectelor nivelului de trai al populației**

Aici se includ indicatori demografici ca:

– rata mortalității;

– durata medie a vieții etc.

Calculul şi analiza acestor indicatori se fac atât pe plan național, cât şi internațional, pentru a putea constitui o bază pentru comparații între țări.

12.3.1. *Indicatorii veniturilor populației*

A. ***SALARIUL REAL ŞI INDICELE SALARIULUI REAL***

Numărul de salariați constituie o categorie a forței de muncă.

Salariul este sursa cea mai importantă de venituri ale populației.

Salariul nominal reprezintă remunerarea muncii depuse de fiecare angajat în funcție de calitatea şi cantitatea muncii depuse. Salariul nominal sau câştigul salarial nominal se calculează ca salariu brut şi salariul net:

• *Salariul nominal brut* (SB) reprezintă totalitatea sumelor şi avantajelor primite de angajat în contrapartida muncii depuse. Toate drepturile se acordă salariatului conform actelor normative în vigoare şi contractelor colective şi individuale de muncă.

• *Salariul nominal net* (SN) este format prin diminuarea salariului brut (SB) cu reținerile (R), formate din:

– impozitul pe salariu;

– contribuția pentru pensia suplimentară;

– contribuția pentru fondul de şomaj.

Salariul real (SR), pentru perioada curentă, reprezintă puterea de cumpărare a salariului nominal în raport cu o perioadă de referință. Salariul real din perioada curentă este deflat (corectat) cu indicele prețurilor de consum (IPC):

$$SR_1 = \frac{SN_1}{IPC} \cdot 100$$

Indicele salariului real ($I^{SR}_{1/0}$) reprezintă puterea de cumpărare a salariului nominal şi se poate calcula prin două metode:

- $I^{SR}_{1/0} = \frac{SR_1}{SR_0} \cdot 100$, unde: $SR_0 = SN_0$
- $I^{SR}_{1/0} = \frac{I^{SN}_{1/0}}{IPC} \cdot 100$, unde: $I^{SN}_{1/0} = \frac{SN_1}{SN_0} \cdot 100$

Concluzie: Evoluția salariului real depinde de raportul (corelația) dintre indicele salariului nominal şi indicele prețurilor de consum:

- $I^{SN}_{1/0} \langle IPC,$ evoluția salariului nominal este devansată de creşterea prețurilor, se va înregistra o reducere a puterii de cumpărare, $I^{SR}_{1/0} \langle 100\%$;
- $I^{SN}_{1/0} = IPC,$ salariul nominal creşte în acelaşi ritm cu prețurile, se va menține puterea de cumpărare, $I^{SR}_{1/0} = 100\%$;
- $I^{SN}_{1/0} \rangle IPC,$ evoluția salariului nominal devansează creşterea prețurilor, va fi o creştere a puterii de cumpărare, $I^{SR}_{1/0} \rangle 100\%$.

La nivelul firmei, ramurii sau la nivelul economiei naționale, salariul (nominal sau real) se calculează ca salariu mediu lunar (SN_l, SR_l) şi anual (SN_a, SR_a) conform relațiilor:

$$SN_l = \frac{FS_l}{T_l},$$

unde: FS_l = fondul de salarii lunar; T_l = nr. mediu lunar al salariaților

$$SN_a = \frac{FS_a}{T_a},$$

unde: FS_a= fondul de salarii anual; T_a = nr. mediu anual al salariaților

EXEMPLU:

Se cunosc următoarele date:

Indicatori	Notația	Perioada bază	Perioada curentă
1. Salariul nominal	SN	500	1000
2. Modificarea prețurilor în perioada curentă față de perioada de bază în %			
• mărfuri alimentare	r^{alim}	–	+ 40
• mărfuri nealimentare	r^{nealim}	–	+ 55
• servicii	r^{s}	–	+ 25
3. Structura cheltuielilor familiilor %:		100	100
• mărfuri alimentare	g^{alim}	30	45
• mărfuri nealimentare	g^{nealim}	39	51
• servicii	g^{s}	31	14

Se cere:

a) să se calculeze indicele prețurilor bunurilor de consum (IPC);

b) să se calculeze salariul real şi indicele salariului nominal şi al salariului real. Să se interpreteze fenomenul.

Rezolvare:

a) $$IPC = \frac{\sum i_{1/0}^{P} \cdot p_0 q_0}{\sum p_0 q_0} = \sum i_{1/0}^{P} g_0^{v}$$

$$i_{1/0}^{P} = r^{P} + 100 \Rightarrow \begin{cases} i_{1/0}^{alim} = r^{alim} + 100 = +40 + 100 = 140\% \\ i_{1/0}^{nealim} = r^{nealim} + 100 = +55 + 100 = 155\% \\ i_{1/0}^{s} = r^{s} + 100 = +25 + 100 = 125\% \end{cases}$$

$$IPC = \sum i_{1/0}^{P} g_0^{v} = (1{,}4 \cdot 0{,}3) + (1{,}55 \cdot 0{,}39) + (1{,}25 \cdot 0{,}31) =$$

$$= 0{,}42 + 0{,}6045 + 0{,}3875 = 1{,}412$$

IPC = 1,412

b) $SR_0 = SN_0 = 500$ lei /salariat

$$SR_1 = \frac{SN_1}{IPC} = \frac{1000}{500} = 2 \text{ sau } 200\%$$

$$I_{1/0}^{SR} = \frac{SR_1}{SR_0} = \frac{708}{500} = 1{,}416 \text{ sau } 141{,}6\%$$

$$I_{1/0}^{SR} = \frac{I_{1/0}^{SN}}{IPC} = \frac{2}{1{,}412} = 1{,}416 \text{ sau } 141{,}6\%$$

Interpretare:

$I_{1/0}^{SN} \rangle IPC$, ceea ce înseamnă că salariul nominal devansează creşterea prețurilor, arătând o creştere a puterii de cumpărare $I_{1/0}^{SR} = 141{,}6\%$.

Salariul mediu nominal şi salariul real

Agenții economici calculează şi transmit lunar trei indicatori:

– fondul brut de salarii (FBS);
– total rețineri (R);
– număr mediu de salariați (T).

Indicatorii sunt agregați pe subramuri conform principiului activității de bază (preponderentă) a fiecărui agent economic.

Astfel, **salariul mediu nominal brut** şi **salariul mediu nominal net la nivelul subramurii** vor fi:

$$SB_S = \frac{\sum_i FBS_i}{\sum_i T_i}; \qquad SN_S = \frac{\sum_i (FBS_i - R_i)}{\sum_i T_i}$$

unde: s = subramura alcătuită din agenții economici *i*.

Salariul mediu nominal brut şi salariul mediu nominal net la nivelul fiecărei ramuri:

$$SB_r = \frac{\sum_S SB_S \cdot T_S}{\sum_S T_S}; \qquad SN_S = \frac{\sum SN_S T_S}{\sum_S T_S}$$

unde:

T_S = numărul mediu de salariați din ramura *s*;

$\sum_S T$ = numărul mediu de salariați din ramura *r*, obținut ca sumă a numărului mediu de salariați din toate subramurile *s* ce fac parte din ramura *r*.

Salariul mediu nominal brut şi salariul mediu nominal net la nivelul economiei naționale se obțin sub forma unei medii aritmetice ponderate a salariilor medii de la nivelul ramurilor:

$$SB = \frac{\sum SB_r \cdot T_r}{\sum_r T_r}; \qquad SN = \frac{\sum SN_r T_r}{\sum_r T_r}$$

unde: T_r = numărul mediu al salariaților din ramura *r*;

$\sum_r T_r$ = numărul mediu al salariaților la nivelul economiei naționale, obținut ca sumă a numărului mediu de salariați din toate ramurile *r* ale economiei naționale.

EXEMPLU:

Se cunosc următoarele date:

Indicatorul	**Notația**	**2005**	**2006**
1. Fondul brut de salarii (lei)	FBS	250000	720000
2. Ponderea impozitului pe salarii în FBS – %	g^{imp}	19	20
3. Ponderea cotizațiilor sociale (fond şomaj, pensie suplimentară etc.) în FBS –%	g^{CS}	3,5	4,1
4. Numărul mediu de salariați – mii pers	N	520	510

Se cere:

a) să se calculeze fondul net de salarii;

b) să se calculeze salariul mediu nominal anual şi salariul mediu nominal lunar;

c) să se analizeze dinamica salariului mediu nominal.

Rezolvare:

a. **Fondul net de salarii (FNS)**:

$FNS = FBS - I_{impsal} - C_{soc}$

unde: $I_{imp\ sal}$ = impozitul pe salarii; C_{soc} = contribuțiile la cotizațiile sociale;

Impozitul pe salarii ($I_{imp\ sal}$)

$$g^{imp} = \frac{I_{impsal}}{FBS} \Rightarrow I_{impsal} = g^{imp} \cdot FBS$$

$I_{impsal\ 05} = 250.000 \times 0,19 = 47.500$ lei;

$I_{imp\ sal\ 06} = 720.000 \times 0,2 = 144.000$ lei

Contribuțiile la cotizațiile sociale:

$$g^{cs} = \frac{C_{soc}}{FBS} \Rightarrow C_{soc} = FBS \cdot g^{cs}$$

$C_{soc\ 05} = 250.000 \times 0,035 = 8.750$ lei

$C_{soc\ 06} = 720.000 \times 0,041 = 29.520$ lei

Fondul net de salarii (FNS):

$FNS_{05} = FBS_{05} - I_{imp\ sal\ 05} - C_{soc\ 05} =$

$= 250.000 - 47.500 - 8.750 = 193.750$ lei

$FNS_{06} = FBS_{06} - I_{imp\ sal\ 06} - C_{soc\ 0,6} =$

$= 720.0\ 00 - 144.0\ 00 - 29.520 = 546.480$ lei

b. **Salariul mediu nominal anual** (SN_a):

$$SN_a = \frac{FNS}{N};\ 2005:\ SN_a = \frac{193.750}{520} = 373\ lei/salariat$$

$$2006:\ SN_a = \frac{546.480}{510} = 1.072\ lei/salariat$$

Salariul mediu nominal lunar (SN_l):

$$SN_l = \frac{SN_a}{12};\quad \begin{cases} 2005:\ SN_l = \dfrac{373}{12} = 31\ lei/salariat \\ 2006:\ SN_l = \dfrac{1.072}{12} = 89\ lei/salariat \end{cases}$$

c. **Dinamica salariului mediu nominal** ($I_{1/0}^{SN}$):

$$I_{1/0}^{SN} = \frac{SN_1}{SN_0} = \frac{89}{31} = 2{,}87 \text{ sau } 287\ \%$$

Interpretare:

• SN a crescut în 2006 față de 2005 de aproape 3 ori $(I_{1/0}^{SN} = 2{,}87)$ − astfel putem spune că în 2006, populația şi-a procurat bunuri şi servicii cu o sumă de bani de 3 ori mai mare decât în 2005.

B. ***VENITURILE REALE ALE POPULAȚIEI***

Veniturile totale ale populației provin din mai multe surse, au periodicități şi mărimi foarte diferite şi sunt grupate astfel:

1. **Venituri din muncă şi din patrimoniu**

Acestea pot fi:

• salariul din activitatea de bază;
• venituri din activități pe cont propriu;
• venituri din activități suplimentare;
• venituri din vânzarea pe piață a produselor agro-alimentare;
• autoconsum (contravaloarea produselor din producția proprie);
• venituri din patrimoniu: chirii, dividende, dobânzi etc.

2. **Venituri din transferuri sociale:**

• pensii;
• ajutorul de şomaj;
• alocații pentru copii;
• burse şcolare;
• venituri din asistență socială.

3. **Venituri personale ale menajelor** (VM) – veniturile brute (înainte de impozitare), formate din:

• veniturile din muncă şi din patrimoniu (VMP);
• venituri din transferuri sociale primite de populație (TP);

VM = VMP + TP

Veniturile disponibile ale menajelor (VDM) se obțin prin eliminarea din VM a:

• impozitelor directe (pe salarii, pe venituri, pe patrimoniu etc.) – ID;
• cotizațiilor sociale (la pensia suplimentară, la fondul de şomaj etc.) – CS.

VDM = VM– ID – CS

VDM sunt venituri nete şi sunt folosite pentru cumpărarea de bunuri şi servicii sau pentru economisire/investire.

Veniturile reale (VR) ale populației se calculează ca raport între veniturile nete (V) şi indicele prețurilor de consum (IPC):

$$V = VDM = VM - ID - CS; \ VR = \frac{V}{IPC}$$

Pe baza acestor venituri se pot calcula:

• veniturile nete şi reale totale ale populației;

• venitul mediu net şi real pe o familie;

• venitul mediu net şi real pe o persoană.

12.3.2. *Indicele prețurilor de consum (IPC)*

IPC este un indicator de maximă sinteză economică, care măsoară evoluția de ansamblu a prețurilor mărfurilor cumpărate şi a tarifelor serviciilor utilizate de populație între două perioade.

IPC este un indice cunoscut şi utilizat în statistica internațională, unde se calculează şi se publică lunar, ca o măsură a inflației din țara respectivă.

Se calculează, în general, ca un indice Laspeyres, datorită uşurinței calculelor. IPC exprimă evoluția medie a prețurilor pentru menținerea unei structuri a consumului constantă în perioada de bază:

$$IPC = \frac{\sum p_1 q_0}{\sum p_0 q_0} = \frac{\sum i^p_{1/0} q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \sum i^p_{1/0} \cdot g_0^{p_0 q_0}$$

unde $g_0^{p_0 q_0} = \frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ – reprezintă structura consumului pe categorii de bunuri şi servicii, determinată pe baza cheltuielilor de consum efectuate în perioada de bază.

EXEMPLU:

Se cunosc următoarele date:

	Indicii prețurilor de consum $i^p_{1/0}$	**Structura cheltuielilor de consum ale unei familii g_0 – %**
Mărfuri alimentare	110,2	38
Mărfuri nealimentare	131,4	35
Servicii	152,2	27

Se cere:
a) IPC – ?

Rezolvare:

$$IPC = \sum i^{p}_{1/0} \cdot g_0 = (1{,}102 \times 0{,}38) + (1{,}314 \times 0{,}35) + (1{,}522 \times 0{,}27) =$$
$$= 0{,}42 + 0{,}46 + 0{,}41 = 1{,}29 \text{ sau } 129\%$$

Utilizarea statistică a IPC

IPC se foloseşte în analizele economice, iar domeniile de utilizare putând fi grupate în:

1. **Utilizarea contabilă**

Consumul menajelor este exprimat valoric în prețurile curente (consum nominal). Variația cheltuielilor pentru consum depinde de:

• variația prețurilor;

• variația cantităților de bunuri şi servicii cumpărate.

Evoluția reală a consumului (consumul real) se poate face prin determinarea consumului în prețuri constante prin raportarea consumului în prețuri curente la IPC, adică deflaționarea acestuia:

$$\text{consum real} = \frac{\text{consum nominal}}{\text{IPC}}$$

2. **Utilizarea socială**

IPC este utilizat în negocierile sociale dintre guvern, patronat şi sindicate pentru stabilirea nivelului salariilor, pensiilor, alocațiilor.

IPC este important pentru că în contactele colective de muncă este prevăzută clauza compensării creşterii prețurilor, creştere evidențiată de acest indice.

3. **Utilizarea conjuncturală**

IPC apreciază creşterea sau scăderea prețurilor în țara respectivă, iar prin aceasta exprimă cantitativ nivelul inflației.

Astfel, se pot determina:

• *Rata lunară a inflației* – reprezintă creşterea prețurilor de consum într-o lună față de luna precedentă.

• *Rata medie lunară a inflației* – arată media creşterilor lunare ale prețurilor ca o medie geometrică a indicilor lunari a prețurilor de consum cu baza mobilă, din care se scade baza de comparare egală cu 100.

EXEMPLU:

S-au înregistrat valorile IPC cu baza mobilă în: ianuarie: 107,2; februarie: 103,8; martie: 102,7; aprilie: 102,3.

Indicele mediu lunar $\left(\overline{I_1}\right)$

$$\overline{I_1} = \sqrt[4]{1{,}072 \times 1{,}038 \times 1{,}027 \times 1{,}023} = 1{,}0398$$

Rata medie lunară $\left(\overline{R_1}\right)$ a inflației:

$$\overline{R_1} = \overline{I_1} \cdot 100 - 100 = 1{,}0398 \cdot 100 - 100 = 3{,}98\%$$

OBSERVAȚIE!

• IPC sub forma mediei anuale de creştere este utilizat în comparații internaționale privind evoluția inflației în diferite țări.

• Modificările IPC influențează politica fiscală şi monetară a autorităților (stabilirea masei monetare, reglarea ratei dobânzii etc.).

12.3.3. *Indicatorii consumului populației*

Consumul populației reprezintă totalitatea produselor alimentare, nealimentare consumate şi a serviciilor folosite de populație, în scopuri neproductive într-o anumită perioadă de timp. Indicatorii consumului populației pot fi exprimați în unități naturale şi valoric.

I. ***Indicatori în expresie valorică***

• **Consumul total al populației** (CT) de produse alimentare, nealimentare şi servicii reprezintă consumul final al populației (consum privat, consumul menajelor).

Consumul total se calculează cumulat:

$$CT = \sum qp$$

unde: $\sum qp$ = valoarea consumului total al produselor alimentare, nealimentare şi al serviciilor.

OBSERVAȚIE!

• Acest agregat stă la baza determinării nivelului, structurii şi dinamicii consumului total al populației.

• **Structura consumului populației**

Se determină ca mărime relativă de structură (g^c_j) prin raportarea consumului fiecărei grupe de bunuri şi servicii (C_j) la totalul consumului populației (CT):

$$g_j^c = \frac{C_j}{CT} \cdot 100$$

Gruparea sintetică a posturilor de cheltuieli arată astfel:

– consum alimentar şi băuturi;

– mărfuri nealimentare;

– servicii.

Structura consumului populației are o principală sursă de date prin bugetele de familie.

• **Dinamica consumului populației** se realizează cu ajutorul unui sistem de indici şi modificări absolute, care evidențiază:

– modificarea volumului fizic al consumului populației;

– modificarea prețurilor/tarifelor produselor şi serviciilor consumate.

Astfel, se pot calcula:

– indicele valoric al consumului populației:

$I^{C}_{1/0} = \frac{C_1}{C_0} = \frac{\sum p_1 q_1}{\sum p_0 q_0}$, iar modificarea absolută:

$$\Delta^{C}_{1/0} = C_1 - C_0 = \sum p_1 q_1 - \sum p_0 q_0$$

– indicele volumului fizic al consumului populației:

$I^{C(q)}_{1/0} = \frac{C_1}{C_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$, cu modificarea absolută:

$$\Delta^{C(q)}_{1/0} = \sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$$

– indicele prețurilor /tarifelor bunurilor şi serviciilor aferente consumului populației:

$I^{C(q)}_{1/0} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$, iar modificarea absolută: $\Delta^{C(q)}_{1/0} = \sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$

Relațiile de legătură vor fi:

$$I^{C}_{1/0} = I^{C(g)}_{1/0} \cdot I^{C(p)}_{1/0}; \qquad \Delta^{C}_{1/0} = \Delta^{C(q)}_{1/0} + \Delta^{C(p)}_{1/0}$$

II. ***Indicatori în unități naturale***

Sunt importanți pentru:

• caracterizarea nivelului de trai;

• comparații internaționale.

1. **Consumul mediu anual de produse alimentare pe locuitor în unități naturale** reprezintă cantitatea de produse alimentare destinată consumului uman, indiferent de forma în care se consumă (brută sau prelucrată), de sursa de aprovizionare sau de locul în care se consumă. Metodele de calcul folosite sunt:

a. *Metoda de producție*

În țările dezvoltate, se utilizează această metodă, care se bazează pe bilanțurile alimentare. Consumul total dintr-un produs se determină cu relația:

consum total = Producția + Import + Stocuri^1 – [Producția nedestinată consumului + Export + Pierderi + Stocuri^2]

unde: stocuri^1 = stocurile la producător şi în comerț la începutul anului;

stocuri^2 = stocuri la producător şi în comerț la sfârşitul anului.

b. *Metoda de repartiție*

Prin această metodă, consumul total al populației se calculează prin însumarea cantităților de produse care au fost destinate consumului populației şi provin din comerț, piața țărănească, consumul producătorilor agricoli din resurse proprii, alte consumuri.

Astfel, consumul mediu anual la un produs alimentar pe locuitor în unități naturale $(\bar{c})$ se calculează:

$$\bar{c} = \frac{\sum q}{\bar{P}}$$, unde: $\bar{P}$ = număr mediu al populației

Dinamica consumului mediu anual se calculează cu următorii indici:

$$I_{1/0}^{\bar{C}} = \frac{\bar{c}_1}{\bar{c}_0} \cdot 100$$

2. **Înzestrarea populației cu bunuri de folosință îndelungată**

Se determină pentru principalele produse: televizoare, aparate de radio, frigidere, maşini de gătit cu gaze, maşini de spălat rufe, autoturisme etc.

Înzestrarea populației cu bunuri de folosință îndelungată (Z) se stabileşte în expresie naturală la sfârşitul anului, la 1.000 de locuitori şi la 100 de familii cu relația:

$$Z = \frac{S}{P} \quad 1000(\mathrm{I}), \qquad Z = \frac{S}{F} \quad 100(\mathrm{II}),$$

unde: P = numărul populației la sfârşitul anului;

F = numărul de familii la sfârşitul anului;

S = stocul de bunuri la populație la sfârşitul anului.

$$S = \begin{array}{c}\text{Stocul de bunuri}\\ \text{la populație}\\ \text{la începutul anului}\end{array} + \begin{array}{c}\text{Vânzări către}\\ \text{populație în}\\ \text{cursul anului}\end{array} + \begin{array}{c}\text{Ieşiri din uz}\\ \text{în cursul}\\ \text{anului}\end{array}$$

OBSERVAȚIE!

Cea de-a doua relație (II) permite să se analizeze gradul de dotare a unei familii cu bunuri de folosință îndelungată.

12.3.4. *Indicii sintetici ai dezvoltării umane*

Organizația Mondială a Sănătății recomandă țărilor membre UE raportarea unui număr de 280 indicatori, grupați în 38 de obiective, ce caracterizează bunăstarea fizică, psihică şi social-economică a unei populații.

În planul statisticii internaționale se urmăresc două tendințe:

1. **Cercetarea sectorială a unor domenii de mare actualitate, ca:**
   - statutul femeilor, copiilor şi persoanelor în vârstă;
   - accesul la muncă şi condițiile de muncă;
   - degradarea mediului înconjurător;
   - drepturile omului şi libertățile civile.

2. **Sistemul de indici sintetici de măsurare a aspectelor calitative ale dezvoltării**

Indicele dezvoltării umane (IDU), numit şi *human development index – HDI,* este un indice de bază a trei indicatori:

– *longevitatea,* măsurată prin speranța medie de viață la naştere;

– *nivelul educațional*, măsurat prin combinarea ratei alfabetizării şi a ratei de şcolarizare;

– *standardul de viață*, măsurat prin PIB pe locuitor, calculat la paritatea puterii de cumpărare (echivalent în dolari SUA).

Începând din 1990, Programul Națiunilor Unite pentru Dezvoltare (PNUD) publică anual *Raportul asupra dezvoltării umane*, în care țările sunt grupate în funcție de un criteriu nou, denumit *indicele dezvoltării umane (IDU)* (tabelul 12.3).

Tabelul 12.3. *Indicele dezvoltării umane în unele țări membre ale UE*

Nr. crt.	**Țările**	**Valoarea IDU**	**Locul țărilor UE**	
			în UE	**în plan mondial**
1.	Belgia	0,923	1	5
2.	Suedia	0,923	2	6
3.	Olanda	0,921	3	8
4.	Marea Britanie	0,918	4	10
5.	Franța	0,918	5	11
6.	Finlanda	0,913	6	13
7.	Germania	0,906	7	14

Sursa: *Rapport mondial sur le dévéloppement humain*.

Pentru construirea IDU se parcurg mai multe etape:

A. **Speranța medie de viață la naştere**:

a) se fixează valorile minime şi maxime ale fiecărui indicator, pornind de la plaja de valori înregistrată în țările lumii (*EXEMPLU*):

– speranța medie de viață la naştere: 25-85 ani;
– rata alfabetizării: 0-100%;
– rata de şcolarizare: 0-100%;
– PIB pe locuitor: 100-60.000 dolari;

b) se calculează pentru fiecare țară *i* şi pentru fiecare indicator *j* al indicelui individual (i_{ij}):

$$i_{ij} = \frac{x_{ij} - x_{min}}{x_{max} - x_{min}}$$

unde: x_{ij} = nivelul absolut al indicatorului *j*, în țara *i*;
$x_{min,\ max}$ = nivelul minim şi maxim al indicatorului *j*.

B. **Pentru nivelul educațional**, calculul se face în două etape:

a) se determină indicii individuali pentru fiecare din cei 2 indicatori:

– rata alfabetizării – r_a;
– rata de şcolarizare – r_s;

b) se determină indicele combinat al nivelului educațional, folosind media aritmetică ponderată în care rata alfabetizării are ponderea 2, iar rata de şcolarizare are pondere 1: $i_{ed} = \frac{2 * r_a + 1 * r_s}{3}$

C. **Calculul PIB pe locuitor se face în trei etape**:

a. *Media mondială a PIB pe locuitor* este considerată ca prag limită (y^*). Orice nivel al PIB pe locuitor mai mare decât acest prag trebuie diminuat, folosind formula lui Atkinson[1]:

$$w(y) = \begin{cases} y & \text{pentru } 0 < y < y^* \\ y + 2\sqrt{y - y^*} & \text{pentru } y^* \le y \le 2y^* \\ y^* + 2\sqrt{y^*} + 3\sqrt[3]{y - 2y^*} & \text{pentru } 2y^* \le y \le 3y^* \end{cases}$$

OBSERVAȚIE!

Valorile PIB pe locuitor inferioare nivelului mediu mondial (y^*) nu se recalculează.

b. *Se recalculează nivelul maxim al PIB pe locuitor (60.000 dolari), folosind formula lui Atkinson*:

$$w(y) = y^* + 2\sqrt{y^*} + 3\sqrt[3]{y^*} + \cdots + n\sqrt[n]{60000 - (n-1)y^*}$$

Calculând w(y), se va obține o v valoare maximă ajustată față de care se va recalcula PIB pe locuitor.

c. În final, *se calculează indicele agregat IDU pentru fiecare țară*, folosind media aritmetică simplă a celor trei indici individuali. Apoi se ierarhizează țările respective în ordinea descrescătoare a acestui indice.

$$IDU = \frac{i_{sv} + i_{ed} + i_{PIB}}{3}$$

unde: i_{sv} = indicele individual al speranței medie de viață la naștere

Indicele de capacitate (IC), numit *gender empowerment measure – GEM,* utilizează variabile construite pentru a măsura implicarea femeilor și bărbaților în:

- activități economice și politice;
- activități manageriale;
- activități tehnice și profesionale etc.

Indicele sărăciei (IS), numit și *CPM – capability poverty measure*, se construiește ca indice simplu din trei indicatori ce reflectă procentul populației cu cele mai slabe caracteristici de bază ale dezvoltării umane:

---

[1] Capanu I., Wagner P., Secăreanu C., *Statistică macroeconomică*, Editura Economică, București, 1997.

– nutriția şi starea sănătății (prin ponderea copiilor sub 5 ani care sunt sub greutatea normală);

– accesul la serviciile de sănătate (prin ponderea naşterilor nesupravegheate de personal medical);

– nivelul educațional şi inechitatea pe sexe (rata analfabetismului la femei).

Dacă evaluăm sărăcia, presupunem existența unui anumit nivel de trai, considerat drept ***prag de sărăcie***.

Persoana care nu poate fi considerată săracă este persoana al cărei nivel de trai trebuie să atingă cel puțin acest prag. Pentru aceasta există un nivel al consumului la alimente, îmbrăcăminte, locuință etc., care permite supraviețuirea individului pe termen scurt.

Astfel, putem vorbi de:

• *pragul de sărăcie absolută* – un nivel de referință constant al nivelului de trai, unic pentru întreg domeniul în care se efectuează comparațiile privind sărăcia;

• *pragul de sărăcie relativă* variază în acest domeniu şi creşte odată cu nivelul de trai mediu;

• *săracii* (definiția ONU) – acei oameni care nu se bucură de nivelul minim de trai comparabil cu demnitatea umană;

• *sărăcia* (definiția Băncii Mondiale) – incapacitatea de a avea un standard de viață adecvat.

CONCEPTE-CHEIE: *resurse de muncă (RM); Balanța resurselor de muncă; Balanța utilizării timpului de muncă; fonduri fixe, nivel de trai; salariul real; salariul nominal; IPC – indicele prețurilor de consum; consumul populației; IDU – indicele dezvoltării umane.*

ÎNTREBĂRI DE AUTOEVALUARE

1. Ce reprezintă *RM* (resursele de muncă)?
2. Care sunt ratele de activitate pe care le puteți defini? Metode de calcul.
3. Definiți *Balanța utilizării timpului de lucru*.
4. Care sunt indicatorii ce analizează folosirea timpului de muncă?
5. Enumerați indicatorii eficienței folosirii potențialului uman: formule de calcul.
6. Cu ce indicatori putem analiza fondurile fixe şi eficiența acestora: formule de calcul.
7. Analiza nivelului de trai al populației: indicele salariului real; veniturile reale ale populației; IPC; indicatorii consumului populației; IDU.

A N E X E

Anexa 1

Valorile funcției ***Gauss-Laplace***

z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$	z	$\Phi(z)$
0,00	0,0000	0,30	0,2358	0,60	0,4515	0,90	0,6319	1,20	0,7699
0,01	0,0080	0,31	0,2434	0,61	0,4581	0,91	0,6372	1,21	0,7737
0,02	0,0160	0,32	0,2510	0,62	0,4647	0,92	0,6424	1,22	0,7775
0,03	0,0239	0,33	0,2586	0,63	0,4713	0,93	0,6476	1,23	0,7813
0,04	0,0319	0,34	0,2661	0,64	0,4778	0,94	0,6528	1,24	0,7850
0,05	0,0399	0,35	0,2737	0,65	0,4843	0,95	0,6579	1,25	0,7887
0,06	0,0478	0,36	0,2812	0,66	0,4907	0,96	0,6629	1,26	0,7923
0,07	0,0558	0,37	0,2886	0,67	0,4971	0,97	0,6680	1,27	0,7959
0,08	0,0638	0,38	0,2961	0,68	0,5035	0,98	0,6729	1,28	0,7995
0,09	0,0717	0,39	0,3035	0,69	0,5098	0,99	0,6778	1,29	0,8030
0,10	0,0797	0,40	0,3108	0,70	0,5161	1,00	0,6827	1,30	0,8064
0,11	0,0876	0,41	0,3182	0,71	0,5223	1,01	0,6875	1,31	0,8098
0,12	0,0955	0,42	0,3255	0,72	0,5285	1,02	0,6923	1,32	0,8132
0,13	0,1034	0,43	0,3328	0,73	0,5346	1,03	0,6970	1,33	0,8165
0,14	0,1113	0,44	0,3401	0,74	0,5407	1,04	0,7017	1,34	0,8198
0,15	0,1192	0,45	0,3473	0,75	0,5467	1,05	0,7063	1,35	0,8230
0,16	0,1271	0,46	0,3545	0,76	0,5527	1,06	0,7109	1,36	0,8262
0,17	0,1350	0,47	0,3626	0,77	0,5587	1,07	0,7154	1,37	0,8293
0,18	0,1428	0,48	0,3688	0,78	0,5646	1,08	0,7109	1,38	0,8324
0,19	0,1507	0,49	0,3759	0,79	0,5705	1,09	0,7243	1,39	0,8355
0,20	0,1585	0,50	0,3829	0,80	0,5763	1,10	0,7287	1,40	0,8385
0,21	0,1663	0,51	0,3899	0,81	0,5821	1,11	0,7330	1,41	0,8415
0,22	0,1741	0,52	0,3969	0,82	0,5878	1,12	0,7375	1,42	0,8444
0,23	0,1819	0,53	0,4039	0,83	0,5935	1,13	0,7415	1,43	0,8473
0,24	0,1897	0,54	0,4108	0,84	0,5991	1,14	0,7457	1,44	0,8501
0,25	0,1974	0,55	0,4177	0,85	0,6047	1,15	0,7499	1,45	0,8529
0,26	0,2051	0,56	0,4245	0,86	0,6102	1,16	0,7540	1,46	0,8557
0,27	0,2128	0,57	0,4313	0,87	0,6157	1,17	0,7580	1,47	0,8584
0,28	0,2205	0,58	0,4331	0,88	0,6211	1,18	0,7620	1,48	0,8611
0,29	0,2282	0,59	0,4448	0,89	0,6265	1,19	0,7660	1,49	0,8638
1,50	0,8664	1,72	0,9146	1,94	0,9476	2,32	0,9797	2,76	0,9942
1,51	0,8690	1,73	0,9164	1,95	0,9488	2,34	0,9807	2,78	0,9946
1,52	0,8715	1,74	0,9181	1,96	0,9500	2,36	0,9817	2,80	0,9949
1,53	0,8740	1,75	0,9199	1,97	0,9512	2,38	0,9827	2,82	0,9952
1,54	0,8764	1,76	0,9216	1,98	0,9523	2,40	0,9836	2,84	0,9955
1,55	0,8789	1,77	0,9233	1,99	0,9534	2,42	0,9845	2,86	0,9958
1,56	0,8812	1,78	0,9249	2,00	0,9545	2,44	0,9853	2,88	0,9960
1,57	0,8836	1,79	0,9265	2,02	0,9566	2,46	0,9861	2,90	0,9962
1,58	0,8859	1,80	0,9281	2,04	0,9587	2,48	0,9869	2,92	0,9965
1,59	0,8882	1,81	0,9297	2,06	0,9606	2,50	0,9876	2,94	0,9967
1,60	0,8904	1,82	0,9312	2,08	0,9625	2,52	0,9883	2,96	0,9969
1,61	0,8926	1,83	0,9328	2,10	0,9643	2,54	0,9889	2,98	0,9971
1,62	0,8948	1,84	0,9342	2,12	0,9660	2,56	0,9895	3,00	0,9973
1,63	0,8969	1,85	0,9357	2,14	0,9676	2,58	0,9901	3,20	0,9986
1,64	0,8990	1,86	0,9371	2,16	0,9692	2,60	0,9907	3,40	0,9993
1,65	0,9011	1,87	0,9385	2,18	0,9707	2,62	0,9912	3,60	0,99968
1,66	0,9031	1,88	0,9399	2,20	0,9722	2,64	0,9917	3,80	0,99986
1,67	0,9051	1,89	0,9412	2,22	0,9734	2,66	0,9922	4,00	0,999938
1,68	0,9070	1,90	0,9426	2,24	0,9749	2,68	0,9926	4,50	0,999993
1,69	0,9090	1,91	0,9439	2,26	0,9762	2,70	0,9931	5,00	0,999999
1,70	0,9109	1,92	0,9454	2,28	0,9774	2,72	0,9935		
1,71	0,9127	1,93	0,9464	2,30	0,9786	2,74	0,9939		

Anexa 2

Valorile repartiției ***Student*** *în funcție de probabilitatea $P(t \le t_\alpha)$*
şi numărul„f” al gradelor de libertate

	Nivel de semnificație pentru testul bilateral								
f \ α	0,50	0,20	0,10	0,05	0,02	0,01	0,002	0,001	0,0001
1	1,000	3,078	6,314	12,706	31,821	63,657	318,309	636,618	6 366,198
2	0,816	1,886	2,920	4,303	6,965	9,925	22,327	31,598	99,992
3	0,765	1,638	2,353	3,182	4,541	5,841	10,214	12,924	28,000
4	0,741	1,533	2,132	2,776	3,747	4,604	7,173	8,610	15,544
5	0,727	1,476	2,015	2,571	3,365	4,032	5,893	6,869	11,178
6	0,718	1,440	1,943	2,447	3,143	3,707	5,208	5,959	9,082
7	0,711	1,415	1,895	2,365	2,998	3,499	4,785	5,408	7,885
8	0,706	1,397	1,860	2,306	2,896	3,355	4,501	5,041	7,120
9	0,703	1,383	1,833	2,262	2,821	3,250	4,297	4,781	6,594
10	0,700	1,372	1,812	2,228	2,764	3,169	4,144	4,587	6,211
11	0,697	1,363	1,796	2,201	2,718	3,106	4,025	4,437	5,921
12	0,695	1,356	1,782	2,179	2,681	3,055	3,930	4,318	5,694
13	0,694	1,350	1,771	2,160	2,650	3,102	3,852	4,221	5,513
14	0,692	1,345	1,761	2,145	2,624	2,977	3,787	4,140	5,363
15	0,691	1,341	1,753	2,131	2,602	2,947	3,733	4,073	5,239
16	0,690	1,337	1,746	2,120	2,583	2,921	3,686	4,015	5,134
17	0,689	1,333	1,740	2,110	3,567	2,898	3,646	3,965	5,014
18	0,688	1,330	1,734	2,101	2,552	2,878	3,610	3,922	4,966
19	0,688	1,328	1,729	2,093	2,539	2,861	3,579	3,883	4,897
20	0,687	1,325	1,725	2,086	2,528	2,845	3,552	3,850	4,837
21	0,686	1,323	1,721	2,080	2,518	2,831	3,527	3,819	4,784
22	0,686	1,321	1,717	2,074	2,508	2,819	3,505	3,792	4,736
23	0,685	1,319	1,714	2,069	2,500	2,807	3,485	3,767	4,693
24	0,685	1,318	1,711	2,064	2,492	2,797	3,467	3,745	4,654
25	0,684	1,316	1,708	2,060	2,485	2,787	3,450	3,725	4,619
26	0,684	1,315	1,706	2,056	2,479	2,779	3,435	3,707	4,587
27	0,684	1,314	1,703	2,052	2,473	2,771	3,421	3,690	4,558
28	0,683	1,313	1,701	2,048	2,467	2,763	3,408	3,674	4,530
29	0,683	1,312	1,699	2,045	2,462	2,756	3,396	3,659	4,506
30	0,683	1,310	1,697	2,042	2,457	2,750	3,385	3,646	4,482
35	0,682	1,306	1,690	2,030	3,438	2,724	3,340	3,591	4,389
40	0,681	1,303	1,684	2,021	2,423	2,704	3,307	3,551	4,321
45	0,680	1,301	1,679	2,014	2,412	2,690	3,281	3,520	4,269
50	0,679	1,299	1,676	2,009	2,403	2,678	3,261	3,496	4,228
60	0,679	1,296	1,671	2,000	2,390	2,660	3,232	3,460	4,169
70	0,678	1,294	1,667	1,994	2,381	2,648	3,211	3,435	4,127
80	0,678	1,292	1,664	1,970	2,374	2,639	3,195	3,416	4,096
90	0,677	1,291	1,662	1,987	2,368	2,632	3,183	3,402	4,072
100	0,677	1,290	1,660	1,984	2,364	2,626	3,174	3,390	4,053
120	0,677	1,289	1,658	1,980	2,358	2,617	3,160	3,373	4,025
200	0,676	1,286	1,653	1,972	2,345	2,601	3,131	3,340	3,970
500	0,675	1,283	1,648	1,965	2,334	2,586	3,107	3,310	3,922
1 000	0,675	1,282	1,646	1,962	2,330	2,581	3,098	3,300	3,906
∞	0,675	1,282	1,645	1,960	2,326	2,576	3,090	3,290	3,891
f \ α	0,25	0,10	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001	0,0005	0,00005

Anexa 3

Valori critice pentru repartiția F corespunzător nivelului de semnificație de 5%

Nivel de semnificație pentru testul unilateral										
f_2 \ f_1	1	2	3	4	5	6	8	12	24	∞
1	161,4	199,5	215,7	224,6	230,2	234,0	238,9	213,9	249,0	254,3
2	18,51	19,00	19,16	19,25	19,30	19,33	19,37	19,41	19,45	19,50
3	10,13	9,55	9,28	9,12	9,01	8,94	8,84	8,71	8,64	8,53
4	7,71	6,94	6,59	6,39	6,26	6,16	6,04	5,91	5,77	5,63
5	6,61	5,79	5,41	5,19	5,05	4,95	4,82	4,68	4,53	4,36
6	5.99	5,14	4,76	4,53	4,39	4,28	4,15	4,00	3,84	3,67
7	5,59	4,74	4,35	4,12	3,97	3,87	3,73	3,57	3,41	3,23
8	5,32	4,46	4,07	3,84	3,69	3,58	3,44	3,28	3,12	2,93
9	5,12	4,26	3,86	3,63	3,48	3,37	3,23	3,07	2,90	2,71
10	4,96	4,10	3,71	3,48	3,33	3,22	3,07	2,91	2,74	2,54
11	4,84	3,98	3,59	3,36	3,20	3,09	2,95	2,79	2,61	2,40
12	4,75	3,88	3,49	3,26	3,11	3,00	2,85	2,69	2,50	2,30
13	4,67	3,80	3,41	3,18	3,02	2,92	2,77	2,60	2,42	2,21
14	4,60	3,74	3,34	3,11	2,96	2,85	2,70	2,53	2,35	2,13
15	4,54	3,68	3,29	3,06	2,90	2,79	2,64	2,48	2,29	2,07
16	4,49	3,63	3,24	3,01	2,85	2,74	2,59	2,42	2,24	2,01
17	4,45	3,59	3,20	2,96	2,81	2,70	2,55	2,38	2,19	1,96
18	4,41	3,55	3,16	2,93	2,77	2,66	2,51	2,34	2,15	1,92
19	4,38	3,52	3,13	2,90	2,74	2,63	2,48	2,31	2,11	1,88
20	4,35	3,49	3,10	2,87	2,71	2,60	2,45	2,28	2,08	1,84
21	4,32	3,47	3,07	2,84	2,68	2,57	2,42	2,25	2,05	1,81
22	4,30	3,44	3,05	2,82	2,66	2,55	2,40	2,23	2,03	1,78
23	4,28	3,42	3,03	2,80	2,64	2,53	2,38	2,20	2,00	1,76
24	4,26	3,40	3,01	2,78	2,62	2,51	2,36	2,18	1,98	1,73
25	4,24	3,38	2,99	2,76	2,60	2,49	2,34	2,16	1,96	1,71
26	4,22	3,37	2,98	2,74	2,59	2,47	2,32	2,15	1,95	1,69
27	4,21	3,35	2,96	2,73	2,57	2,46	2,30	2,13	1,93	1,67
28	4,20	3,34	2,95	2,71	2,56	2,44	2,29	2,12	1,91	1,65
29	4,18	3,33	2,93	2,70	2,54	2,43	2,28	2,10	1,90	1,64
30	4,17	3,32	2,92	2,69	2,53	2,42	2,27	2,09	1,89	1,62
40	4,08	3,23	2,84	2,61	2,45	2,34	2,18	2,00	1,79	1,51
60	4,00	3,15	2,70	2,52	2,37	2,25	2,10	1,92	1,70	1,39
120	3,92	3,07	2,68	2,45	2,29	2,17	2,02	1,83	1,61	1,25
∞	3,84	2,99	2,60	2,37	2,21	2,09	1,94	1,75	1,52	1,00

Anexa 4

Valorile funcției χ^2_α *în funcție de probabilitatea* $\alpha = P(\chi^2 > \chi^2_\alpha)$ *şi numărul gradelor de libertate*

α / ν	0,995	0,99	0,975	0,95	0,9	0,1	0,05	0,025	0,01	0,005	0,001
1	0,0000	0,0002	0,0010	0,0039	0,0158	2,706	3,841	5,024	6,635	7,879	10,83
2	0,0100	0,0201	0,0506	0,1026	0,2107	4,605	5,991	7,378	9,210	10,60	13,82
3	0,072	0,115	0,216	0,352	0,584	6,251	7,815	9,348	11,34	12,84	16,27
4	0,207	0,297	0,484	0,711	1,064	7,779	9,488	11,14	13,28	14,86	18,47
5	0,412	0,554	0,831	1,145	1,610	9,236	11,07	12,83	15,09	16,75	20,51
6	0,676	0,872	1,237	1,635	2,204	10,64	12,59	14,45	16,81	18,55	22,46
7	0,989	1,239	1,690	2,167	2,833	12,02	14,07	16,01	18,48	20,28	24,32
8	1,344	1,647	2,180	2,733	3,490	13,36	15,51	17,53	20,09	21,95	26,12
9	1,735	2,088	2,700	3,325	4,168	14,68	16,92	19,02	21,67	23,59	27,88
10	2,156	2,558	3,247	3,940	4,865	15,99	18,31	20,48	23,21	25,19	29,59
11	2,603	3,053	3,816	4,575	5,578	17,28	19,68	21,92	24,73	26,76	31,26
12	3,074	3,571	4,404	5,226	6,304	18,55	21,03	23,34	26,22	28,30	32,91
13	3,565	4,107	5,009	5,892	7,041	19,81	22,36	24,74	27,69	29,82	34,53
14	4,075	4,660	5,629	6,571	7,790	21,06	23,68	26,12	29,14	31,32	36,12
15	4,601	5,229	6,262	7,261	8,547	22,31	25,00	27,49	30,58	32,80	37,70
16	5,142	5,812	6,908	7,962	9,312	23,54	26,30	28,85	32,00	34,27	39,25
17	5,697	6,408	7,564	8,672	10,09	24,77	27,59	30,19	33,41	35,72	40,79
18	6,265	7,015	8,231	9,390	10,86	25,99	28,87	31,53	34,81	37,16	42,31
19	6,844	7,633	8,907	10,12	11,65	27,20	30,14	32,85	36,19	38,58	43,82
20	7,434	8,260	9,591	10,85	12,44	28,41	31,41	34,17	37,57	40,00	45,31
21	8,034	8,897	10,28	11,59	13,24	29,62	32,67	35,48	38,93	41,40	46,80
22	8,643	9,542	10,98	12,34	14,04	30,81	33,92	36,78	40,29	42,80	48,27
23	9,260	10,20	11,69	13,09	14,85	32,01	35,17	38,08	41,64	44,18	49,73
24	9,886	10,86	12,40	13,85	15,66	33,20	36,42	39,36	42,98	45,56	51,18
25	10,52	11,52	13,12	14,61	16,47	34,38	37,65	40,65	44,31	46,93	52,62
26	11,16	12,20	13,84	15,38	17,29	35,56	38,89	41,92	45,64	48,29	54,05
27	11,81	12,88	14,57	16,15	18,11	36,74	40,11	43,19	46,96	49,65	55,48
28	12,46	13,56	15,31	16,93	18,94	37,92	41,34	44,46	48,28	50,99	56,89
29	13,12	14,26	16,05	17,71	19,77	39,09	42,56	45,72	49,59	52,34	58,30
30	13,79	14,95	16,79	18,49	20,60	40,26	43,77	46,98	50,89	53,67	59,70

BIBLIOGRAFIE

Lucrări de specialitate

1. Andrei T., Stancu S., *Statistică. Teorie şi aplicaţii,* Editura ALL, Bucureşti, 1995.
2. Anghel L., Florescu C., Zaharia R., *Marketing – probleme, cazuri, teste,* Editura Expert, Bucureşti, 1994.
3. Anghelache C., Capanu I., *Statistică macroeconomică*, Editura Economică, Bucureşti, 2004.
4. Anghelache C., Niculescu E., *Statistică. Indicatori, formule de calcul şi sinteze,* Editura Economică, Bucureşti, 2001.
5. Balaure V. şi colab., *Marketing*, Editura Uranus, Bucureşti, 2000.
6. Balu Mariana-Elena, *Statistică pentru marketing şi comerţ exterior*, Editura Fundaţiei *România de Mâine,* Bucureşti, 2004.
7. Balu Mariana-Elena, *Statistică aplicată în economie. Studii de caz – Probleme*, Editura Fundaţiei *România de Mâine*, Bucureşti, 2006.
8. Baron T., Bădiţă M., Korka M., *Statistica pentru afaceri*, Editura Eficient, Bucureşti, 1998.
9. Baron T., Biji E., *Statistică teoretică şi economică.* Editura Didactică şi Pedagogică, Bucureşti, 1996.
10. Bădiţă M., Cristache S.E., *Dicţionar statistico-economic explicativ,* Editura Luceafărul, Bucureşti, 2001.
11. Begu L.S., *Statistică internaţională,* Editura All Beck, Bucureşti, 1999.
12. Biji M., Biji E.M., Lilea E., Anghelache C., *Tratat de statistică*, Editura Economică, Bucureşti, 2002.
13. Box GEP., Jenkins G.M., *Time Series Analysis: Forecasting and Control,* 2-nd edition, Halden Day, San Francisco, 1998.
14. Calot G., *Cours de statistique descriptive,* Dumod, Paris, 1975.
15. Capanu I., Wagner P., Secăteanu C., *Statistică macroeconomică*, Editura Economică, Bucureşti, 1997.
16. Cătoiu I., Bălan C., Onete B., Popescu I.C., Vegheş C., *Metode şi tehnici utilizate în cercetările de marketing. Aplicaţii*, Editura Uranus, Bucureşti, 1999.

17. Clocotici V., Stan A., *Statistică aplicată în psihologie*, Editura Polirom, Iaşi, 2001.
18. Craiu V., Bâscă O., *Teste de omogenitate*, Editura Economică, Bucureşti, 1998.
19. Dadge, Y., *Statistique*, P.A.N., Neuchatel, 1990.
20. Denner A., *Principes et pratique du marketing,* Edition J. Delmas, Paris, 1971.
21. Droesbeke, J.J. Fichet, B., *Analyse statistique des données de survie*, ASU, Economica, Paris, 1989.
22. Droesbeke J.J., Fichet B., *Modèles pour l'analyse des données multidimensionnelles,* Economica, Paris, 1992.
23. Dubois J., *Méthodologie économique et téchnique statistique,* Montpellier, 1965.
24. Foucart T., *Analyse factorielle*, Masson, Paris, 1985.
25. Georgescu-Roegen N., *Metodă statistică,* ediția a II-a, Editura Expert, Bucureşti, 1998.
26. Gourienoux C., Manfort A., *Statistique et modèles économetriques,* Economica, 1996.
27. Gourienoux C., *Statistique de l'assurance*, Economica, Paris, 1999.
28. Gourienoux C., *Théorie des sondages*, Economica, Paris, 1995.
29. Granger C.W.J., Newhold P., *Forecasting Economic Time Series*: 2-nd Edition, Academic Press, New York.
30. Guyon X., *Statistique et économetrie,* Ellipses, Paris, 2001.
31. Isaic-Maniu Al., Grădinaru A., Voineagu V., Mitruț C., *Statistică teoretică şi economică,* Editura Tehnică, Chişinău, 1994.
32. Isaic-Maniu Al., Korka M., Voineagu V., Mitruț C., *Statistică,* Editura Independența Economică, Brăila, 1998.
33. Isaic-Maniu Al., Voineagu V., Mitruț C., *Statistica pentru managementul afacerilor*, ediția a II-a, Editura Economică, Bucureşti, 1999.
34. Jaba E., *Statistică*, Editura Economică, București, 2000.
35. Jugănaru M., *Teorie şi practică în cercetarea de marketing*, Editura Expert, Bucureşti, 1998.
36. Kotler P., *Managementul marketingului*, Editura Teora, Bucureşti, 1997.
37. Lecaillon J., Labrouse C., *Statistique descriptive*, Editura Cajas, Paris, 1988.
38. Lessard S., *Statistique. Concepts et méthodes*, Masson, Montreal, 1993.
39. Malinvaud E., *Méthodes statistique de l'économetrie*, Dunot, Paris, 1988.

40. Marinescu I., *Analiză factorială*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1984.
41. Mihoc Gh., Urseanu V., *Sondaje şi estimaţii statistice. Teorie şi aplicaţii*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1977.
42. Millis T.C., *Time Series Techiques for Economists*, Cambridge, 1990.
43. Negoescu Gh., Ciobanu R., Bontaş, *Bazele statisticii pentru afaceri,* Editura All Beck, Bucureşti, 1999.
44. Pecican E.S., *Econometrii*, Editura ALL, Bucureşti, 1994.
45. Popescu Th., Demetriu S., *Practica modelării şi predicţiei seriilor de timp. Metodologia Box-Jenkins,* Editura Tehnică, Bucureşti, 1991.
46. Popescu Th., *Serii de timp. Aplicaţii în analiza sistemelor,* Editura Tehnică, Bucureşti, 2000.
47. Prutianu Şt., Anastasiei B., Jijie T, *Cercetarea de marketing. Studiul pieţei pur şi simplu*, Editura Polirom, Iaşi, 2001.
48. Saporta G., *Probabilités et analyse des données statistiques*, Technip, Paris, 1990.
49. Săvoiu G., Grigorescu P., *Statistica financiară*, Editura Independenţa Economică, Piteşti, 2003.
50. Scheffe H., *The analysis of variance*, J.Wiley, 1970.
51. Ştefănescu Daniela Elena, *Statistică internaţională*, vol.I şi II, Editura Fundaţiei *România de Mâine*, Bucureşti, 2006.
52. Tassi P., *Méthodes statistiques*, Economica, Paris, 1997.
53. Tovissi L., Isaic-Maniu Al., *Statistică,* ASE, Bucureşti, 1984.
54. Trebici V. (coord), *Mică enciclopedie de statistică*, Editura Ştiinţifică şi Enciclopedică, Bucureşti, 1985.
55. Ungureanu Ivan C., *Contabilitatea naţională – concepte, metodologii, aplicaţii*, Casa de editură IRECSON, Bucureşti, 2003.
56. Voineagu V., Colibaba D., Grădinaru G., *Statistică. Noţiuni fundamentale şi aplicaţii*, Editura ASE, Bucureşti, 2002.
57. Voineagu V., Furtună F., Voineagu M.E., Ştefănescu C., *Analiza factorială a fenomenelor social-economice în profil regional,* Editura RAMIS SRL, Bucureşti, 2002.
58. Voineagu V., Mitruţ C., Isaic-Maniu Al. şi colab., *Statistică teoretică şi economică. Lucrări practice, teste şi studii de caz,* Editura Economică, Bucureşti, 1998.
59. Voineagu V., Lilea E., Goschin Y, Vătui M., *Statistică economică,* Editura Economică, Bucureşti, 2003.
60. Voineagu M., Tigan E., Ghiţă S., *Statistică aplicată în economie. Studii de caz*, Editura Fundaţiei *România de Mâine*, Bucureşti, 2000.

61. Wagner P., Ştefănescu D.E., *Compararea internațională a produsului intern brut*, Editura Economică, Bucureşti, 1999.
62. Whittaker J., *Graphical Models in Applied Multivariate Statistics*, J. Wiley, 1990.
63. Yulle G. M., Kendall M.G., *Introducere în teoria statistică*, ediția a XIV-a, Editura Ştiințifică, Bucureşti, 1969.

Articole în reviste de specialitate

1. Băcescu Cărbunaru A., *Sistemul statisticii comunitare*, în „Revista Română de Statistică", nr.3/2003.
2. Pavelescu M., *Proprietăți ale indicelui Fischer*, în „Revista Română de Statistică", nr.2/2003.
3. Pivotă D., *Impactul inflației asupra vânzărilor*, în „Revista Română de Statistică", nr.2, Bucureşti, 2001.
4. Ştefănescu D., Dumitrescu I., *Este statistica pregătită a răspunde cerințelor date de noii economii?*, în „Revista Română de Statistică", nr.2/2002.

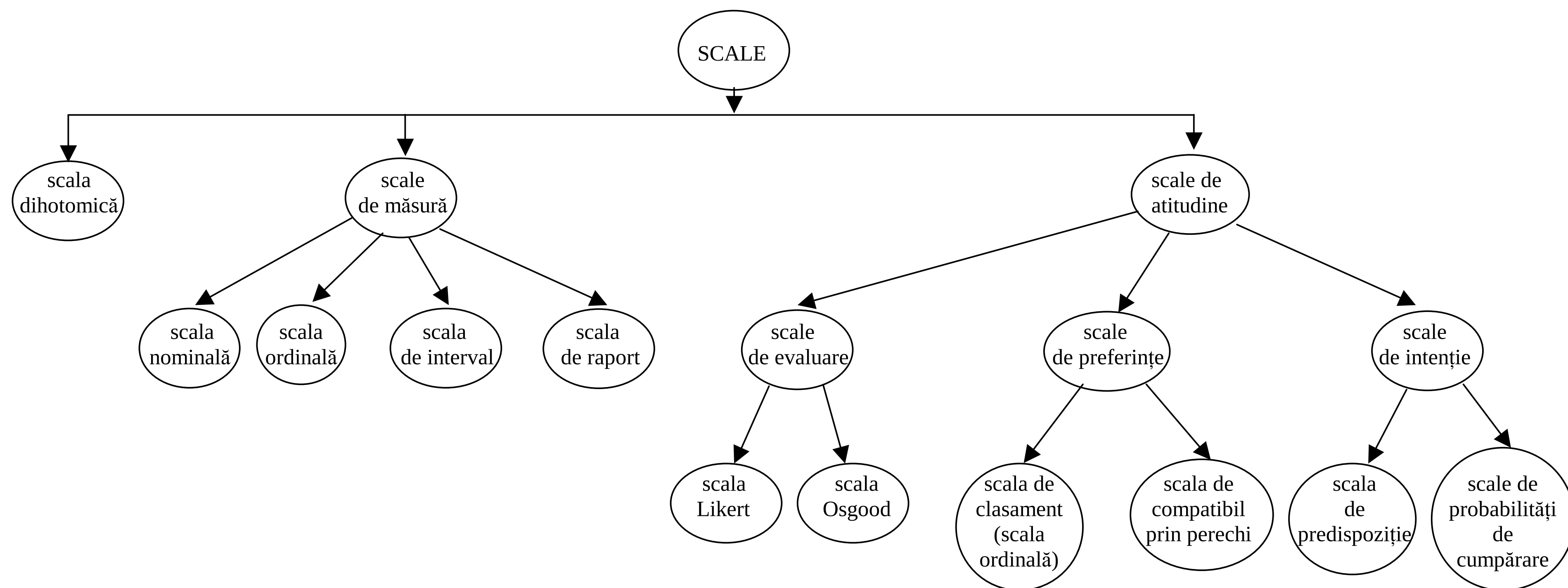


Fig. 1.3. Tipuri de scale